JUMP Math 6.2

Libro 6 Parte 2 de 2

Índice

UpSocial
www.upsocial.orges
www.jumpmath.cl

Autoría: Dr. John Mighton, Dra. Sindi Sabourin, Dra. Anna Klebanov, Dr. Sohrab Rahbar, Julie Lorinc
Edición: Dimitra Chronopoulos, Debbie Davies-Wright, Ewa Krynski
Maquetación e ilustración: Linh Lam, Gabriella Kerr
Diseño de la portada: Blakeley Words+Pictures
Fotografía de la portada: © iStockphoto.com/Grafissimo

Revisión de la segunda edición en español: febrero de 2020

Publicado por UpSocial bajo acuerdo de licencia con JUMP Math (www.jumpmath.org).
Publicado originalmente por JUMP Math en inglés en Estados Unidos en 2013 bajo el título *JUMP Math Assessment & Practice Book 6.2* (ISBN 978-1-927457-07-8).

Traducción, corrección y revisión: L'Apòstrof, SCCL
(Alícia Almonacid, Marc Arnas, Laia Brossa, Núria Dordal, Jordi Martí, Iris Osorio, Àfrica Rubiés, Virginia Sanmartín, Zoraida de Torres, Núria Vila)
Adaptación: Paula Torres, Santi González, David Quesada

Impresión: Salesianos Impresores S. A.

ISBN: 978-84-944213-1-0

Impreso en Santiago, Chile, 2021

Nota para educadores, familias y todos los que piensen que las matemáticas son tan importantes como las lenguas, para el pleno funcionamiento de la sociedad.

Bienvenidos a JUMP Math

Entrar en el mundo de JUMP Math significa creer que todos los niños y niñas tienen habilidades para la aritmética y para disfrutar de las matemáticas. Su fundador y matemático John Mighton ha utilizado esta premisa para desarrollar este programa innovador. Los recursos disponibles secuencian y describen los conceptos matemáticos de una manera tan clara y gradual que cualquiera puede entenderlos.

El programa JUMP Math consta de guías para los docentes (constituyen el núcleo del programa), lecciones interactivas para trabajar en la pizarra, libros de práctica y evaluación para los estudiantes, material manipulativo y de evaluación, y acciones de divulgación y formación para docentes, entre otras. Para más información visiten la web de JUMP Math: **www.jumpmath.cl**

Los educadores de los centros que implantan JUMP Math tienen acceso a las guías para docentes en nuestra web. Recomendamos que lean la introducción antes de utilizar estos recursos para poder entender la filosofía y la metodología de JUMP Math. Los libros de práctica y evaluación están pensados para que los alumnos los usen con la ayuda de adultos. Cada estudiante tiene unas necesidades únicas y es importante darles apoyo y animarlos a medida que trabajan el material.

Siempre que sea posible, dejen que los alumnos descubran los conceptos por sí mismos. En el ámbito de las matemáticas, los descubrimientos se pueden realizar de manera progresiva. Descubrir un paso nuevo es como encajar piezas de un rompecabezas: emocionante y gratificante.

Los ejercicios marcados con el ícono deben realizarse en un cuaderno. Es necesario que los estudiantes dispongan de un cuaderno de papel cuadriculado para resolver los ejercicios extras o si tienen necesidad de espacio adicional para realizar cálculos.

Índice

PARTE 1

Unidad 1. Razones y relaciones proporcionales: tablas de razones

Unidad 2. El sistema numérico: fracciones

Unidad 3. Expresiones y ecuaciones: variables y ecuaciones

Unidad 4. El sistema numérico: decimales

Unidad 5. Razones y relaciones proporcionales: razones equivalentes y porcentajes

PARTE 2

Unidad 1. Geometría: ángulos

Unidad 5. Geometría: transformaciones

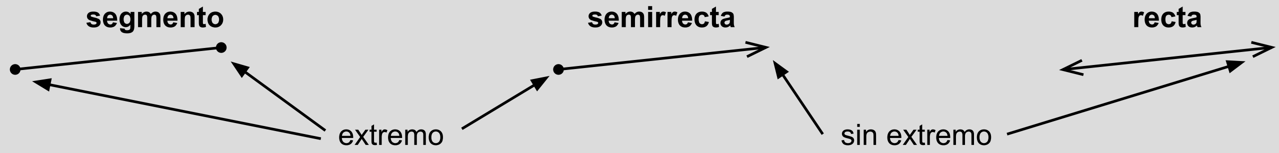
Unidad 6. Expresiones y ecuaciones: ecuaciones algebraicas

Unidad 7. Medidas y datos: diagramas

Unidad 8. Geometría: volumen y desarrollos planos

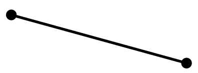
Unidad 9. Medidas y datos: probabilidad

G6-1 Ángulos



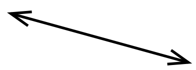
Una recta o semirrecta puede alargarse cuanto queramos por el lado sin extremo.

1. Indica si la imagen es una recta, una semirrecta o un segmento. Escribe el número de extremos.

a) 

____

______ extremos

b) 

____

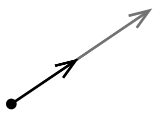
______ extremos

c) 

____

______ extremo

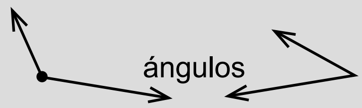
2. Alarga las semirrectas por un extremo.

a) 

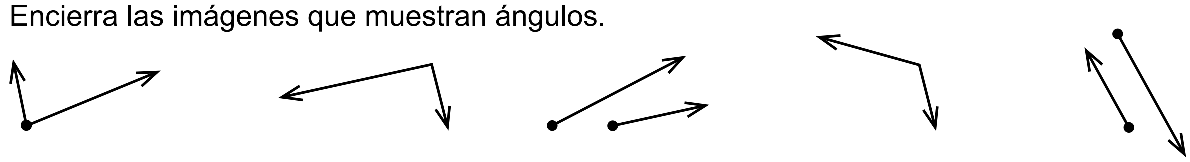
b) 

c) 

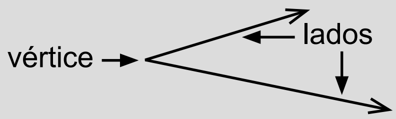
Cuando dos semirrectas tienen el mismo extremo, forman un **ángulo**.
No es necesario dibujar un punto para indicar el extremo.



3. Encierra las imágenes que muestran ángulos.

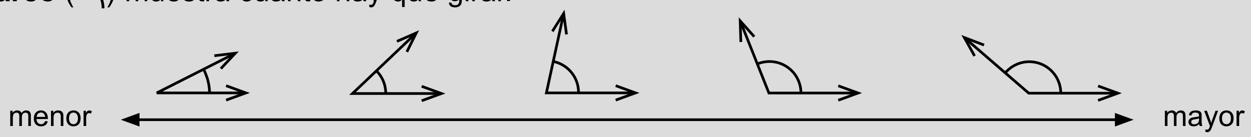


Un ángulo tiene un **vértice** y **lados**. Los lados pueden alargarse tanto como sea necesario sin cambiar el ángulo.

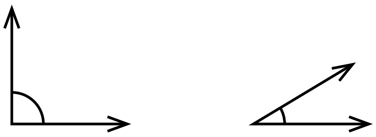


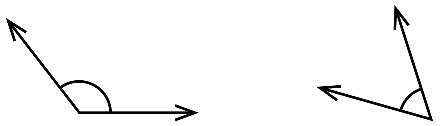
4. Encierra los vértices y alarga los lados de cada ángulo.

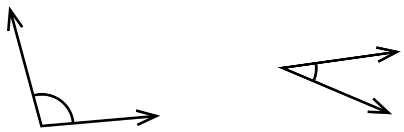
El **tamaño** de un ángulo corresponde a cuánto hay que girar un lado para llegar al otro lado.
El **arco** (◠) muestra cuánto hay que girar.



5. Encierra el ángulo mayor de cada par.

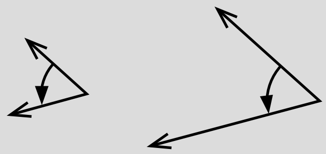
a)


b)


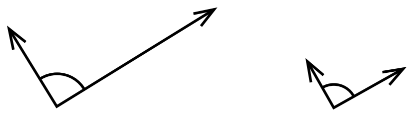
c)


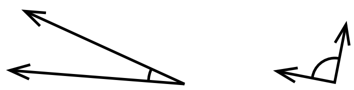
d)


Estos ángulos tienen el mismo tamaño. Hay que hacer el **mismo** giro para llegar de un lado al otro de ambos ángulos. Un ángulo parece mayor porque las semirrectas se han alargado más.

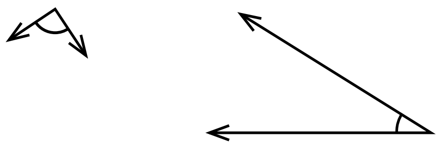


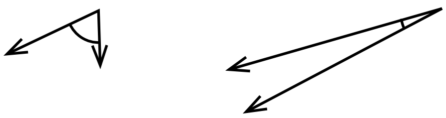
6. ¿Los ángulos son iguales? Alarga los lados que parecen más cortos para ayudarte a decidir.

a)

____

b)

____

7. Encierra los ángulos mayores. Alarga los lados más cortos para comprobar tus respuestas.

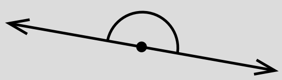
a)


b)


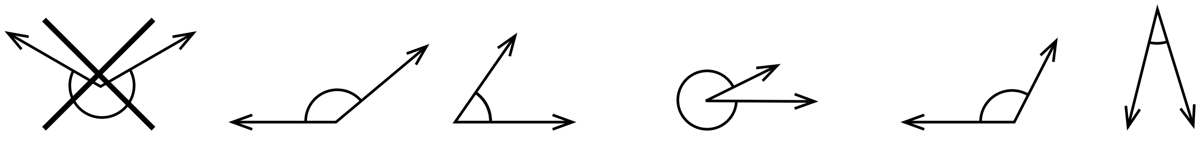
Las esquinas cuadradas son **ángulos rectos**.

Los **ángulos llanos** se componen de dos semirrectas opuestas que forman parte de la misma recta.

ángulo llano



8. Encierra los ángulos que son menores que un ángulo recto. Tacha los ángulos que son mayores que un ángulo llano.

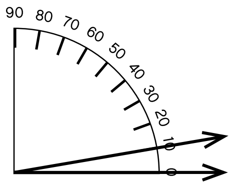


G6-2 Medir ángulos

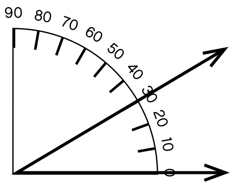
Los ángulos se miden en **grados**.

Ejemplo: Este ángulo mide 1 grado.

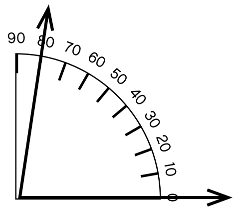
1. ¿Cuánto miden los ángulos?

a) 

10 grados

b) 

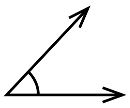
____

c) 

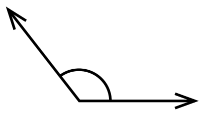
____

En lugar de la palabra *grado*, se utiliza un circulito elevado detrás del número: 1 grado = 1°.
Un ángulo recto mide 90°. Un ángulo llano o extendido mide 180°.

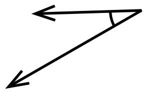
2. Indica si el ángulo es menor que 90° o mayor que 90°.

a) 

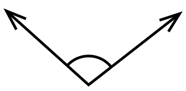
menor que 90°

b) 

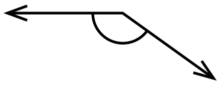
____

c) 

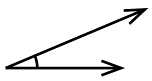
____

d) 

____

e) 

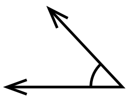
____

f) 

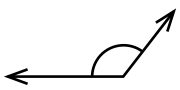
____

Los **ángulos agudos** son menores que un ángulo recto. Miden entre 0° y 90°. Los **ángulos obtusos** son mayores que un ángulo recto y menores que un ángulo extendido. Miden entre 90° y 180°.

3. Indica si el ángulo es agudo u obtuso.

a) 

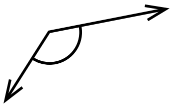
____

b) 

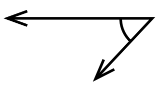
____

c) 

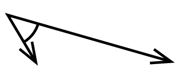
____

d) 

____

e) 

____

f) 

____

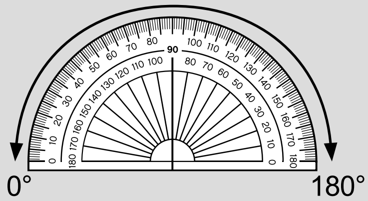
4. Indica si las siguientes medidas pertenecen a un ángulo agudo u obtuso.

a) 55° ____________ b) 130° ____________ c) 66° ____________

d) 93° ____________ e) 178° ____________ f) 19° ____________

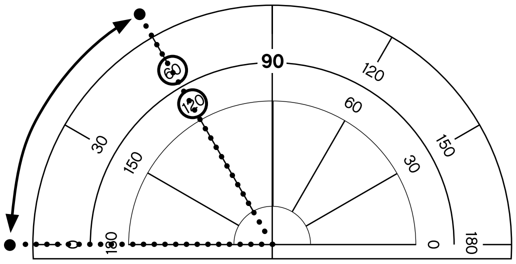
Para medir un ángulo, utilizamos un **transportador**.

Un transportador tiene 180 subdivisiones de 1° en el lado curvado.
Tiene dos escalas, para poder medir los ángulos desde cualquier lado.



5. Indica si el ángulo es agudo u obtuso.
Encierra los dos números por los que pasa el lado del ángulo.
Escoge la medida del ángulo correcta. (Por ejemplo: si dices que el ángulo es agudo, escoge el número que sea menor que 90.)

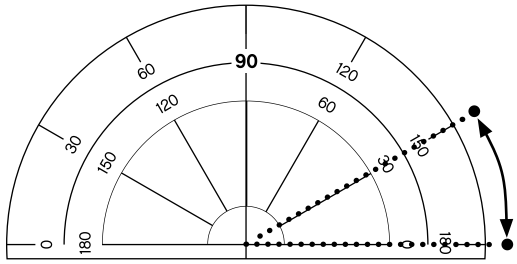
a)



El ángulo es ___*agudo*___.

El ángulo mide ___*60°*___.

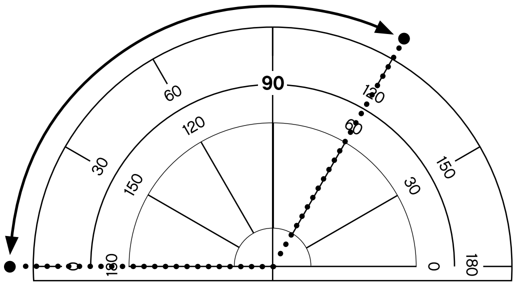
b)



El ángulo es ____________________.

El ángulo mide _______.

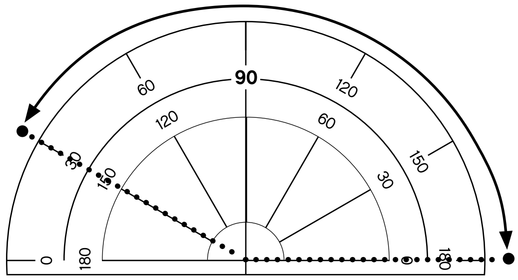
c)



El ángulo es ____________________.

El ángulo mide _______.

d)

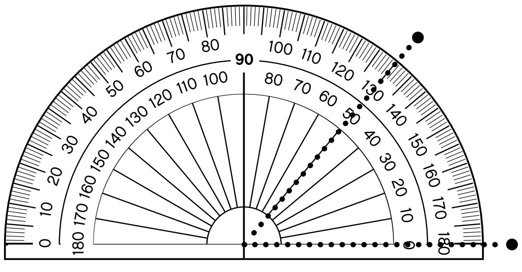


El ángulo es ____________________.

El ángulo mide _______.

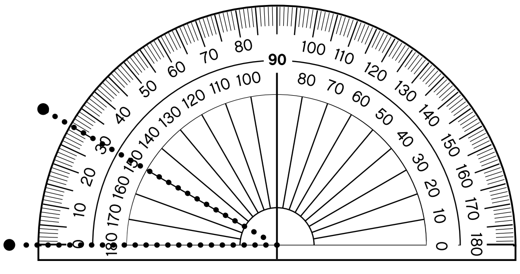
6. Indica si el ángulo es agudo u obtuso. Luego, escribe la medida del ángulo.

a)



________________________, ________

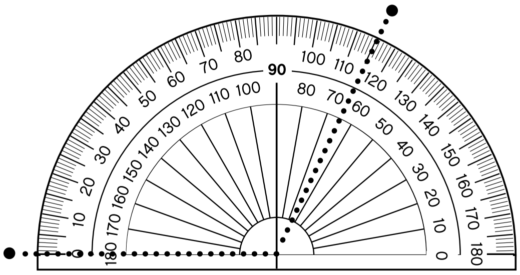
b)



________________________, ________

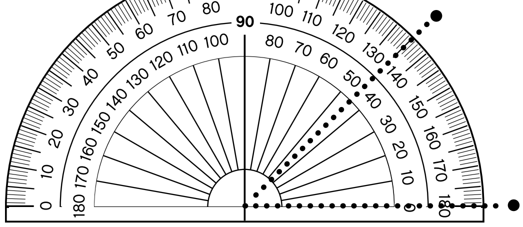
7. Indica si el ángulo es agudo u obtuso. Luego, escribe la medida del ángulo.

a)



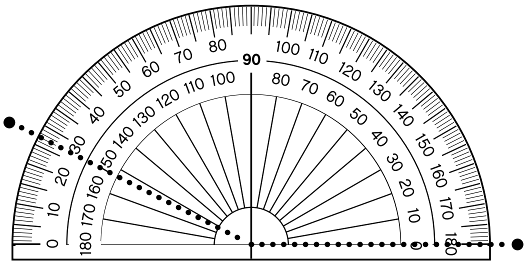
_______________________, ________

b)



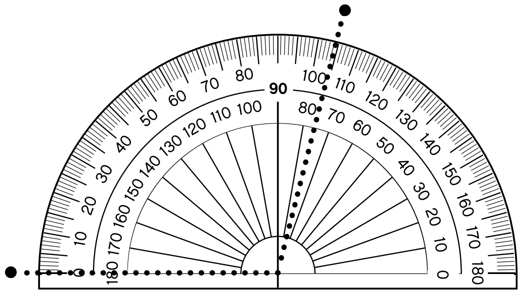
_______________________, ________

c)



_______________________, ________

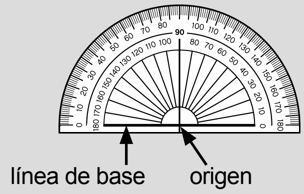
d)



_______________________, ________

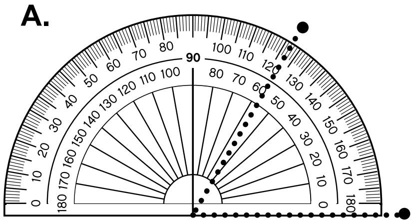
Los transportadores tienen una **línea de base** y un **origen**.

Para medir un ángulo, alineamos la línea de base del transportador con un lado del ángulo y colocamos el origen del transportador en el vértice del ángulo.

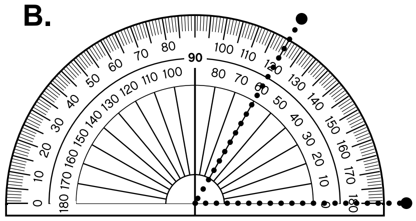


8. a) ¿En qué imagen está colocado correctamente el transportador? ________

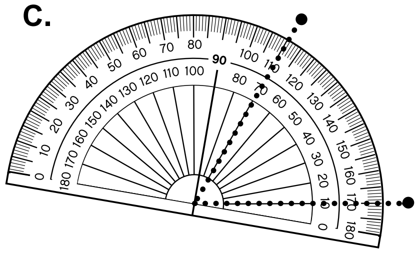
A.



B.



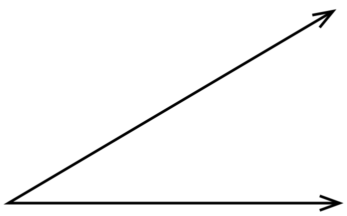
C.



b) ¿Por qué son incorrectas las otras imágenes?

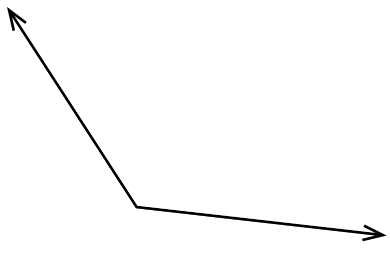
9. Mide los ángulos utilizando un transportador. Alarga los lados si es necesario.

a)



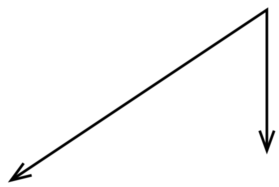
______

b)



______

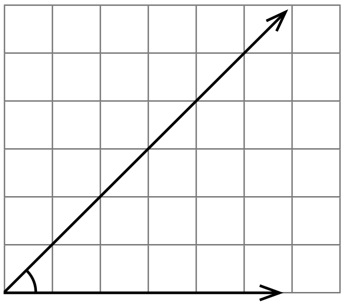
c)

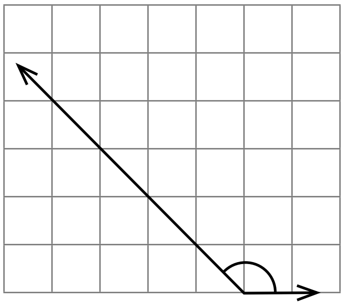


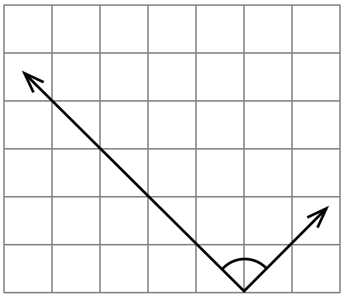
______

G6-3 Estimar ángulos

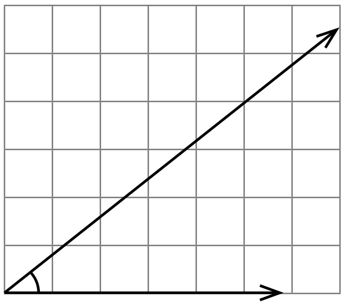
1. Mide los ángulos utilizando un transportador. Escribe la medida al lado de los ángulos. Alarga los lados si es necesario.

a) 

b) 

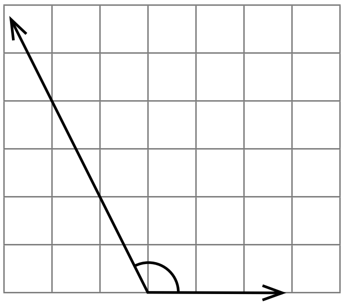
c) 

2. Utiliza la cuadrícula para estimar los ángulos. Luego, mide el ángulo para comprobar tu estimación.

a) 

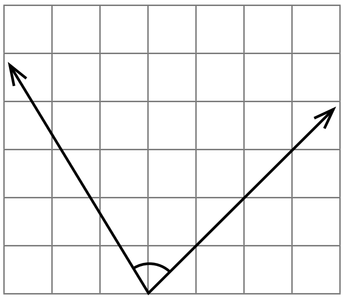
Estimación: ______

Real: ______

b) 

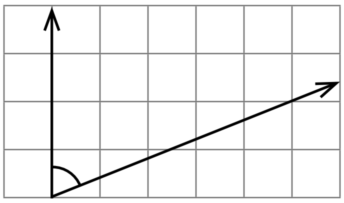
Estimación: ______

Real: ______

c) 

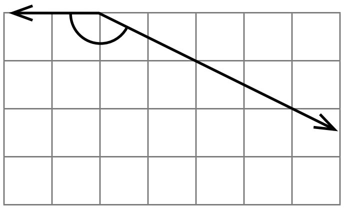
Estimación: ______

Real: ______

d) 

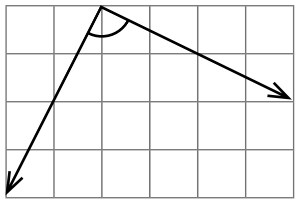
Estimación: ______

Real: ______

e) 

Estimación: ______

Real: ______

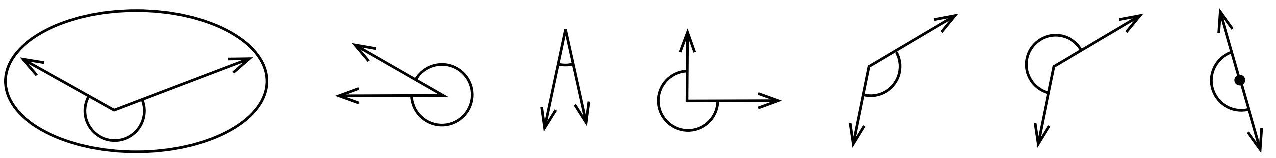
EXTRA ▶ 

Estimación: ______

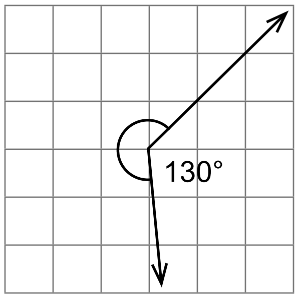
Real: ______

Los **ángulos cóncavos** son mayores que los ángulos llanos. Miden entre 180° y 360°.

3. Encierra los ángulos cóncavos.

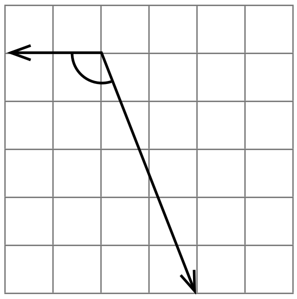


4. Un giro completo son 360°. Estima la medida del ángulo agudo u obtuso. Luego, resta para estimar la medida del ángulo cóncavo.

a) 

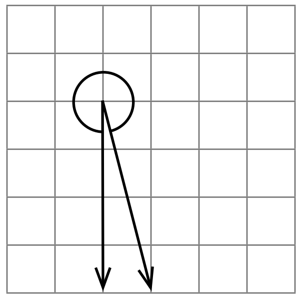
Estimación: *360° − 130°* =

= *230°*

b) 

Estimación: ___________ =

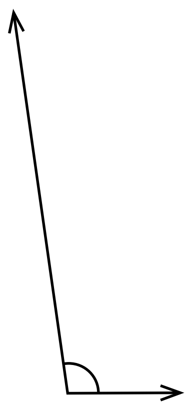
= _____

c) 

Estimación: ___________ =

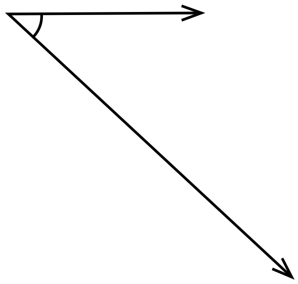
= _____

5. Estima las medidas de los ángulos. Luego, utiliza un transportador para comprobarlas.

a) 

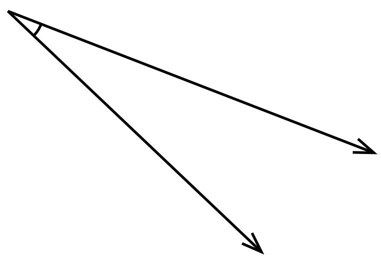
Estimación: _____

Real: _____

b) 

Estimación: _____

Real: _____

c) 

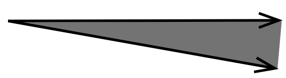
Estimación: _____

Real: _____

6. El ángulo sombreado mide 10°.

a) Utiliza la estimación para dibujar una semirrecta que forme un ángulo de 20° con el lado superior del ángulo. No utilices un transportador.

b) Mide el ángulo que has formado. ¿Se acerca a tu estimación?



____

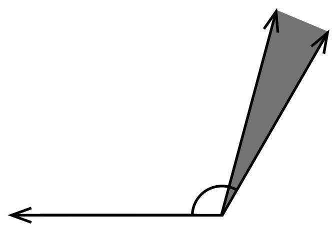
7. Álex divide el ángulo mayor en ángulos menores iguales.
El primer ángulo menor está sombreado.

a) Estima el tamaño del ángulo que queda. _____

b) Estima el tamaño del ángulo sombreado. _____

c) ¿Cuántos ángulos menores caben en el ángulo mayor? _____

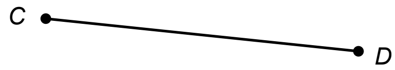
d) Mide los ángulos para comprobar tus estimaciones.



G6-4 Construir ángulos

Utilizamos letras mayúsculas para nombrar puntos.
Utilizamos los puntos de los extremos para nombrar segmentos.

1. a) Mide el segmento *CD* al milímetro más cercano.

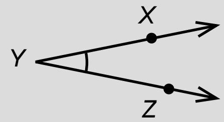


$CD =$ ______

b) Dibuja un segmento *EF* que mida 4 cm de largo.

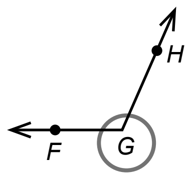
Cuando nombramos un ángulo, escribimos el vértice en el medio.

Ejemplo: Este ángulo se llama $\angle XYZ$ o $\angle ZYX$.



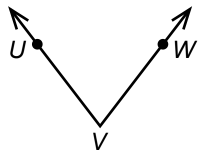
2. Encierra el vértice. Luego, nombra el ángulo.

a)



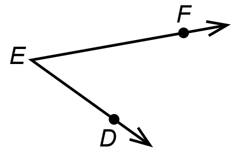
$\angle$ <u>FGH</u>

b)



$\angle$________

c)

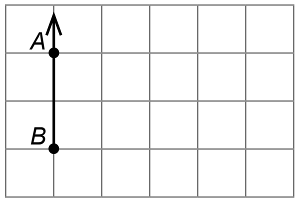


$\angle$________

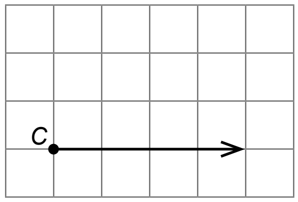
3. a) ¿Cuánto es la mitad de 90? ______

b) Uno de los lados del ángulo está dibujado. Utiliza una regla y la cuadrícula para dibujar el ángulo de la medida dada. Marca el ángulo.

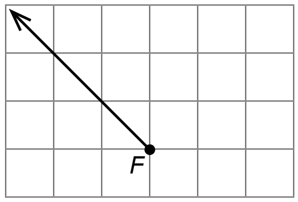
i) $\angle ABC = 90°$
90°



ii) $\angle BCD = 45°$



iii) $\angle EFG =$

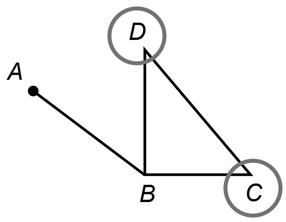


c) Utiliza un transportador para comprobar tu trabajo en el ejercicio *b*).

Cuando no hay lugar a confusión, podemos nombrar un ángulo con la letra del vértice.

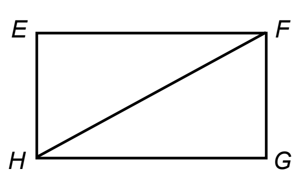
4. Encierra los vértices de los ángulos que puedes nombrar utilizando solo la letra del vértice y nómbralos.

a)



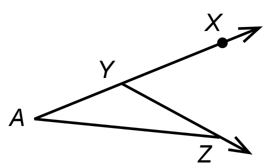
<u>$\angle D$, $\angle C$</u>

b)



____

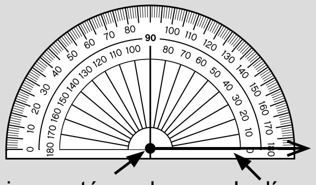
c)



____

Para dibujar un ángulo de 60°:

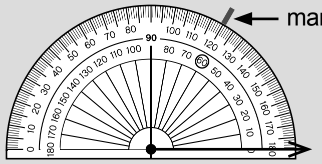
Paso 1: Dibujamos una semirrecta. Colocamos el transportador así:



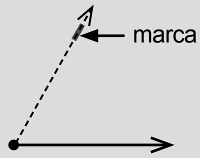
El origen está en el extremo de la semirrecta.

La línea de base se alinea con la semirrecta.

Paso 2: Hacemos una marca en los 60°.

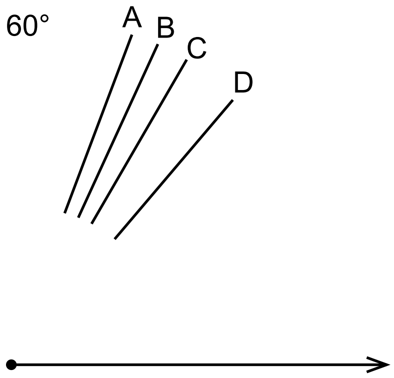


Paso 3: Dibujamos una semirrecta del extremo a la marca.

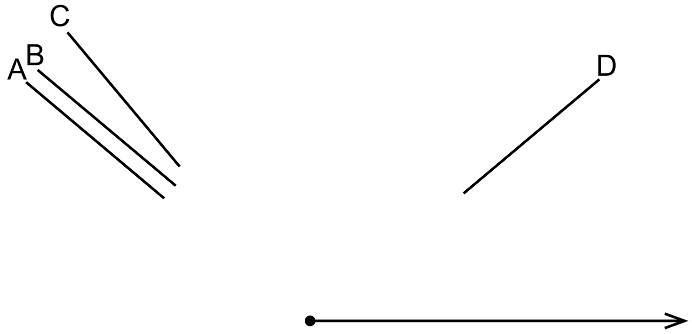


5. Sitúa el transportador como se indica en el Paso 1. ¿Qué marca se alinea con el ángulo dado?

a) 60°

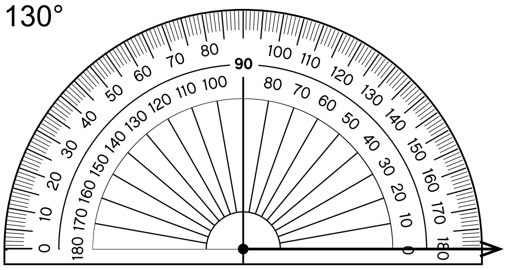


b) 140°

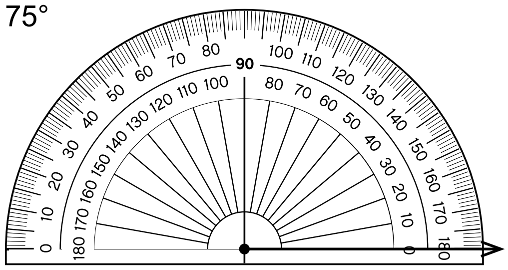


6. Termina de dibujar los ángulos.

a) 130°

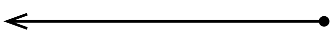


b) 75°

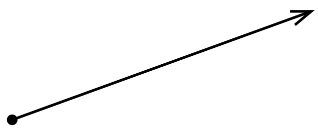


7. Utiliza un transportador para terminar de dibujar los ángulos.

a) 40°



b) 160°



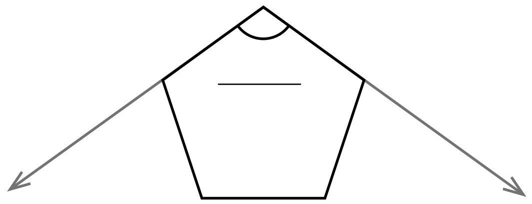
8. Utiliza un transportador para dibujar los ángulos y márcalos.

a) $\angle ABC = 35°$ b) $\angle DEF = 135°$ c) $\angle LOM = 72°$ d) $\angle UVW = 116°$

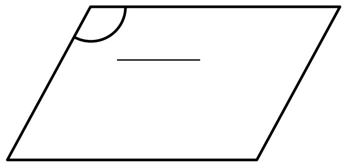
G6-5 Ángulos de polígonos

1. Alarga los lados de los ángulos marcados con un arco. Luego, mide los ángulos.

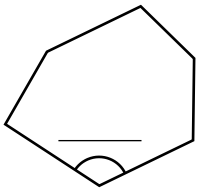
a)



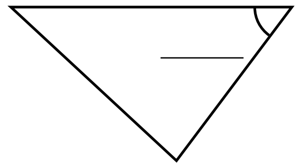
b)



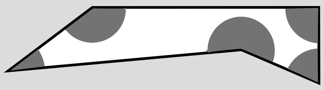
c)



d)

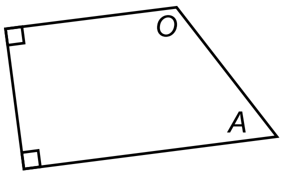


En el ejercicio 1 hemos medido un **ángulo interior** de cada polígono.
En esta imagen, los ángulos interiores del polígono están sombreados.

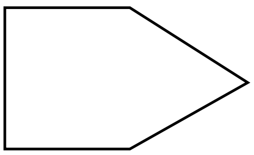


2. Marca los ángulos interiores de los polígonos. Indica los ángulos rectos con un cuadrado pequeño, los agudos con una *A*, los obtusos con una *O* y los cóncavos con una *C*.

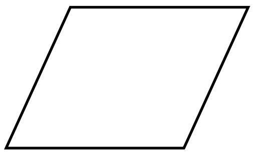
a)



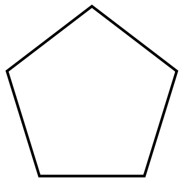
b)



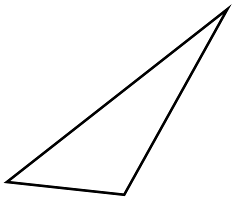
c)



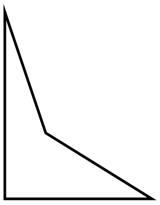
d)



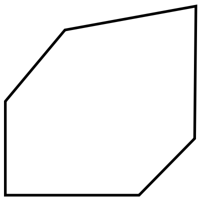
e)



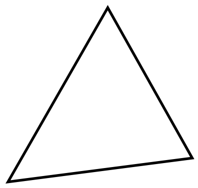
f)



g)

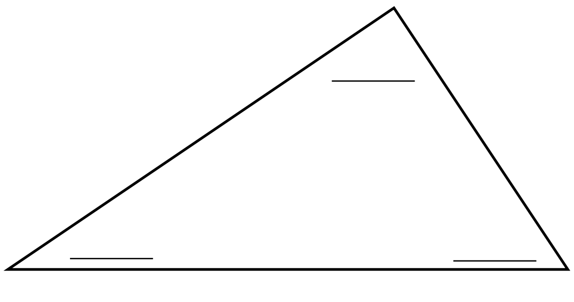


h)

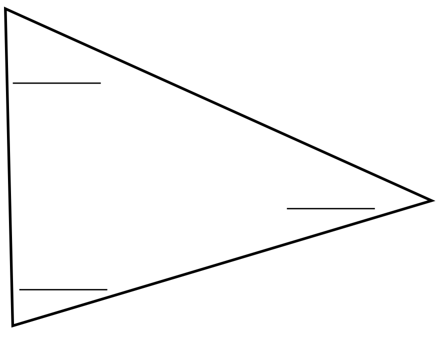


3. Mide los ángulos de los triángulos.

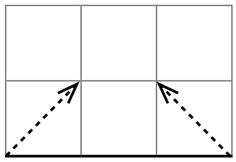
a)



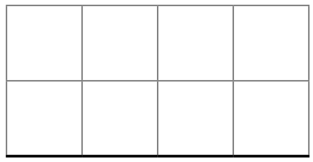
b)



4. a) Dibuja un triángulo con dos ángulos de 45° y el lado entre ellos como se muestra.

i) 

3 cm

ii) 

4 cm

b) Mide el tercer ángulo de los triángulos que has dibujado.

i) ______ ii) ______

5. Construye un triángulo con lados de 5 cm y 4 cm y un ángulo de 50° entre ellos siguiendo estos pasos:

a) Con una regla, marca un segmento de 5 cm de largo en la recta de la derecha. Marca los extremos como A y B.

b) Utiliza el segmento de *a*) y un transportador para construir $\angle A = 50°$.

c) Marca un punto C en la semirrecta para que $AC = 4$ cm.

d) Dibuja un segmento BC.

6. Construye un cuadrilátero con 3 lados de 55 mm y ángulos de 60° y 120° siguiendo estos pasos:

a) Dibuja $\angle D = 60°$.

b) Marca los puntos E y G en los lados del ángulo para que $DE = 55$ mm y $DG = 55$ mm.

c) Dibuja $\angle DEF = 120°$. Marca el punto F para que $EF = 55$ mm.

d) Dibuja un segmento FG.

e) Mide el segmento FG, $\angle F$ y $\angle G$. ¿Qué observas?

____

____

7. Utiliza los métodos de los ejercicios 5 y 6 para dibujar los siguientes polígonos:

a) Un triángulo HIJ con $HI = IJ = 43$ mm y $\angle HIJ = 25°$.

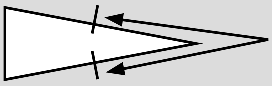
b) Un cuadrilátero $KLMN$ con $KL = MN = 5$ cm, $LM = 6$ cm y $\angle L = \angle M = 100°$.

EXTRA ▶ Un pentágono $PQRST$ con todos los lados de 4 cm de largo y todos los ángulos de 108°.

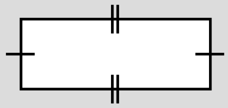
G6-6 Clasificar polígonos

Utilizamos **marcas** para señalar los lados iguales de los polígonos.

Este triángulo tiene 2 lados iguales.

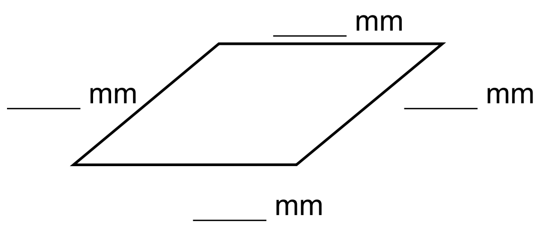


Los lados opuestos de un rectángulo son iguales.

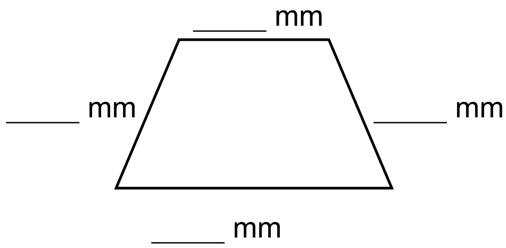


1. Mide los lados de los polígonos al milímetro más cercano. Señala los lados iguales con marcas.

a)



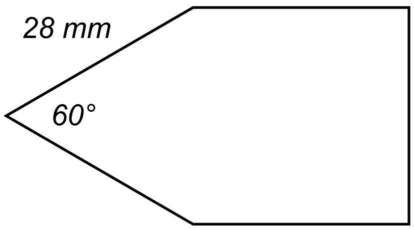
b)



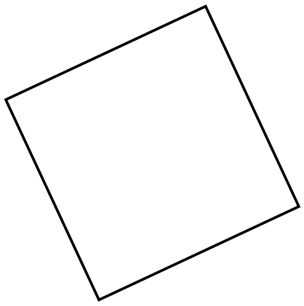
Un polígono que tiene todos los lados de la misma longitud se llama **polígono equilátero**.

2. Mide los lados de los polígonos al milímetro más cercano. Mide los ángulos de los polígonos. Pinta los polígonos equiláteros.

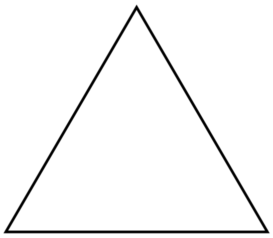
a)



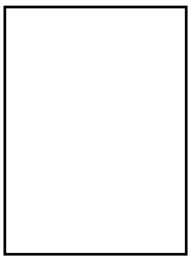
b)



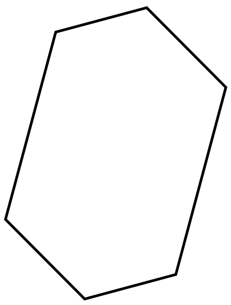
c)



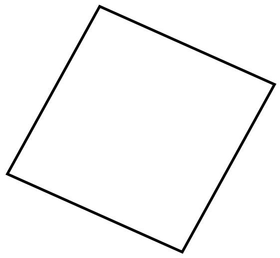
d)



e)



f)



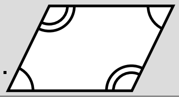
Los **polígonos regulares** tienen todos los lados de la misma longitud y todos los ángulos de la misma medida.

3. a) Encierra los polígonos regulares del ejercicio 2.

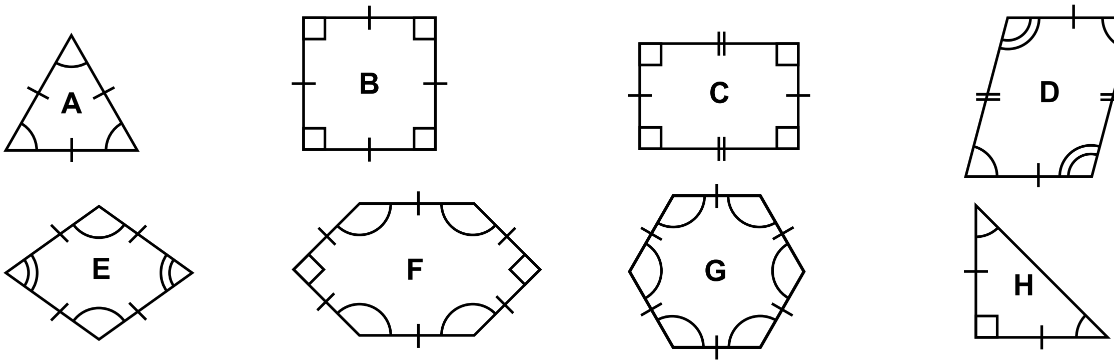
b) ¿Qué polígonos del ejercicio 2 son equiláteros pero no regulares? ___________

c) ¿Qué polígonos del ejercicio 2 tienen todos los ángulos iguales pero no son regulares? _________

Para indicar ángulos iguales, los marcamos con arcos, arcos dobles o (para los ángulos rectos) cuadrados pequeños. Este polígono tiene dos pares diferentes de ángulos iguales.



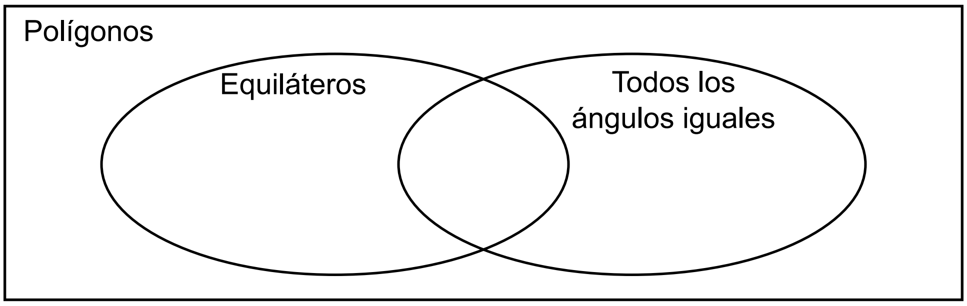
4. a) Encierra los polígonos regulares.



b) Clasifica los polígonos. Algunos polígonos pertenecen a ambas filas.

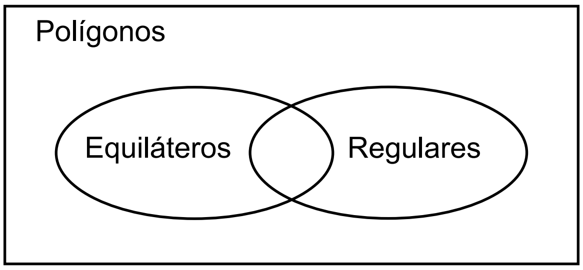
Polígonos con todos los ángulos iguales	*A,*
Polígonos equiláteros	*A,*

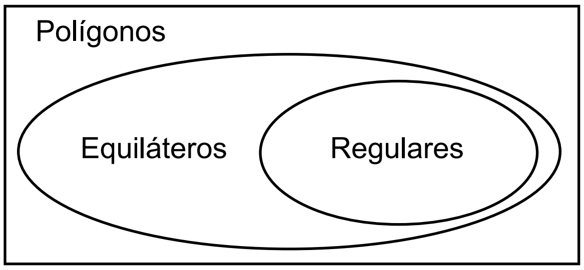
c) Utiliza la tabla de la actividad anterior para clasificar los polígonos en el diagrama de Venn.



d) ¿Qué zona del diagrama de Venn contiene todos los polígonos regulares? ____________________

e) ¿Qué diagrama de Venn tendrá siempre una zona vacía? Sombréala.





5. Utiliza un transportador y una regla para dibujar los polígonos.

a) Dibuja un triángulo ABC con $AB = 5$ cm y $\angle A = \angle B = 60°$. ¿Es ABC un triángulo regular?

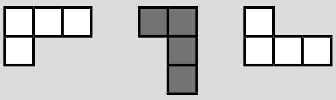
b) Dibuja un cuadrilátero $DEFG$ con $DE = EF = 5$ cm y $\angle D = \angle E = \angle F = 90°$. ¿Es $DEFG$ un cuadrilátero regular?

c) Dibuja un cuadrilátero $HIJK$ con $\angle H = \angle I = \angle J = 90°$, para que no sea un cuadrilátero regular.

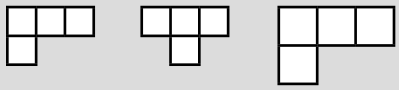
G6-7 Congruencia

Dos figuras son **congruentes** si tienen la misma forma y el mismo tamaño. Si colocamos una figura encima de la otra y las alineamos, coincidirán exactamente.

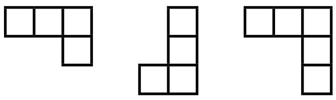
Figuras congruentes:

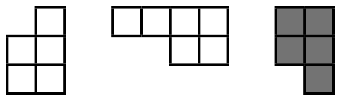


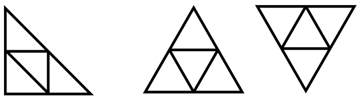
Figuras no congruentes:

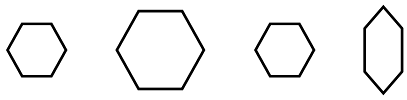


1. Encierra las dos figuras congruentes en cada caso.

a) 

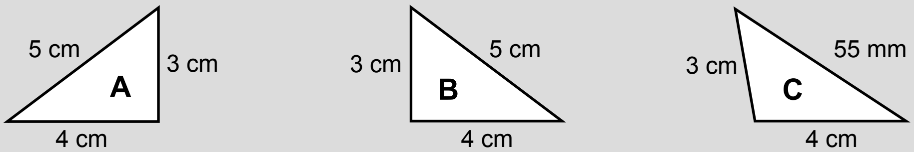
b) 

c) 

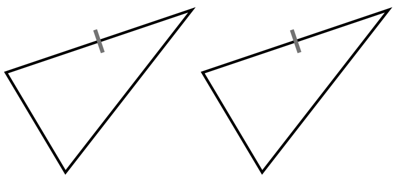
d) 

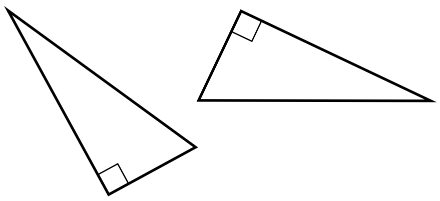
Los polígonos congruentes tienen lados de la misma longitud.

Ejemplo: Los triángulos A y B son congruentes. Los triángulos B y C no son congruentes.

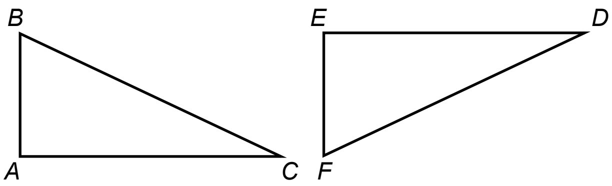


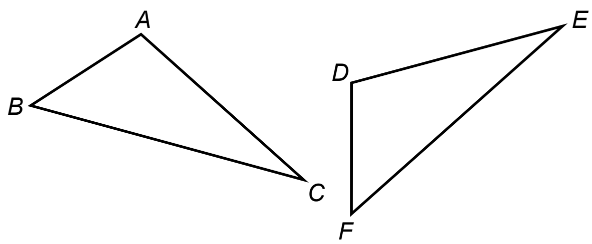
2. Los dos triángulos de cada ejercicio son congruentes. Señala los lados iguales con marcas. Un par de lados en *a*) ya están señalados.

a) 

b) 

3. Los triángulos *ABC* y *DEF* son congruentes. ¿Qué lado del triángulo *ABC* es igual al lado dado del triángulo *DEF*?

a) 

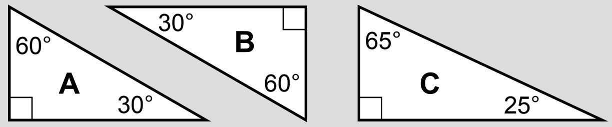
b) 

DE = <u>AC</u>, *EF* = ______, *DF* = ______

DE = ______, *EF* = ______, *DF* = ______

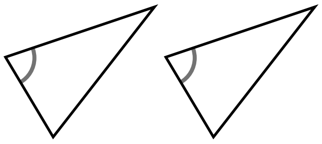
Si dos polígonos son congruentes, tienen ángulos del mismo tamaño.

Ejemplo: Los triángulos A y B son congruentes, por lo que tienen ángulos del mismo tamaño. Los triángulos B y C tienen ángulos de diferentes tamaños, por lo que no son congruentes.

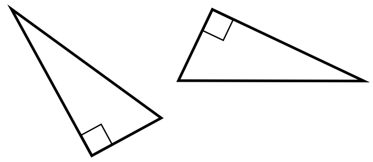


4. Los dos triángulos de cada ejercicio son congruentes. Marca los ángulos iguales con el mismo número de arcos. Un par de ángulos ya están marcados.

a)

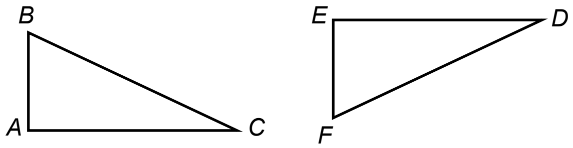


b)



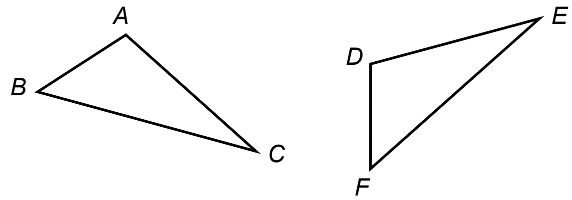
5. Los triángulos *ABC* y *DEF* son congruentes. ¿Qué ángulo del triángulo *ABC* es igual que el ángulo dado del triángulo *DEF*?

a)



$\angle D = \underline{\ \angle C\ }$, $\angle E =$ ______, $\angle F =$ ______

b)



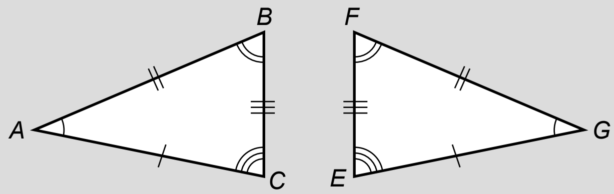
$\angle D =$ ______, $\angle E =$ ______, $\angle F =$ ______

Para comprobar si dos polígonos son congruentes, imaginamos que los colocamos uno encima del otro, tratando de que coincidan exactamente.

Comparamos los ángulos situados uno encima del otro: $\angle A = \angle G$, $\angle B = \angle F$, $\angle C = \angle E$.

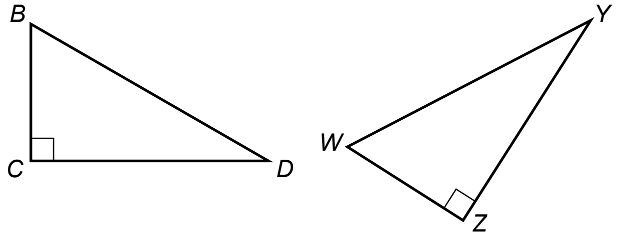
Comparamos las longitudes de los lados situados uno encima del otro: $AB = GF$, $BC = FE$, $CA = EG$.

Si todos los pares de ángulos y todos los pares de lados son iguales, los polígonos son congruentes.

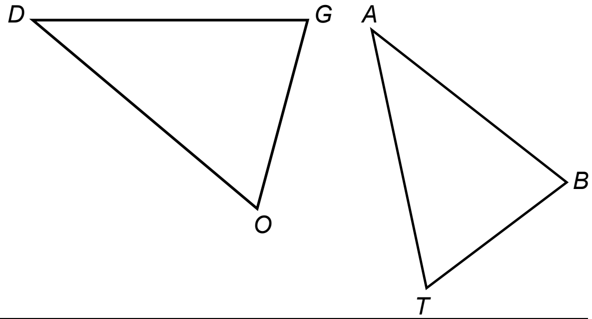


6. ¿Los triángulos son congruentes? Utiliza una regla y un transportador para comprobarlo. Si es así, escribe los pares de lados iguales y ángulos iguales que coinciden.

a)



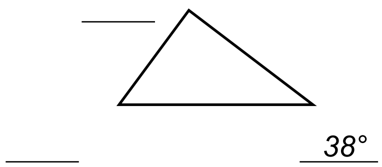
b)



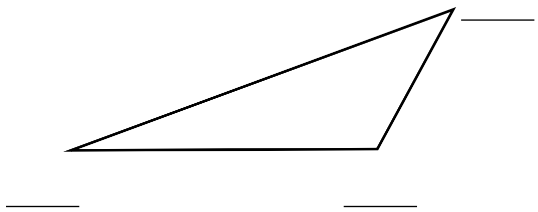
G6-8 Clasificar triángulos

1. Mide y etiqueta los ángulos de los triángulos. Alarga los lados de los ángulos si es necesario.

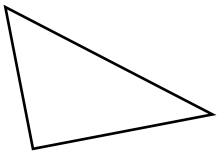
a)

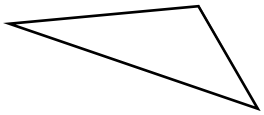


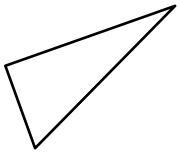
b)

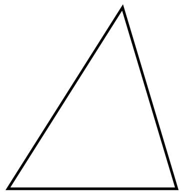


2. Marca los ángulos mayores de los triángulos con un arco.

a) 

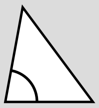
b) 

c) 

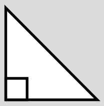
d) 

Los triángulos se pueden clasificar según el tamaño del ángulo mayor.

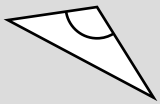
Triángulo **acutángulo**

El ángulo mayor es agudo. 

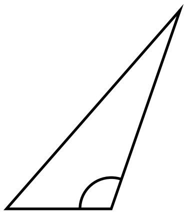
Triángulo **rectángulo**

El ángulo mayor es recto. 

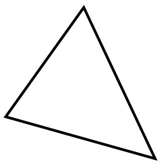
Triángulo **obtusángulo**

El ángulo mayor es obtuso. 

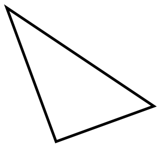
3. Marca los ángulos mayores de los triángulos con un arco. Utiliza un ángulo recto para comprobar si el ángulo es agudo, recto u obtuso. Luego, clasifica el triángulo.

a) 

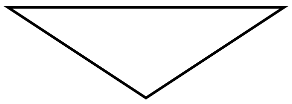
triángulo obtuso

b) 

____

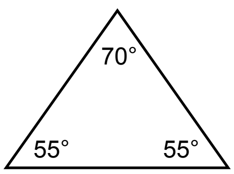
c) 

____

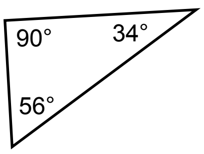
d) 

____

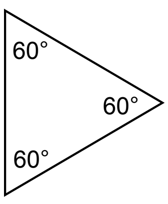
4. Clasifica los triángulos.

a) 

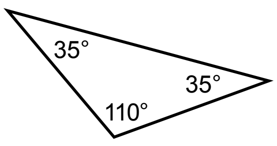
____

b) 

____

c) 

____

d) 

____

5. Utiliza una regla para dibujar los triángulos.

a) Triángulo agudo

b) Triángulo rectángulo

c) Triángulo obtuso

d) Triángulo sin un ángulo recto

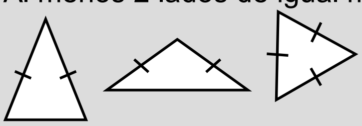
6. ¿Cuántos ángulos agudos tiene un triángulo agudo? Justifica tu respuesta. ______________________

____

Los triángulos se pueden clasificar según el número de **lados de igual medida**.

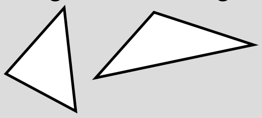
Triángulo **isósceles**

Al menos 2 lados de igual medida.



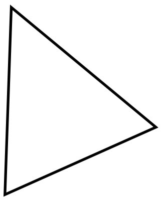
Triángulo **escaleno**

Ningún lado de igual medida.

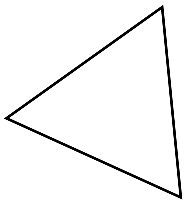


Los triángulos isósceles con 3 lados de igual medida se llaman **triángulos equiláteros**.

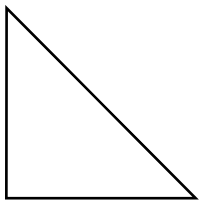
7. Mide los lados del triángulo que parezcan ser iguales. Marca los lados iguales e indica si el triángulo es equilátero, isósceles o escaleno.

a) 

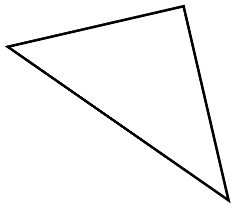
____

b) 

____

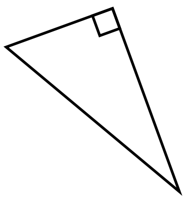
c) 

____

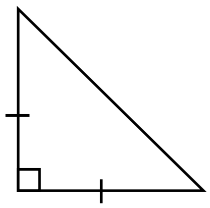
d) 

____

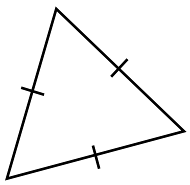
8. a) Indica si los triángulos son equiláteros, isósceles o escalenos.

i) 

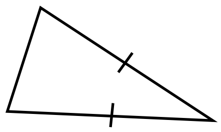
____

ii) 

____

iii) 

____

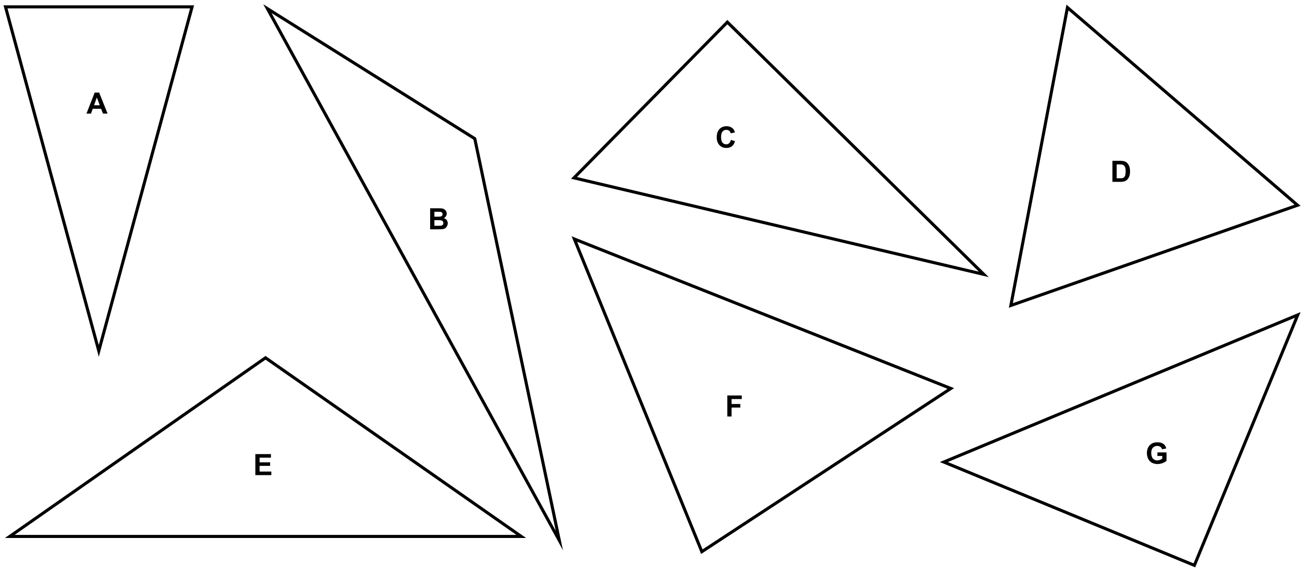
iv) 

____

b) Indica si los triángulos anteriores son agudos, rectángulos u obtusos.

i) ________________ ii) ________________ iii) ________________ iv) ________________

9. a) Marca los lados y ángulos de igual medida y los ángulos rectos de los triángulos. Comprueba la medida de los lados, con una regla, y los ángulos, con un transportador.



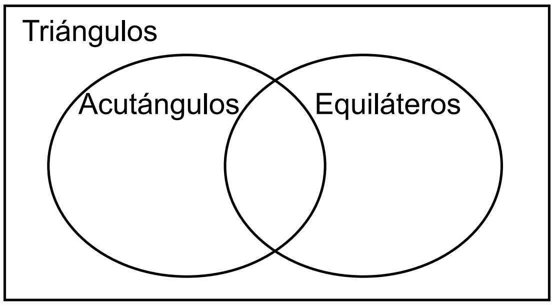
b) Clasifica los triángulos en las siguientes tablas:

Acutángulos	
Rectángulos	
Obtusángulos	

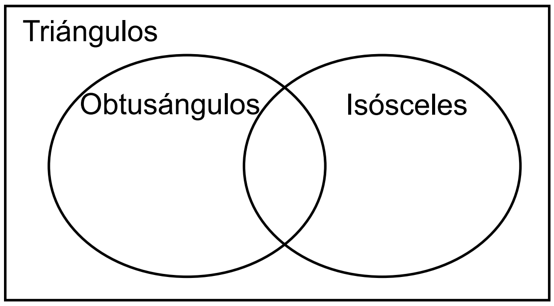
Equiláteros	
Isósceles	
Escalenos	

c) Clasifica los triángulos en 2 grupos en un diagrama de Venn.

i)



ii)



iii) Grupo 1: rectángulos
Grupo 2: escalenos

iv) Grupo 1: acutángulos
Grupo 2: escalenos

10. En cada triángulo del ejercicio 9, observa los dos ángulos que no son el mayor. ¿Son ángulos agudos, rectos u obtusos?

11. Utiliza una regla y un transportador para construir los triángulos. Utiliza las medidas de ángulos y lados para explicar por qué los triángulos que construyes son el mismo o diferentes.

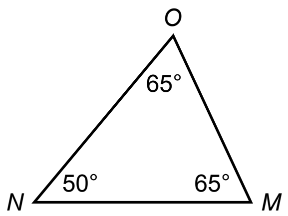
a) Dos triángulos escalenos rectos congruentes que apunten en direcciones diferentes.

b) Dos triángulos isósceles obtusos que no sean congruentes.

G6-9 Suma de los ángulos de triángulos y cuadriláteros

1. Suma las medidas de los ángulos de los triángulos.

a)

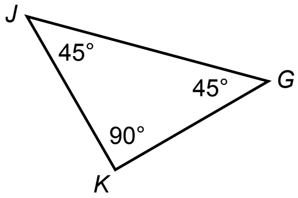


$\angle M + \angle N + \angle O =$

$=$ ________________ $=$

$=$ ______

b)

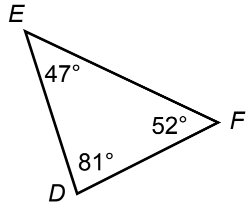


$\angle G + \angle J + \angle K =$

$=$ ________________ $=$

$=$ ______

c)

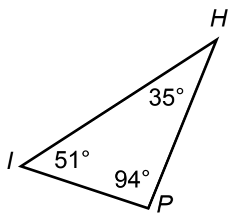


$\angle D + \angle E + \angle F =$

$=$ ________________ $=$

$=$ ______

d)



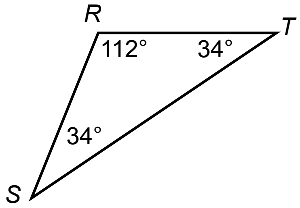
$\angle I + \angle P + \angle H =$

$=$

$=$ ________________ $=$

$=$ ______

e)

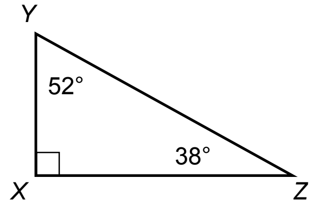


$\angle S + \angle R + \angle T =$

$=$ ________________ $=$

$=$ ______

EXTRA ▶



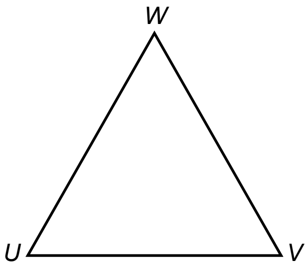
$\angle Z + \angle Y + \angle X$

$=$ ________________ $=$

$=$ ______

2. Mide los ángulos de los triángulos. Luego, suma los ángulos.

a)



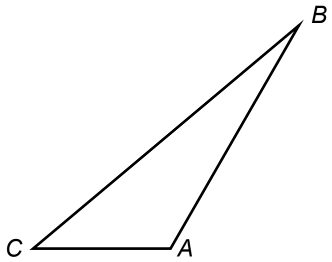
$\angle U =$ ______

$\angle V =$ ______

$\angle W =$ ______

$\angle U + \angle V + \angle W =$ ______

b)



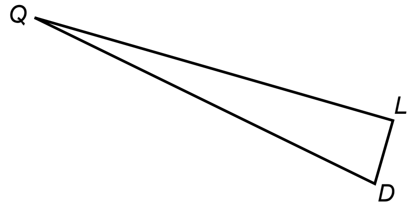
$\angle A =$ ______

$\angle B =$ ______

$\angle C =$ ______

$\angle A + \angle B + \angle C =$ ______

c)



$\angle D =$ ______

$\angle L =$ ______

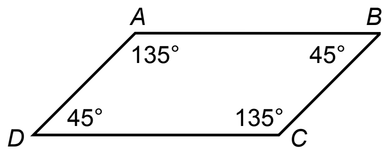
$\angle Q =$ ______

$\angle D + \angle L + \angle Q =$ ______

3. Fíjate en la suma de los ángulos de cada triángulo de los ejercicios 1 y 2.
¿Qué observas?____

4. Suma las medidas de los ángulos de los cuadriláteros.

a)

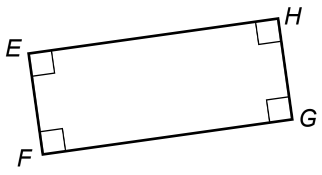


$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D =$

$=$ ____________________ $=$

$=$ ______

b)

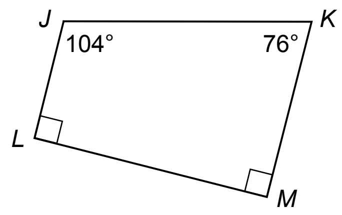


$\angle E + \angle F + \angle G + \angle H =$

$=$ ____________________ $=$

$=$ ______

c)



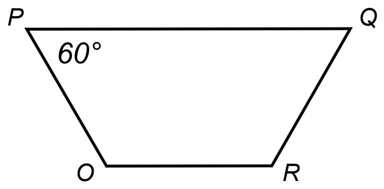
$\angle J + \angle K + \angle M + \angle L =$

$=$ ____________________ $=$

$=$ ______

5. Mide los ángulos de los cuadriláteros. Luego, suma los ángulos.

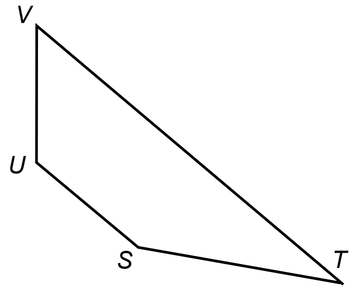
a)



$=$ ____________________ $=$

$=$ ______

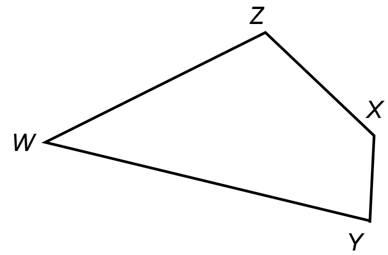
b)



$=$ ____________________ $=$

$=$ ______

c)



$=$ ____________________ $=$

$=$ ______

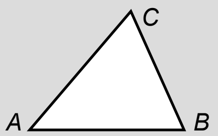
6. Fíjate en la suma de los ángulos de cada cuadrilátero de los ejercicios 4 y 5.

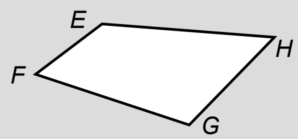
¿Qué observas? ____

La suma de los ángulos de un triángulo es 180°.

La suma de los ángulos de un cuadrilátero es 360°.

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ $\quad$ $\angle E + \angle F + \angle G + \angle H = 360°$





7. a) Un triángulo tiene un ángulo que mide 30° y un ángulo que mide 60°. ¿Cuánto mide el tercer ángulo del triángulo?

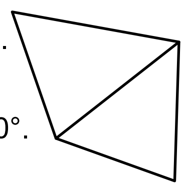
b) Un triángulo tiene dos ángulos de 45°. ¿Cuánto mide el tercer ángulo del triángulo?

c) Un triángulo tiene todos los lados iguales. ¿Cuánto mide cada ángulo?

8. a) ¿Un triángulo puede tener mas de un ángulo obtuso? Usa un esquema para justificarlo.

b) ¿Un triángulo puede tener más de un ángulo recto? Usa un esquema para justificarlo.

9. Utiliza la imagen para explicar por qué los ángulos de un cuadrilátero siempre suman 360°.

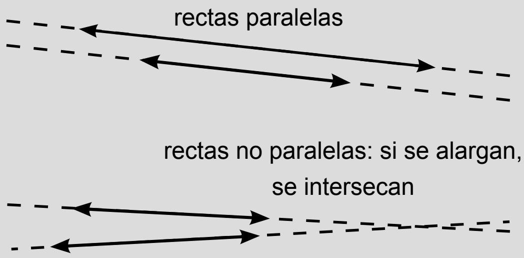


G6-10 Trapecios y paralelogramos

Las **rectas paralelas** son como rieles largos y rectos de unas vías de tren. Las rectas paralelas:

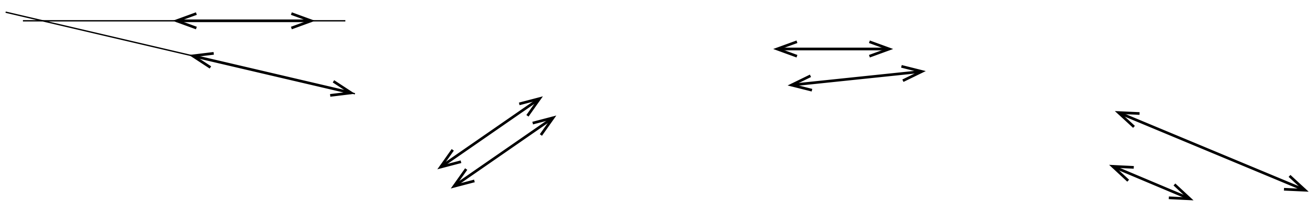
- Son rectas.
- Van en la misma dirección.

Las rectas pueden alargarse en ambas direcciones tanto como queramos. No importa su longitud, las rectas paralelas **nunca** se encuentran.



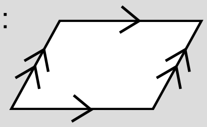
1. Alarga las rectas para comprobar si se intersecan. Luego, encierra las rectas paralelas.

a) b) c) d)



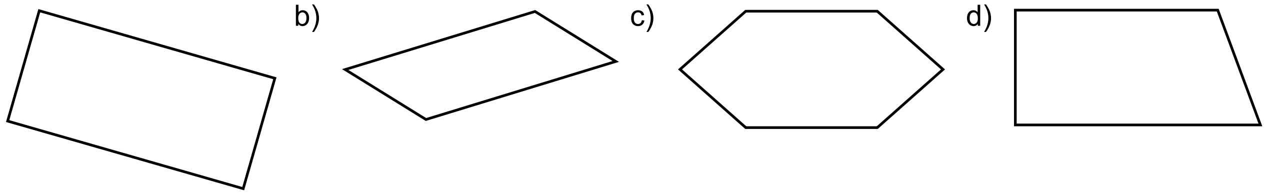
Utilizamos flechas para marcar los lados paralelos. Si hay más de un par de lados paralelos en una figura, utilizamos un número diferente de flechas para cada par.

Ejemplo:



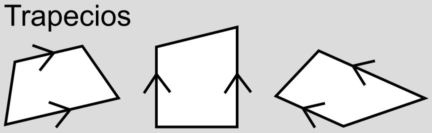
2. Marca todos los pares de lados paralelos de los polígonos.

a) b) c) d)

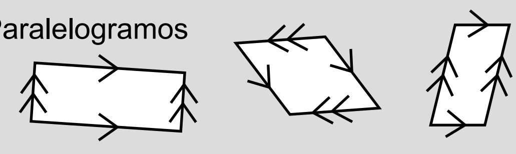


Los cuadriláteros con solo 1 par de lados paralelos se llaman **trapecios**.
Los cuadriláteros con 2 pares de lados paralelos se llaman **paralelogramos**.

Trapecios

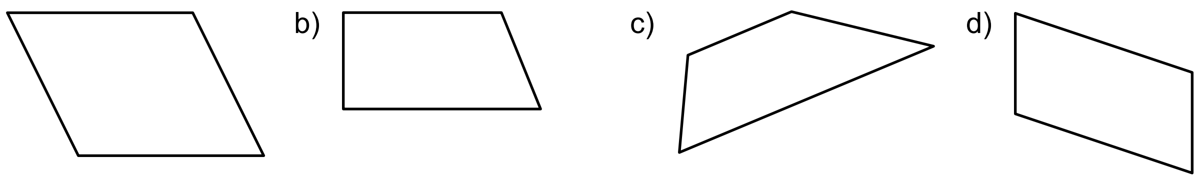


Paralelogramos



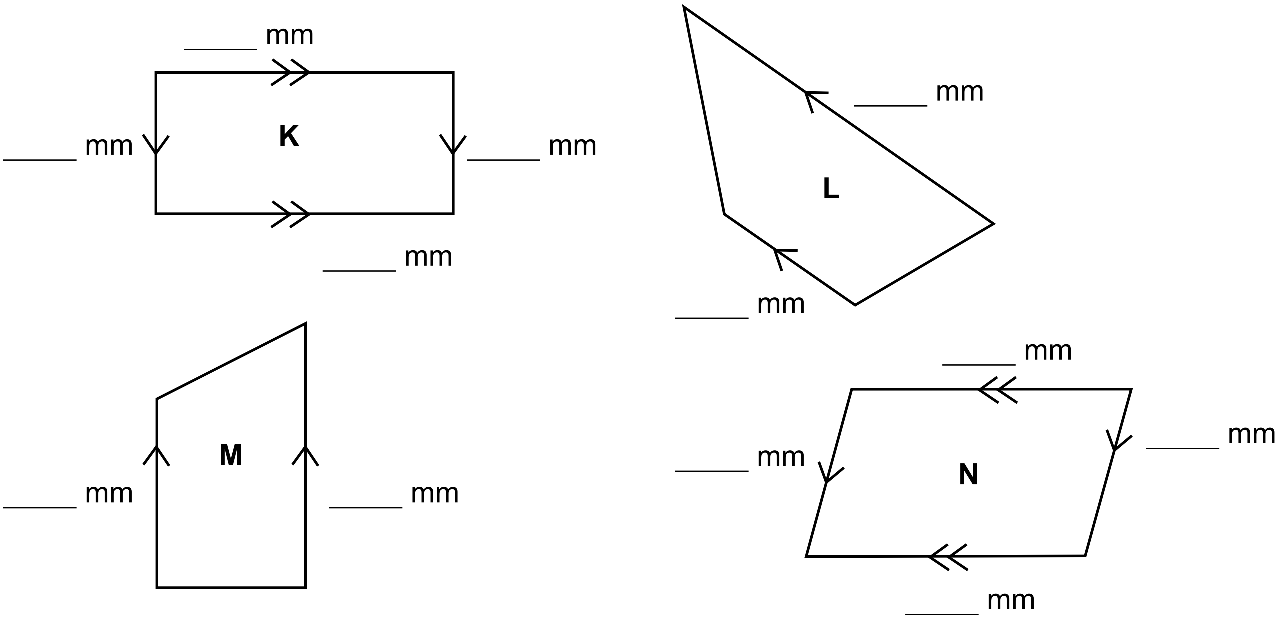
3. Marca los lados paralelos con flechas. Luego, identifica el tipo de cuadrilátero.

a) b) c) d)



_______________ _______________ _______________ _______________

4. a) Mide los lados paralelos de los cuadriláteros al milímetro más cercano.



b) Clasifica las figuras en las tablas.

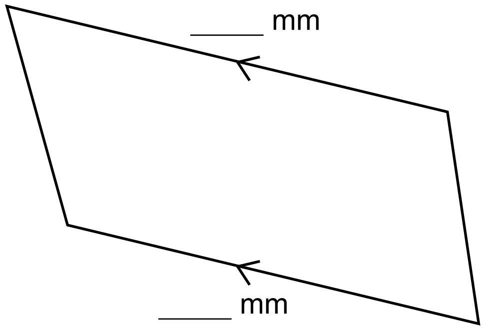
Paralelogramos	
Trapecios	

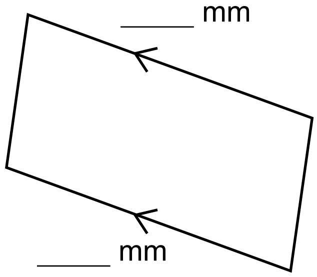
Lados paralelos iguales	
Lados paralelos diferentes	

c) ¿Qué observas en las tablas? ____

____

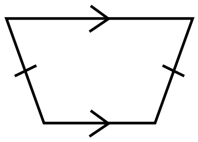
d) Un par de lados paralelos está marcado. Utiliza tu respuesta de *c*) para comprobar si los lados del otro par son paralelos. Luego, identifica el tipo de cuadrilátero.

i) 

ii) 

______________________________ ______________________________

5. Roberto cree que el cuadrilátero que se muestra es un paralelogramo porque los lados opuestos son iguales. ¿Tiene razón? Justifica tu respuesta.



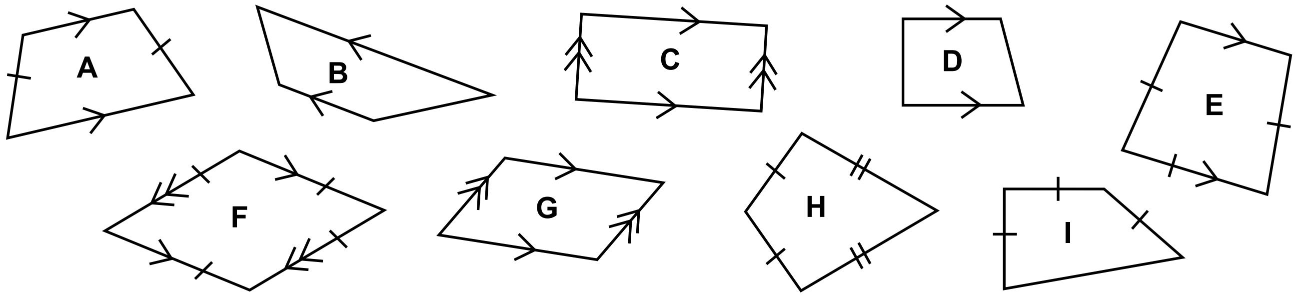
____

____

____

Los lados paralelos de un paralelogramo siempre son iguales. Los lados paralelos de un trapecio siempre tienen longitudes diferentes.

6. a) Los lados iguales no están marcados en dos de los cuadriláteros. Márcalos.



b) Pinta los paralelogramos de rojo y pinta los trapecios de azul.

c) Clasifica los cuadriláteros.

d) ¿Cuál es el número mayor de lados iguales que puede tener un paralelogramo? ________

e) ¿Cuál es el número mayor de lados iguales que puede tener un trapecio? _________

No tiene lados iguales.	
Tiene exactamente 2 lados iguales.	
Tiene exactamente 3 lados iguales.	
Tiene 4 lados iguales (equilátero).	
Tiene 2 pares diferentes de lados iguales.	

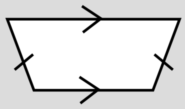
7. Un cuadrilátero tiene cuatro lados iguales.

a) ¿Puede ser un paralelogramo? _________ b) ¿Puede ser un trapecio? _________

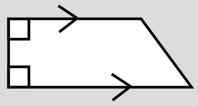
Un **trapecio isósceles** tiene lados no paralelos opuestos iguales.

Un **trapecio rectángulo** tiene dos ángulos rectos.

trapecio isósceles



trapecio rectángulo



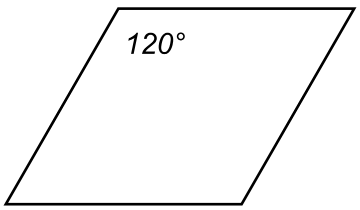
8. a) Marca los ángulos rectos en los cuadriláteros del ejercicio 6. Compruébalo con un ángulo recto.

b) ¿Qué cuadriláteros del ejercicio 6 son trapecios rectángulos? ____________________

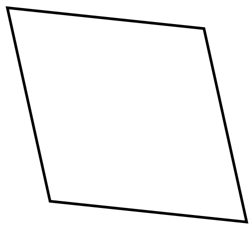
c) ¿Qué cuadriláteros del ejercicio 6 son trapecios isósceles? ____________________

9. a) Mide los ángulos de los paralelogramos.

i)



ii)

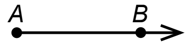


iii)

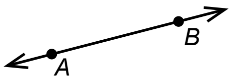
b) ¿Qué observas sobre los ángulos opuestos de un paralelogramo? ____________________

c) Observa los trapecios del ejercicio 6. ¿Tienen ángulos opuestos iguales? _________

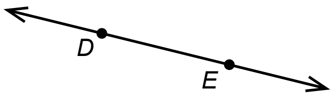
G6-11 Puntos y rectas

Objeto	punto	recta	segmento	semirrecta
Representación		 sin extremos	 2 extremos	 1 extremo
Nombre	*A*	*AB* (o *BA*)	*AB* (o *BA*)	*AB* (**no** *BA*)

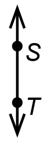
1. Nombra las rectas de dos maneras distintas.

a) 

recta __*AB*__ o ______

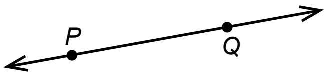
b) 

recta ______ o ______

c) 

recta ______ o ______

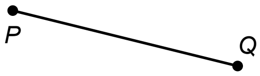
2. ¿Es *PQ* una recta, un segmento o una semirrecta?

a) 

PQ es ________________

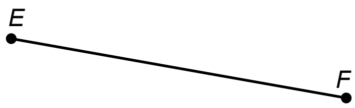
b) 

PQ es ________________

c) 

PQ es ________________

3. a) Mide en milímetros el segmento *EF*.



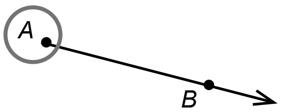
EF = ______

b) Traza un segmento de 5 cm de largo. Llámalo (o desígnalo) *GM*.

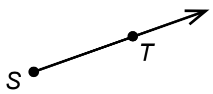
Las rectas y las semirrectas pueden alargarse. Las semirrectas solo pueden alargarse por donde no tienen extremo. Recuerda que al designar una semirrecta, escribimos *primero* el punto que corresponde al extremo.

extremo

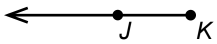
4. Encierra el extremo de las semirrectas. A continuación, nómbralas.

a) 

semirrecta __*AB*__

b) 

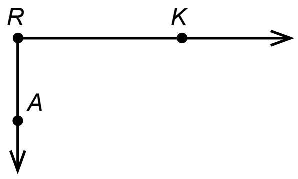
semirrecta ______

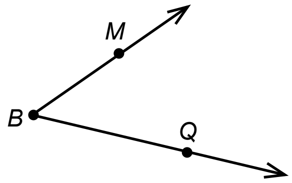
c) 

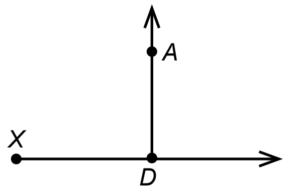
semirrecta ______

5. Alarga las semirrectas del ejercicio 4.

6. Nombra las semirrectas.

a) 

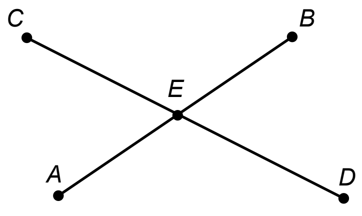
b) 

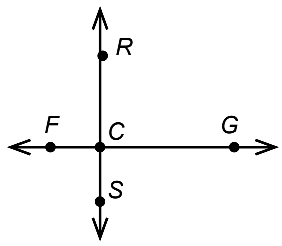
c) 

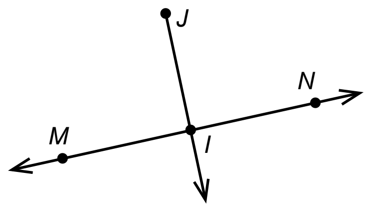
a) *RA* y ______ b) ______ y ______ c) ______ y ______

El punto en el que las rectas, semirrectas o segmentos se cortan se llama **punto de intersección**.

7. Nombra las dos rectas, segmentos o semirrectas que se cortan y el punto de intersección.

a) 

b) 

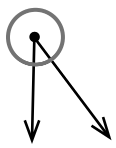
c) 

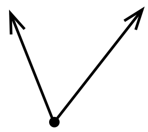
a) *CD* y ______ se intersecan en ______

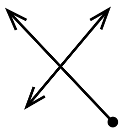
b) ______ y ______ se intersecan en ______

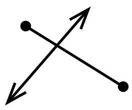
c) ______ y ______ se intersecan en ______

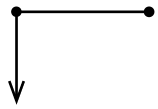
8. Encierra los puntos de intersección.

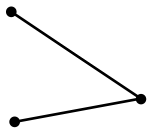
a) 

b) 

c) 

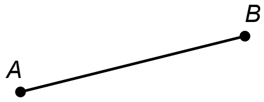
d) 

e) 

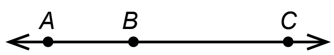
f) 

9. a) Dibuja un punto *P* en *AB*.

b) Traza el segmento *XY* que se interseca con *AB* en el punto *P*.



Extra ▶ Nombra de seis maneras distintas.



AB, *AC*, ______, ______, ______, ______

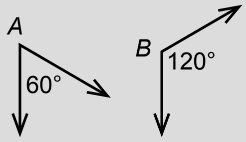
G6-12 Ángulos suplementarios y opuestos

Dos ángulos son **ángulos suplementarios** si suman 180°.

Ejemplo: $\angle A = 60°$ y $\angle B = 120°$

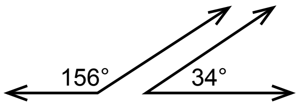
$\angle A + \angle B = 60° + 120° = 180°$

$\angle A$ y $\angle B$ son ángulos suplementarios.



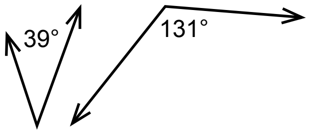
1. ¿Son suplementarios los siguientes ángulos? Encierra con un círculo "sí" o "no".

a)



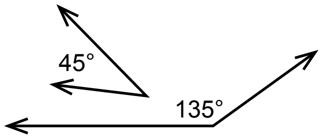
sí no

b)



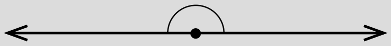
sí no

c)

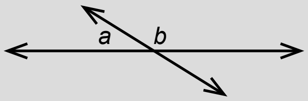


sí no

Un **ángulo llano** mide 180°.



Dos ángulos que al sumarse forman un ángulo llano son suplementarios. Ejemplos:

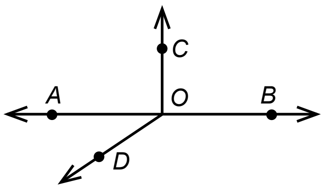


$\angle a + \angle b = 180°$

$\angle ABD + \angle CBD = \angle ABC = 180°$

2. Encuentra los ángulos suplementarios de cada figura.

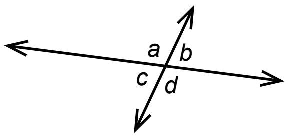
a)



$\angle AOC$ + ________ = 180°

$\angle AOD$ + ________ = 180°

b)



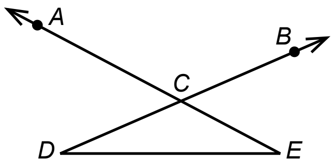
$\angle a$ + ______ = 180°

$\angle a$ + ______ = 180°

$\angle d$ + ______ = 180°

$\angle d$ + ______ = 180°

c)



$\angle ACD$ + ________ = 180°

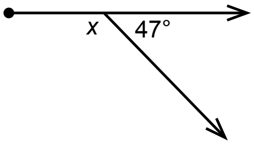
________ + ________ = 180°

________ + ________ = 180°

________ + ________ = 180°

3. Utiliza la medida de los ángulos suplementarios para encontrar la medida de $\angle x$.

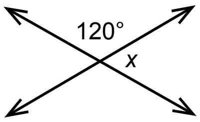
a)



$\angle x$ = *180° − 47°* =

= *133°*

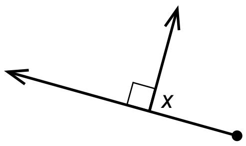
b)



$\angle x$ = __________________ =

= _______

c)

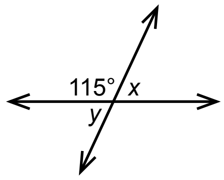


$\angle x$ = __________________ =

= _______

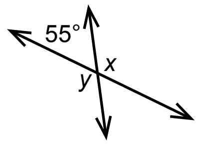
4. Encuentra $\angle x$ y $\angle y$.

a)



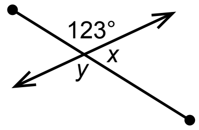
$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

b)

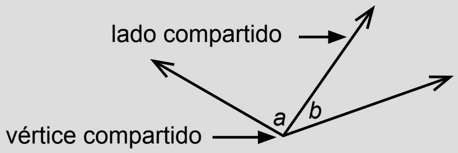
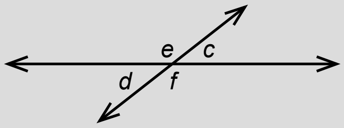


$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

c)

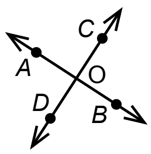


$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

> Los **ángulos adyacentes** se encuentran el uno al lado del otro. Comparten el vértice y un lado.
>
> 
>
>
> $\angle a$ y $\angle b$ son ángulos adyacentes.
>
> Los **ángulos opuestos** no son adyacentes y están formados por dos rectas secantes.
>
> 
>
>
> $\angle c$ y $\angle d$ son ángulos opuestos.
> $\angle e$ y $\angle f$ también son ángulos opuestos.

5. Indica los pares de ángulos opuestos.

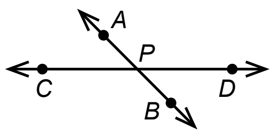
a)



$\angle AOC$ y $\angle$ ______

$\angle AOD$ y $\angle$ ______

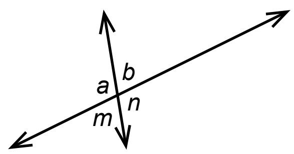
b)



______ y ______

______ y ______

c)

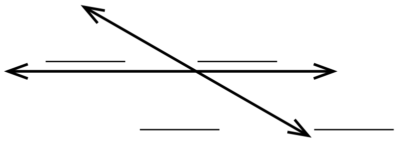


______ y ______

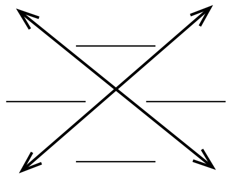
______ y ______

6. a) Mide los ángulos.

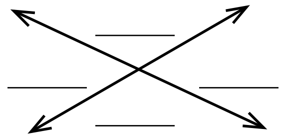
i)



ii)



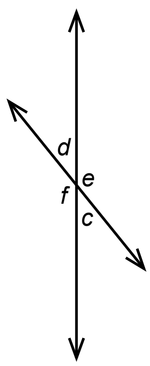
iii)



b) Compara las medidas de los ángulos opuestos. ¿Qué observas? ____________________

7. a) ¿Qué ángulos de la siguiente figura son suplementarios?

Hay cuatro pares diferentes. ______________________________



b) $\angle e + \angle c =$ ______°, por tanto, $\angle c =$ ______

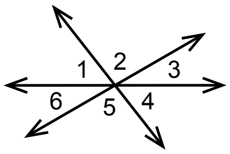
$\angle e + \angle d =$ ______°, por tanto, $\angle d =$ ______

c) ¿Qué puedes decir acerca de los ángulos opuestos $\angle c$ y $\angle d$?

d) Justifica $\angle e = \angle f$.

Los ángulos opuestos son iguales.

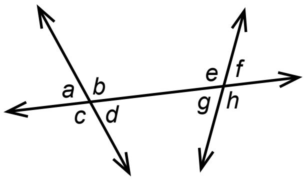
8. Indica los pares de ángulos opuestos (e iguales).

a) 

$\angle 1$ = $\angle 4$

______ = ______

______ = ______

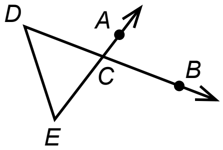
b) 

______ = ______

______ = ______

______ = ______

______ = ______

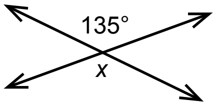
c) 

$\angle DCA$ = ______

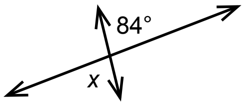
______ = ______

RECUERDA► Los ángulos de un triángulo suman 180°. Los ángulos que al combinarse forman una recta suman 180°.

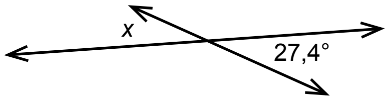
9. Encuentra los ángulos opuestos que faltan.

a) 

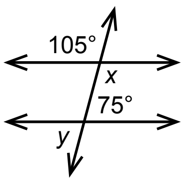
$\angle x$ = ______

b) 

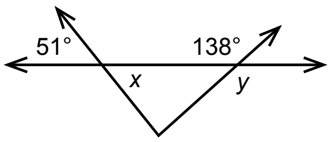
$\angle x$ = ______

c) 

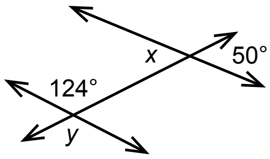
$\angle x$ = ______

d) 

$\angle x$ = ______, $\angle y$ = ______

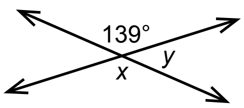
e) 

$\angle x$ = ______, $\angle y$ = ______

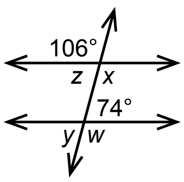
f) 

$\angle x$ = ______, $\angle y$ = ______

10. Encuentra los ángulos opuestos y los ángulos suplementarios que faltan.

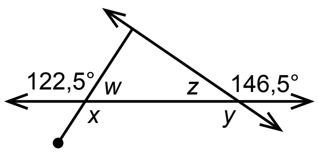
a) 

$\angle x$ = ______, $\angle y$ = ______

b) 

$\angle w$ = ______, $\angle x$ = ______

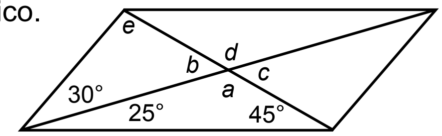
$\angle y$ = ______, $\angle z$ = ______

c) 

$\angle w$ = ______, $\angle x$ = ______

$\angle y$ = ______, $\angle z$ = ______

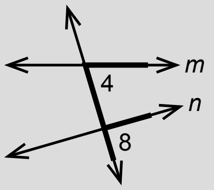
11. Encuentra los ángulos que faltan. Pista: Utiliza el orden alfabético.

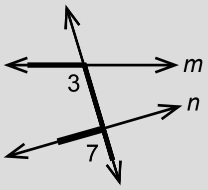


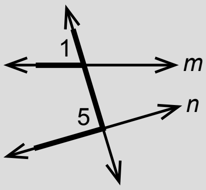
G6-13 Ángulos correspondientes y rectas paralelas

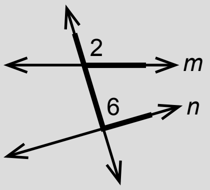
La representación de los **ángulos correspondientes** tiene una forma parecida a la letra F: 

Estos pares de ángulos son ángulos correspondientes de las rectas *m* y *n*:



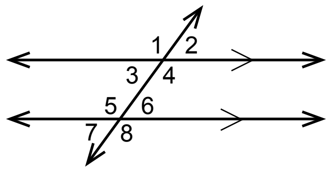






1. Indica los ángulos correspondientes.

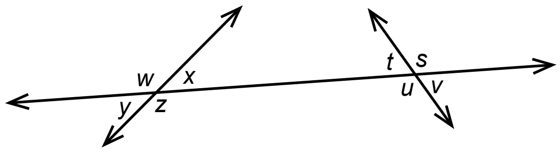
a)



$\angle 1$ y ______, $\angle 2$ y ______

$\angle 3$ y ______, $\angle 4$ y ______

b)

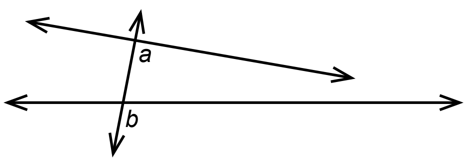


$\angle w$ y ______, $\angle x$ y ______

$\angle y$ y ______, $\angle z$ y ______

2. Mide los ángulos correspondientes *a* y *b*. ¿Tienen o no la misma medida?

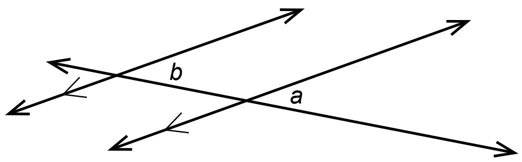
a)



$\angle a =$ ______, $\angle b =$ ______

Los ángulos correspondientes son _________.

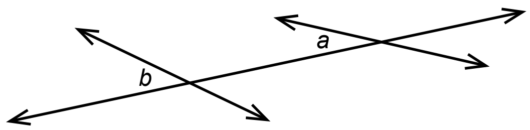
b)



$\angle a =$ ______, $\angle b =$ ______

Los ángulos correspondientes son _________.

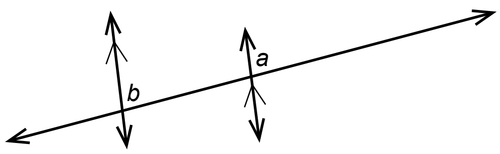
c)



$\angle a =$ ______, $\angle b =$ ______

Los ángulos correspondientes son _________.

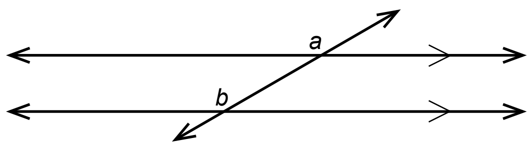
d)



$\angle a =$ ______, $\angle b =$ ______

Los ángulos correspondientes son _________.

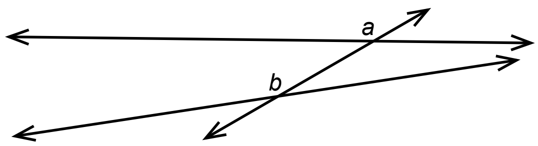
e)



$\angle a =$ ______, $\angle b =$ ______

Los ángulos correspondientes son _________.

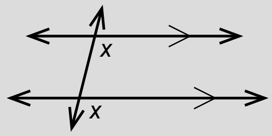
f)



$\angle a =$ ______, $\angle b =$ ______

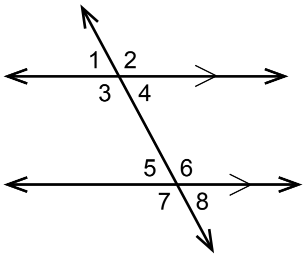
Los ángulos correspondientes son _________.

Cuando las rectas son paralelas, los ángulos correspondientes tienen la misma medida.



3. Indica los ángulos correspondientes iguales.

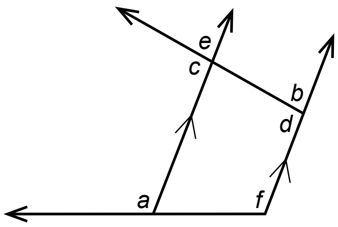
a)



$\angle 1 = \underline{\angle 5}$, $\angle 2 =$ ______

$\angle 3 =$ ______, $\angle 4 =$ ______

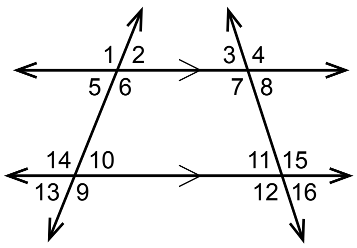
b)



$\angle a =$ ______, $\angle c =$ ______

$\angle e =$ ______

c)

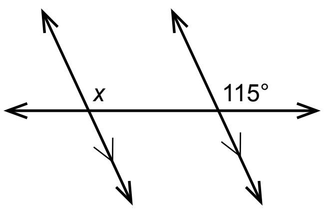


$\angle 3 =$ ______, $\angle 4 =$ ______

$\angle 5 =$ ______, $\angle 10 =$ ______

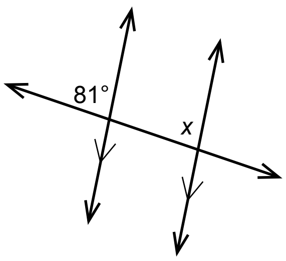
4. Indica las medidas de los ángulos correspondientes.

a)



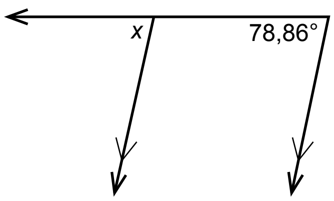
$\angle x =$ ______

b)



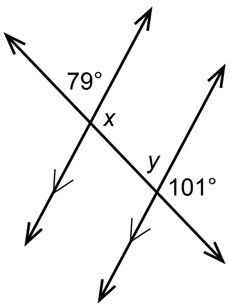
$\angle x =$ ______

c)



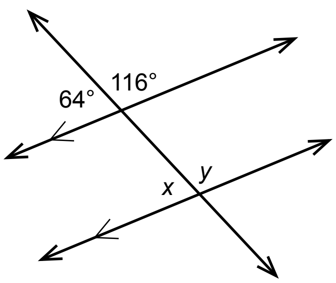
$\angle x =$ ______

d)



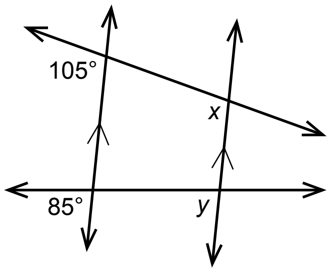
$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

e)



$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

f)

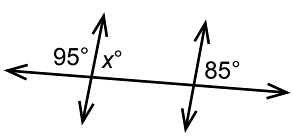


$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

Cuando los ángulos correspondientes tienen la misma medida, las rectas son paralelas.

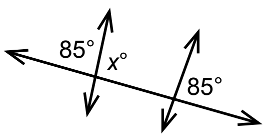
5. Encuentra el $\angle x$ utilizando los ángulos suplementarios. Encierra el ángulo correspondiente a $\angle x$. A continuación, indica con flechas si las rectas son paralelas.

a)



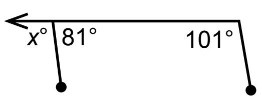
$\angle x =$ ______

b)



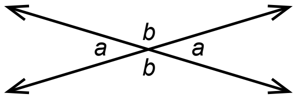
$\angle x =$ ______

c)



$\angle x =$ ______

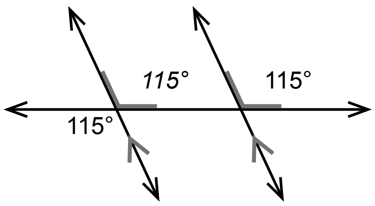
RECUERDA► Los ángulos opuestos tienen la misma medida.



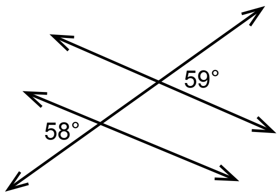
6. En cada par de rectas que no se intersecan en los dibujos:

- Marca un par de ángulos correspondientes y encuentra su medida.
- Marca las rectas paralelas.

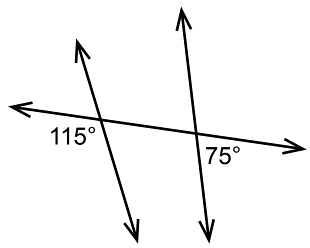
a)



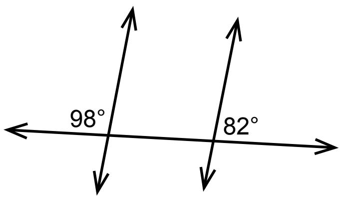
b)



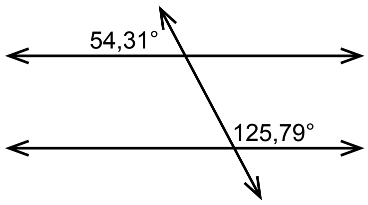
c)



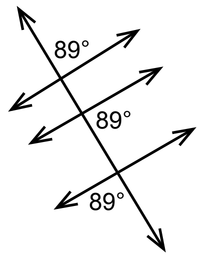
d)



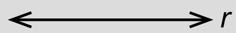
e)



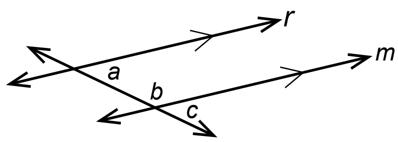
f)



También se pueden utilizar letras minúsculas para designar las rectas.

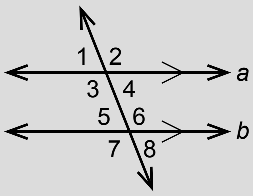


7. Las rectas r y m son paralelas. Utiliza lo que sabes sobre los ángulos correspondientes y opuestos para explicar por qué $\angle a + \angle b = 180°$.



Los **ángulos interiores consecutivos** tienen una forma parecida a la letra C:

Los ángulos 3 y 5 y los ángulos 4 y 6 son ángulos interiores consecutivos.



Estos ángulos también se denominan **ángulos interiores del mismo lado**.

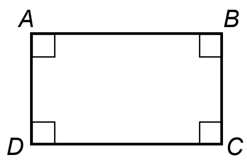
Si las rectas a y b son paralelas, los ángulos interiores consecutivos suman 180°.

Si los ángulos interiores consecutivos suman 180°, las rectas son paralelas.

8. Todos los ángulos del cuadrilátero $ABCD$ son ángulos rectos.

a) Identifica un par de ángulos interiores consecutivos que formen las rectas AB y CD. Identifica un par de ángulos interiores consecutivos que formen las rectas AD y BC.

b) Utiliza las medidas de los ángulos interiores consecutivos para explicar que estos pares de lados son paralelos.

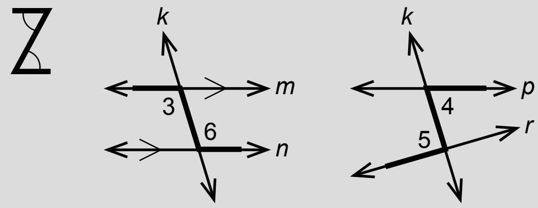


c) Acabo de demostrar que un rectángulo es ___________________.

La representación de los **ángulos alternos** o **ángulos interiores alternos** tiene una forma parecida a la letra Z:

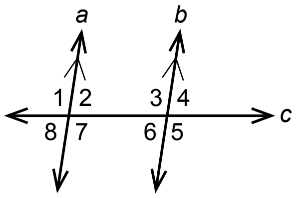
$\angle 3$ y $\angle 6$ son ángulos alternos de las rectas paralelas *m* y *n*.

$\angle 4$ y $\angle 5$ son ángulos alternos de las rectas paralelas *p* y *r*.



1. Indica los pares de ángulos alternos.

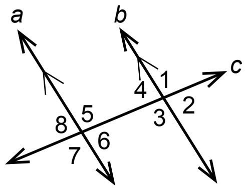
a)



$\angle 2$ y ______

$\angle 3$ y ______

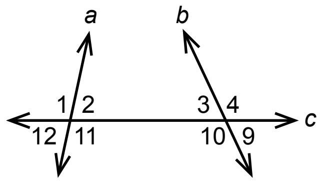
b)



$\angle 3$ y ______

$\angle 4$ y ______

c)

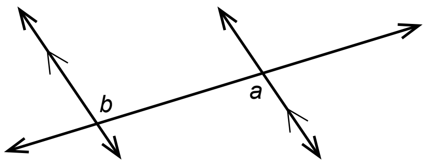


$\angle 2$ y ______

$\angle 11$ y ______

2. Mide los ángulos alternos *a* y *b*. ¿Tienen la misma medida?

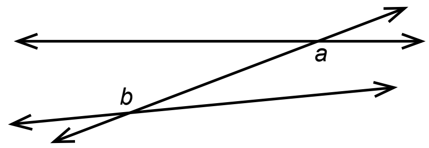
a)



$\angle a =$ ______, $\angle b =$ ______

Los ángulos alternos son ______________.

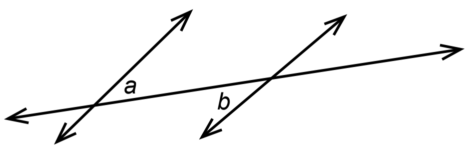
b)



$\angle a =$ ______, $\angle b =$ ______

Los ángulos alternos son ______________.

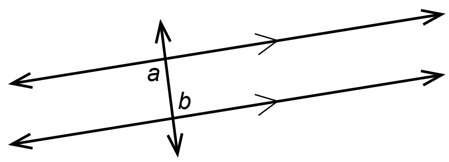
c)



$\angle a =$ ______, $\angle b =$ ______

Los ángulos alternos son ______________.

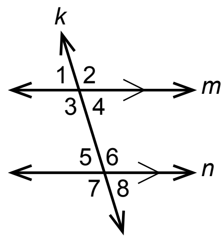
d)



$\angle a =$ ______, $\angle b =$ ______

Los ángulos alternos son ______________.

3. Completa los espacios en blanco para demostrar que los ángulos alternos de rectas paralelas son iguales.



$\angle 3$ y $\angle$______ son ángulos alternos.

Las rectas *m* y *n* son ____________________.

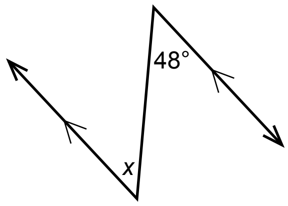
$\angle 3$ y $\angle 7$ son ángulos ____________________ ; por tanto, $\angle 3 = \angle 7$.

$\angle 6$ y $\angle 7$ son ángulos ____________________; por tanto, $\angle 6 =$ ______.

Esto significa que $\angle 3 =$ ______.

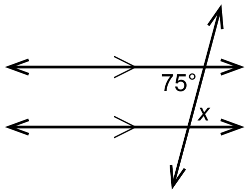
4. Encuentra los ángulos alternos que faltan.

a)



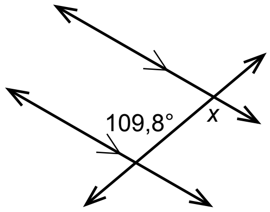
$\angle x =$ ______

b)



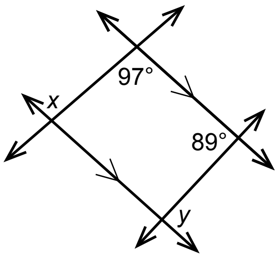
$\angle x =$ ______

c)



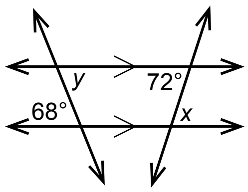
$\angle x =$ ______

d)



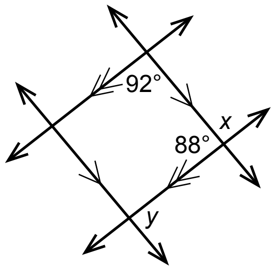
$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

e)



$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

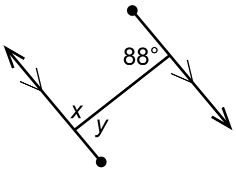
f)



$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

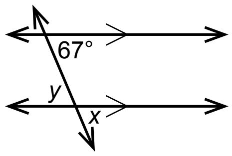
5. Encuentra los ángulos alternos, correspondientes, suplementarios u opuestos que faltan.

a)



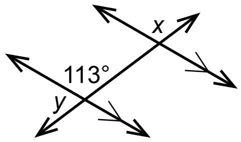
$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

b)



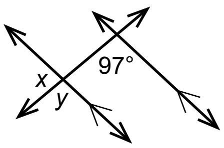
$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

c)



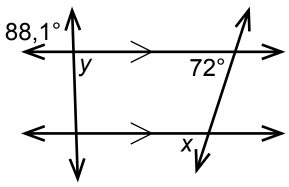
$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

d)



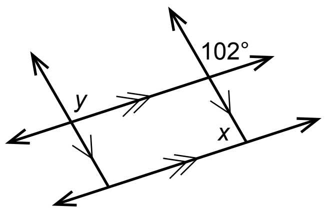
$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

e)



$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

f)

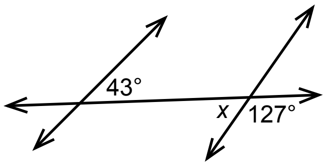


$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

Si los ángulos alternos tienen la misma medida, las rectas son paralelas.

6. Encuentra el $\angle x$ utilizando los ángulos suplementarios u opuestos. Encierra el ángulo alterno a $\angle x$. A continuación, decide si las rectas o semirrectas son paralelas.

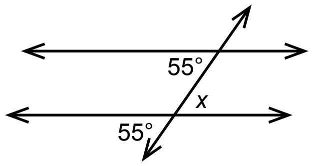
a)



$\angle x =$ ______

paralelas   no paralelas

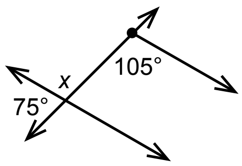
b)



$\angle x =$ ______

paralelas   no paralelas

c)

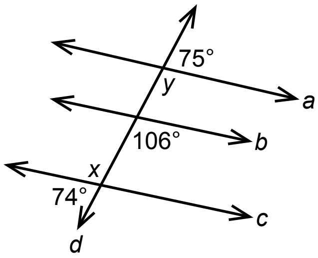


$\angle x =$ ______

paralelas   no paralelas

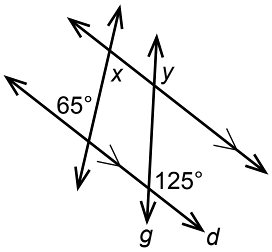
7. Encuentra los ángulos que faltan. Si no están marcadas, indica con flechas las rectas paralelas.

a)



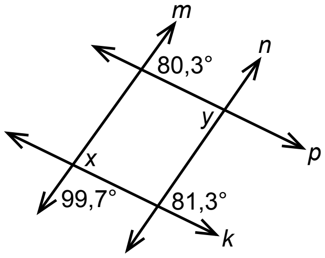
$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

b)



$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

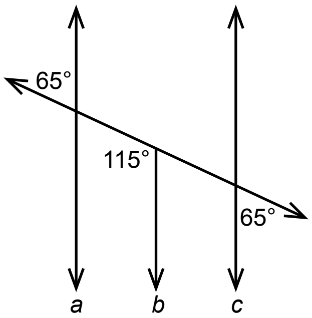
c)



$\angle x =$ ______, $\angle y =$ ______

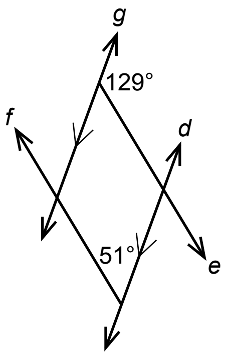
8. Encuentra todos los ángulos que faltan. Indica qué rectas o semirrectas son paralelas.

a)



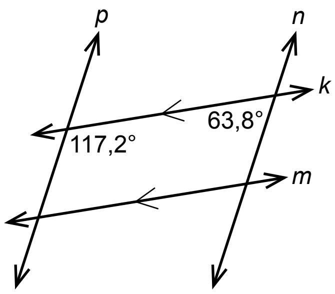
____

b)



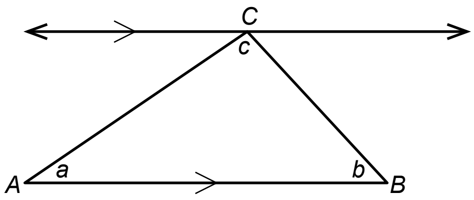
____

c)



____

9. Sara quiere demostrar (utilizando la lógica) que la suma de los ángulos de un triángulo es 180°.



a) Sara dibuja un triángulo *ABC* y llama a los ángulos *a*, *b* y *c*. Escribe la ecuación que necesita para demostrarlo utilizando *a*, *b* y *c*. ____________________

b) Sara dibuja una recta paralela a *AB* que pasa por *C*. Señala los ángulos alternos y su medida en la figura.

c) ¿Qué ángulos de la figura forman un ángulo llano?

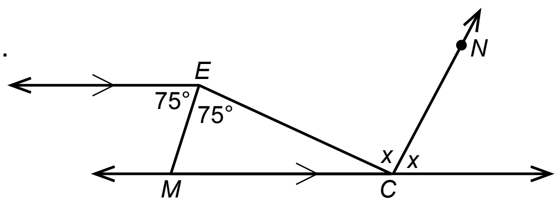
¿Cuánto suman sus medidas? Escribe la ecuación. ____________________

d) ¿Has demostrado la afirmación inicial? ____________________

Extra ▶

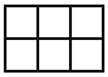
a) Encuentra la medida de $\angle ECN$. Explica cómo la deduces.

b) Si alargas las rectas *ME* y *CN*, ¿se intersecan? Justifica tu respuesta.



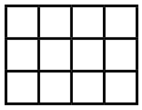
G6-15 Área de los rectángulos

1. Escribe una igualdad de suma y una igualdad de multiplicación para el número de cuadrados en el rectángulo.

a) 

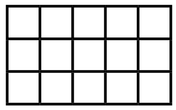
2 + 2 + 2 = 6

3 × 2 = 6

b) 

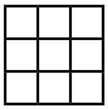
____

____

c) 

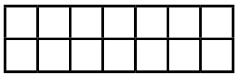
____

____

d) 

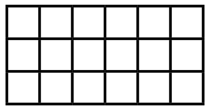
____

____

e) 

____

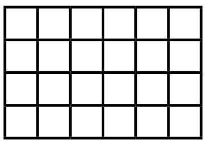
____

f) 

____

____

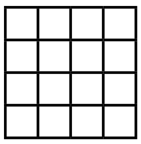
2. Escribe el número de cuadrados que componen la base y la altura del rectángulo. Después, escribe una igualdad de multiplicación para calcular el área del rectángulo (en cuadrados).

a) 

Altura = ______

Base = ______

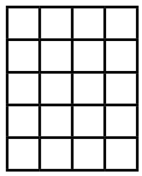
____

b) 

Altura = ______

Base = ______

____

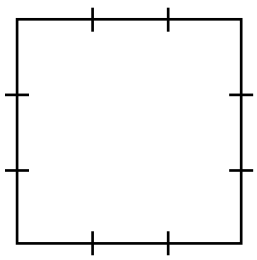
c) 

Altura = ______

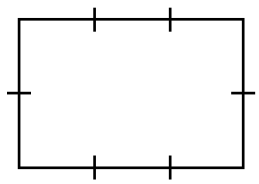
Base = ______

____

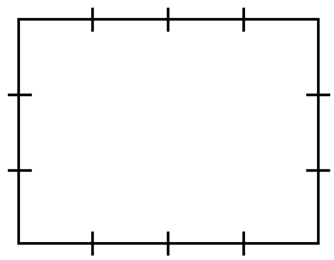
3. Con una regla, une las marcas para dividir el rectángulo en centímetros cuadrados y luego, escribe una multiplicación para calcular el área del rectángulo en centímetros cuadrados.

a) 

Área = _______

b) 

Área = _______

c) 

Área = _______

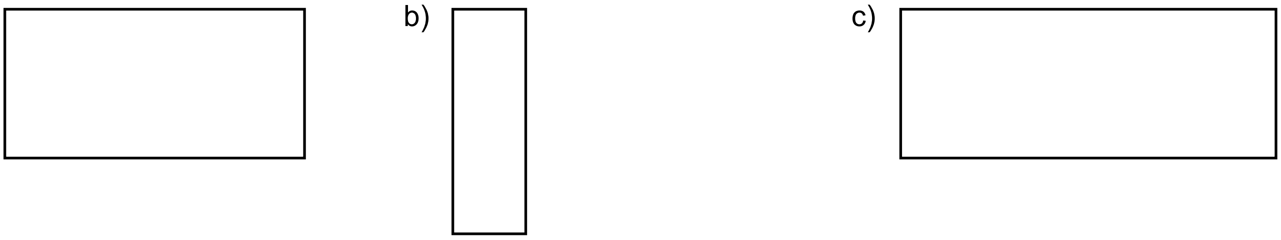
4. Escribe una fórmula para calcular el área del rectángulo teniendo en cuenta su base y su altura.

____

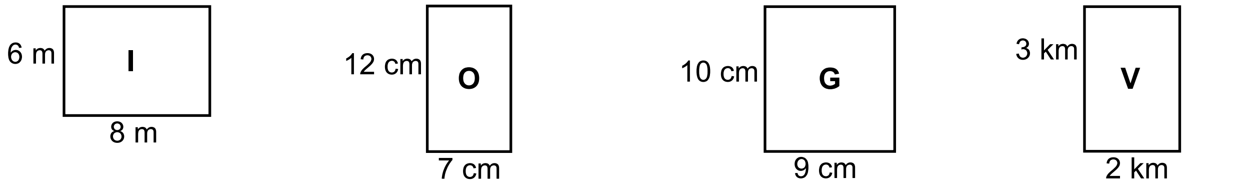
Área del rectángulo = base × altura o $A = b \times h$

5. Mide la base y la altura del rectángulo en centímetros. Calcula el área.

a) b) c)



6. a) Calcula el área de cada rectángulo (incluye las unidades). Los rectángulos no están dibujados a escala.



Área = _______ Área = _______ Área = _______ Área = _______

b) Ordena los rectángulos de mayor a menor según su área: _____ , _____ , _____ , _____

¿Qué ciudad española forman las letras? ____________

7. Calcula el área teniendo en cuenta la altura y la base.

a) Altura = 5 m Base = 7 m
Área = $35^2 m$

b) Altura = 3 m Base = 9 m
Área = _______

c) Altura = 7,5 cm Base = 8 cm
Área = _______

d) Altura = 9 cm Base = 11 cm
Área = _______

e) Altura = 5 m Base = 12 m
Área = _______

f) Altura = 3,7 m Base = 10 m
Área = _______

8. a) Un rectángulo tiene una base de 6 cm y una altura de 4 cm. ¿Cuál es su área?

b) Un rectángulo tiene una altura de 2 cm y una base de 5 cm. ¿Cuál es su área?

c) Un cuadrado tiene una base de 9 cm. ¿Cuál es su área?

9. Un rectángulo con 3 cm de altura y 4 cm de base tiene un área de 12 cm^2.

a) Halla otra pareja de números que, multiplicados, sean igual a 12.

b) Dibuja un rectángulo con la misma altura y base que tus números.

$$\underbrace{3}_{\text{Altura}} \times \underbrace{4}_{\text{Base}} = \underbrace{12}_{\text{Área}}$$

G6-16 Área y perímetro

1. a) Mide la base y la altura de cada rectángulo en centímetros. Calcula el perímetro y el área de cada rectángulo. Escribe el resultado en la tabla.

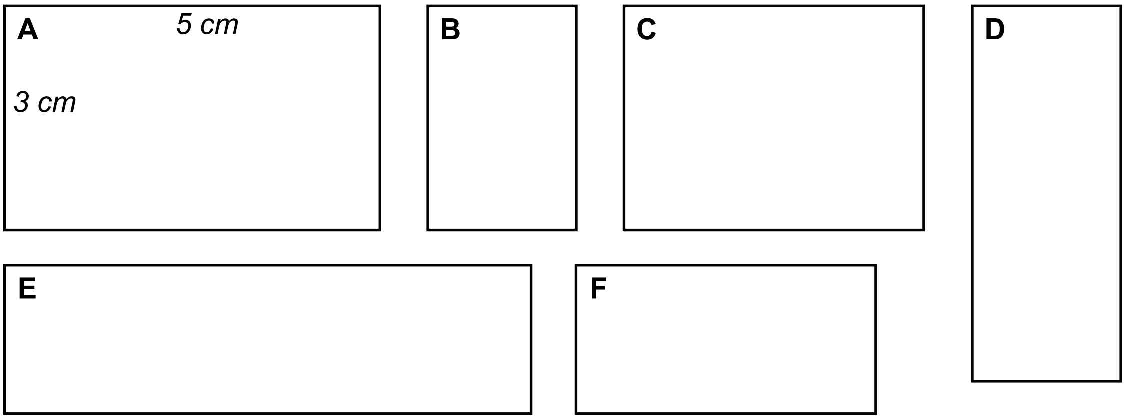


Figura	Perímetro	Área
A	*3 cm + 5 cm + 3 cm + 5 cm = 16 cm*	*3 cm × 5 cm = 15 cm*^{2}
B		
C		
D		
E		
F		

b) La figura E tiene un perímetro mayor que la figura A. ¿Tiene también un área mayor? _______

c) Identifica dos rectángulos que tengan el mismo perímetro, pero áreas distintas. ____ y _______

d) Escribe las formas en orden, de mayor a menor, según su perímetro. ________________________

e) Escribe las formas en orden, de mayor a menor, según su área. ____________________________

f) ¿Siguen las formas el mismo orden en los apartados *d)* y *e)*? _______

g) ¿Cuál es la diferencia entre perímetro y área?

2. ¿Necesitas calcular el área o el perímetro para saber...

a) la cantidad de papel necesaria para rellenar un tablón de anuncios? _______________________

b) la distancia alrededor de un campo? _________________________________

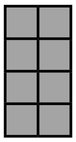
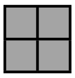
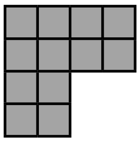
c) la cantidad de alfombra necesaria para una habitación? _________________________________

d) la cantidad de cinta necesaria para hacer el marco de una fotografía? _______________________

G6-17 Área de figuras compuestas

1. a) Calcula el área de cada figura.

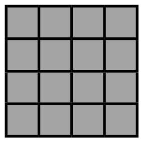
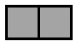
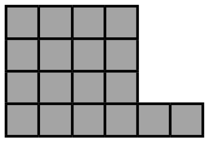
b) Dibuja una línea para mostrar cómo se puede dividir la figura C en los rectángulos A y B.

i) A  B  C 

Área de A = _______

Área de B = _______

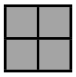
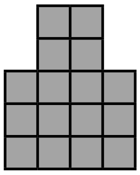
Área de C = _______

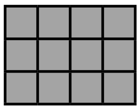
ii) A  B  C 

Área de A = _______

Área de B = _______

Área de C = _______

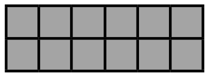
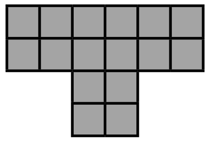
iii) A  C 

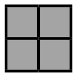
B 

Área de A = _______

Área de B = _______

Área de C = _______

iv) A  C 

B 

Área de A = _______

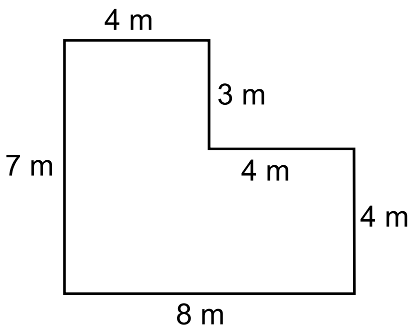
Área de B = _______

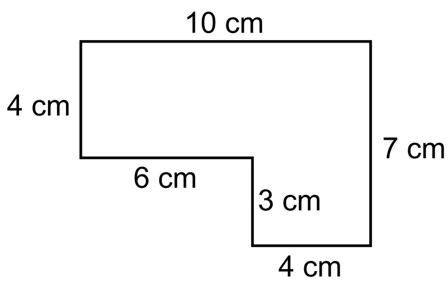
Área de C = _______

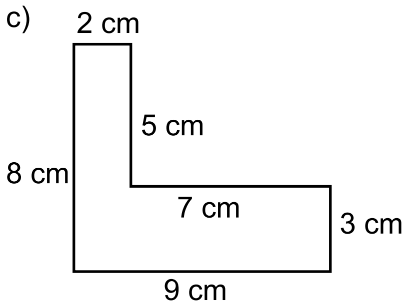
c) ¿Cómo puedes obtener el área de C a partir de las áreas de A y B? Escribe una ecuación.

Área de C = ____

2. Dibuja una línea para dividir la figura en dos rectángulos.
Utiliza las áreas de los rectángulos para encontrar el área total de la figura.

a) 

b) 

c) 

Área del rectángulo 1 = _____

Área del rectángulo 2 = _____

Área total = ________

Área del rectángulo 1 = _____

Área del rectángulo 2 = _____

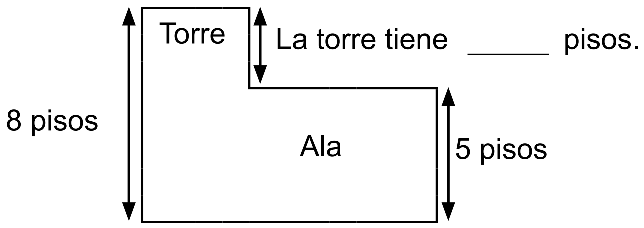
Área total = ________

Área del rectángulo 1 = ____

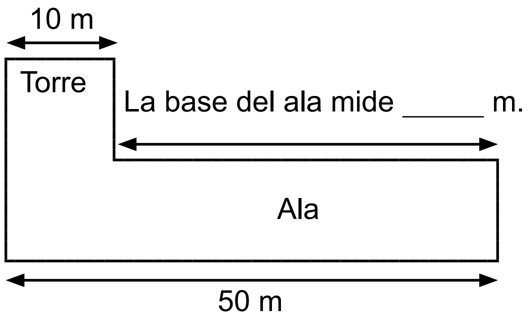
Área del rectángulo 2 = ____

Área total = ________

3. a) Un edificio tiene 8 pisos de altura mientras que el ala tiene 5. ¿Cuántos pisos tiene la torre?

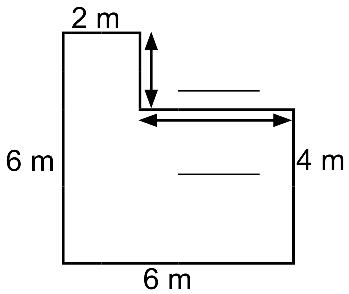


b) La torre del edificio mide 10 m de longitud y 50 m de base. ¿Qué base tiene el ala?



4. Calcula la longitud de los lados que faltan. Divide las figuras en dos rectángulos y calcula sus áreas. Después, calcula el área total de la figura.

a)

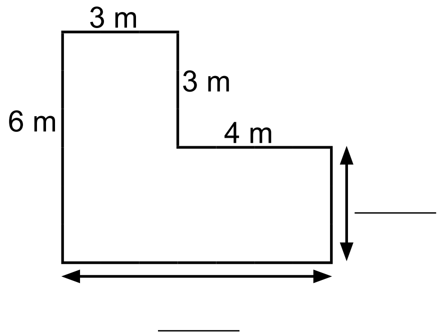


Área del rectángulo 1 = _______

Área del rectángulo 2 = _______

Área total = _______

b)

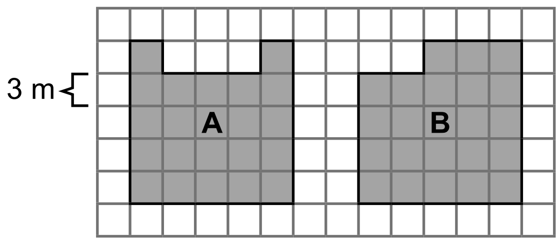


Área del rectángulo 1 = _______

Área del rectángulo 2 = _______

Área total = _______

5. El dibujo muestra los planos de dos jardines. Calcula el área y el perímetro de cada jardín.



Jardín A

Área = _______

Perímetro = _______

Jardín B

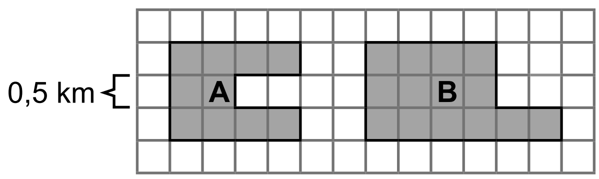
Área = _______

Perímetro = _______

¿Qué jardín tiene un área mayor? _______

¿Cuál tiene un perímetro mayor? _______

6. La imagen muestra los planos de dos parques. Calcula el área y el perímetro de cada parque.



Parque A

Área = _______

Perímetro = _______

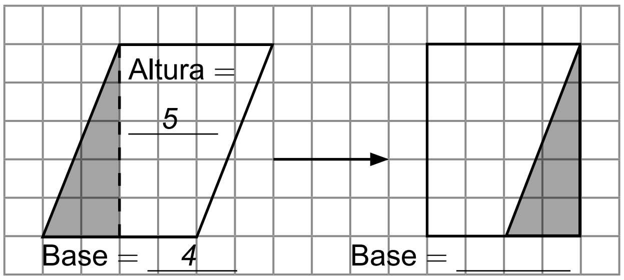
Parque B

Área = _______

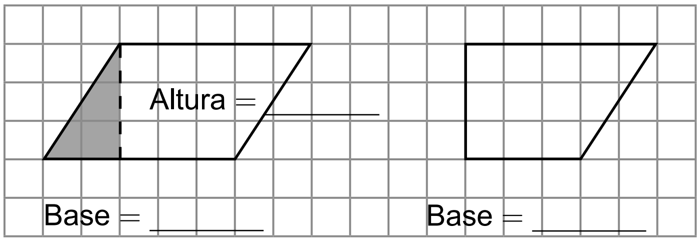
Perímetro = _______

G6-18 Área de los paralelogramos

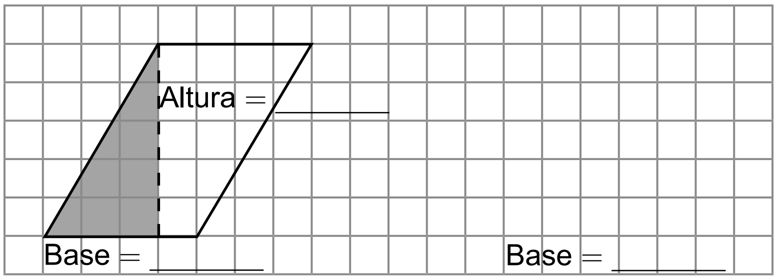
1. Mueve el triángulo pintado para hacer un rectángulo con la misma área que el paralelogramo. Calcula la base y la altura del paralelogramo y del rectángulo.

a) 

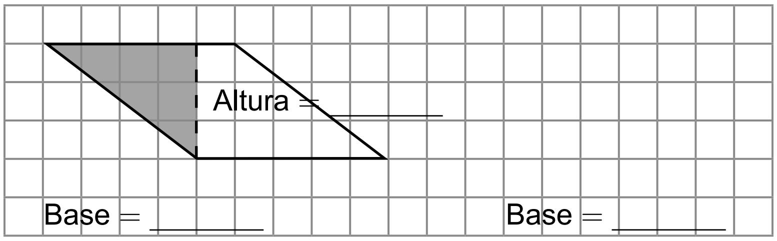
Altura = ______

b) 

Altura = ______

c) 

Altura = ______

d) 

Altura = ______

2. a) Observa las soluciones del ejercicio 1. Completa cada frase con la palabra "base" o "altura".

La altura del rectángulo es igual a la ________________ del paralelogramo.

La base del rectángulo es igual a la ________________ del paralelogramo.

b) Área del rectángulo = base × altura. ¿Cuál es la fórmula para calcular el área de un paralelogramo?

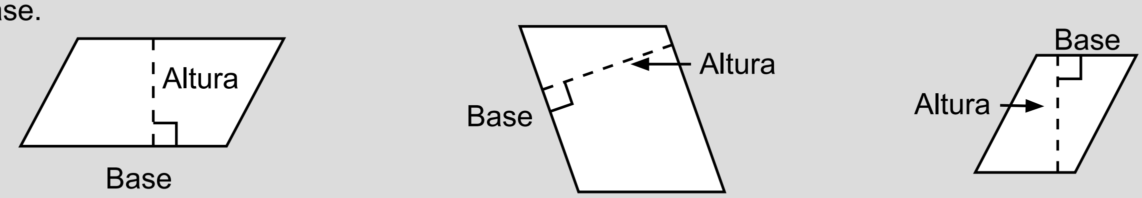
Área del paralelogramo = __________________ × __________________

Área del paralelogramo = base × altura o $A = b \times h$

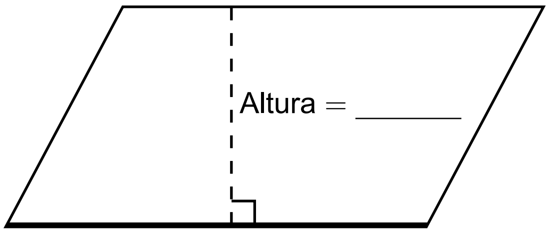
3. Calcula el área de los paralelogramos, dadas las siguientes bases y alturas.

a) Base = 5 cm	b) Base = 4 cm	c) Base = 8 cm	d) Base = 3,7 cm
Altura = 7 cm	Altura = 3 cm	Altura = 6 cm	Altura = 6 cm
Área = _______	Área = _______	Área = _______	Área = _______

Cualquier lado de un paralelogramo puede utilizarse como base. La altura siempre es perpendicular a la base.



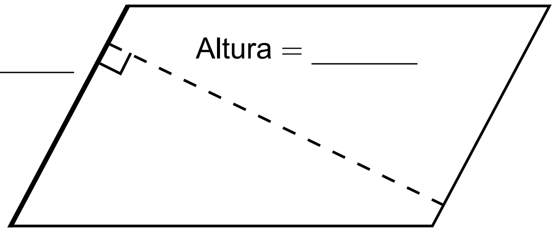
4. Calcula el área de dos maneras utilizando distintos lados como base. Usa una regla.



Base = _______

Área = _______

Base = _______

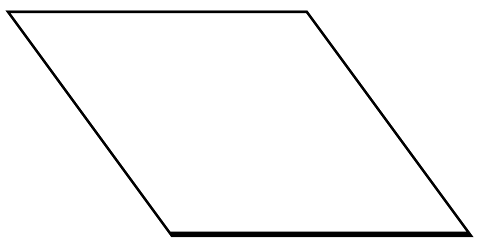


Área = _______

5. Dibuja una línea gruesa perpendicular a la base de cada paralelogramo usando un transportador o una esquina cuadrada.

Mide la altura y la base del paralelogramo. Calcula el área del paralelogramo.

Área = _______



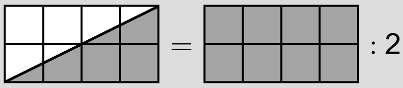
Área = _______

6. Una micro tiene diez ventanas que son paralelogramos, con una altura de 1 m y una base de 1,3 m. Cada m² de vidrio vale 2.300 pesos. ¿Cuánto costará cambiar el vidrio de las diez ventanas?

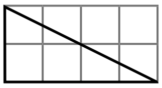
G6-19 Área de los triángulos

Dos triángulos rectángulos idénticos forman un rectángulo.

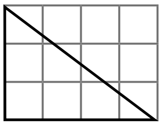
Área del triángulo rectángulo = Área del rectángulo : 2



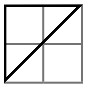
1. Calcula el área del triángulo en cuadrados.

a) 

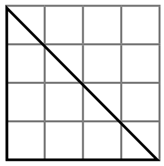
Área = _______

b) 

Área = _______

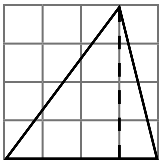
c) 

Área = _______

d) 

Área = _______

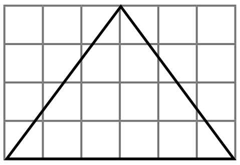
2. Dibuja una línea para dividir el triángulo en dos triángulos rectángulos iguales.
Calcula las áreas de todos los triángulos en cuadrados.

a) 

Triángulo 1 = *6*

Triángulo 2 = *2*

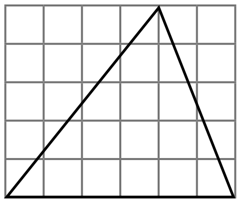
Área total = *8*

b) 

Triángulo 1 = _______

Triángulo 2 = _______

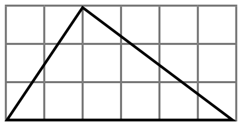
Área total = _______

c) 

Triángulo 1 = _______

Triángulo 2 = _______

Área total = _______

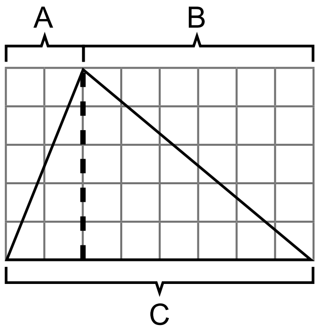
d) 

Triángulo 1 = _______

Triángulo 2 = _______

Área total = _______

3. El rectángulo C está formado por los rectángulos A y B. El triángulo C está formado por los triángulos A y B.



a) Calcula las áreas.

Área del rectángulo A = _______ Área del triángulo A = _______

Área del rectángulo B = _______ Área del triángulo B = _______

Área del rectángulo C = _______ Área del triángulo C = _______

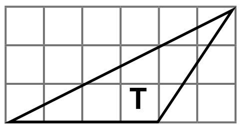
b) ¿Qué fracción del área del rectángulo C es el área del triángulo C? _______

4. Juan dice: "El área del triángulo T es la mitad del área del rectángulo".

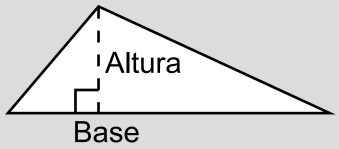
¿Tiene razón? Justifica tu respuesta. ____________________________

____

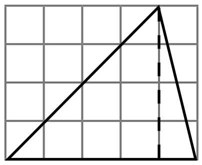
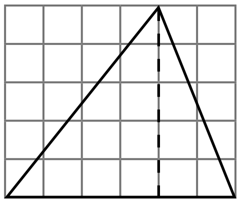
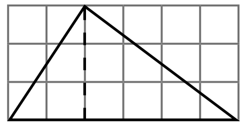
____



Los triángulos tienen **base** y **altura**. La altura se mide sobre la perpendicular a la base.



5. a) Calcula la base y la altura de cada triángulo. Después, completa la tabla.

			
Base del triángulo	*5*		
Altura del triángulo	*4*		
Base del rectángulo	*5*		
Altura del rectángulo	*4*		
Área del rectángulo	*20*		
Área del triángulo	*10*		

b) Observa la tabla del apartado *a)*. Completa cada frase con la palabra “base”o “altura”.

La altura del rectángulo es igual a la ____________________ del triángulo.

La base del rectángulo es igual a la ____________________ del triángulo.

Área del triángulo = base × altura : 2 o $A = b \times h : 2$

6. Calcula el área de los triángulos, dadas la base y la altura. No te olvides de las unidades de medida.

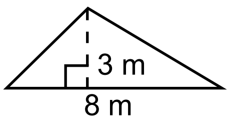
a) Base = 5 cm
Altura = 8 cm
Área = _______

b) Base = 4 cm
Altura = 3 cm
Área = _______

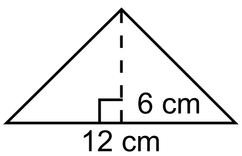
c) Base = 8 cm
Altura = 6 cm
Área = _______

d) Base = 3,7 cm
Altura = 6 cm
Área = _______

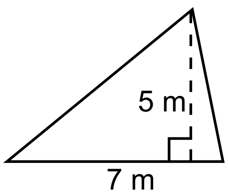
7. Calcula el área del triángulo.

a) 

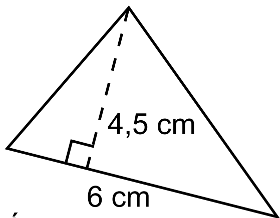
Área = _______

b) 

Área = _______

c) 

Área = _______

d) 

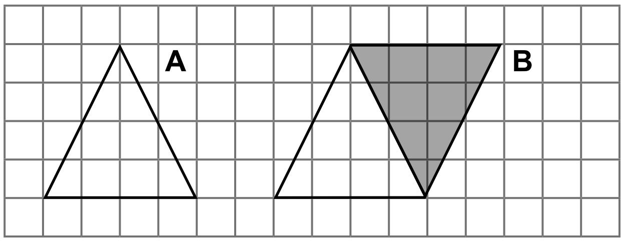
Área = _______

G6-20 Área de los triángulos y los paralelogramos

RECUERDA ▶ Área del paralelogramo $=$ base $\times$ altura o $A = b \times h$

1. Belén ha unido dos copias del triángulo A para hacer el paralelogramo B.

a) ¿Qué debería hacer para calcular el área del triángulo A a partir del área del paralelogramo B?

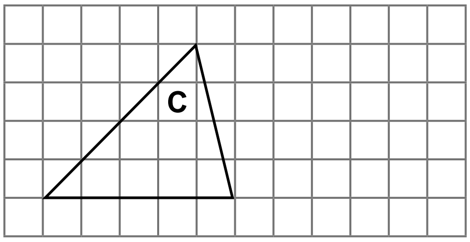


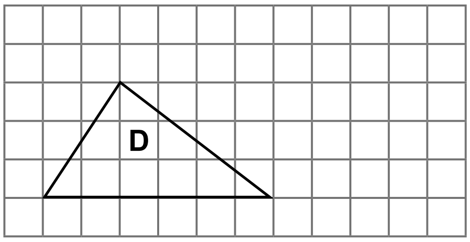
____

Área de B $=$ _______

Área de A $=$ Área de B : _______ $=$ _______

b) Calcula el área de los triángulos C y D con el método de Belén.





Área del paralelogramo $=$ _______ Área del paralelogramo $=$ _______

Área de C $=$ _______ Área de D $=$ _______

c) Observa los resultados de los apartados *a)* y *b)*. Completa cada frase con la palabra "base" o "altura".

La altura del triángulo es igual a la ___________________ del paralelogramo.

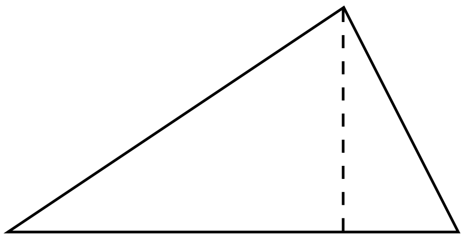
La base del triángulo es igual a la ___________________ del paralelogramo.

d) Escribe la fórmula del área de un triángulo usando la base y la altura.

Área del triángulo $=$ ____

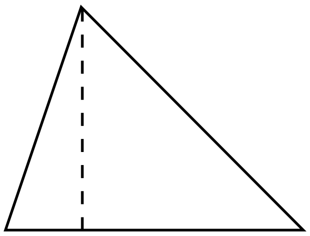
2. Mide la base y la altura del triángulo. Después, calcula el área del triángulo.

a)



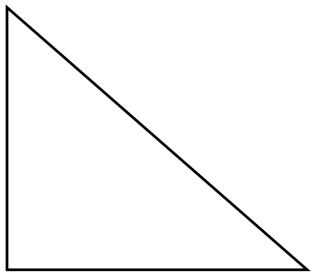
Base $=$ _______
Altura$=$ _______
Área $=$ _______

b)



Base $=$ _______
Altura $=$ _______
Área $=$ _______

c)



Base $=$ _______
Altura$=$ _______
Área $=$ _______

3. Calcula el área del triángulo con estas dimensiones.

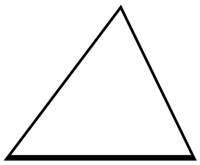
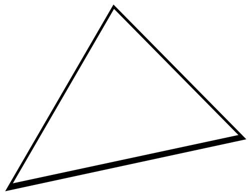
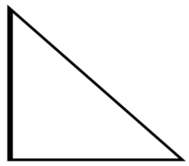
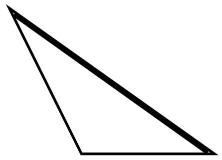
a) Base = 6 cm
Altura = 2 cm
Área = ________

b) Base = 4 cm
Altura = 6 cm
Área = ________

c) Base = 6 m
Altura = 3 m
Área = ________

d) Base = 3,2 cm
Altura = 8 cm
Área = ________

4. La línea gruesa es la base de cada triángulo. Utiliza una esquina cuadrada o un transportador para dibujar la altura. Después, mide las bases y las alturas y completa la tabla.

				
Base				
Altura				
Área				

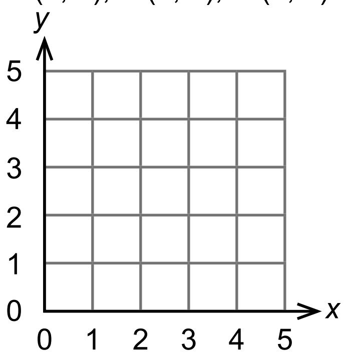
5. a) El logotipo de una empresa es un triángulo de 6 cm de base y 4 cm de altura. ¿Cuál es su área?

b) Un parque es un triángulo rectángulo de 2 km de base y 1,5 km de altura. ¿Cuál es su área?

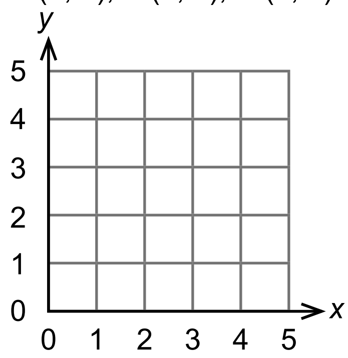
c) Una parcela es un triángulo de 37 m de base y 40 m de altura. ¿Cuál es su área?

6. Ubica los puntos en la cuadrícula y calcula el área del triángulo *ABC.*

a) *A* (1, 1), *B* (5, 1), *C* (4, 5)



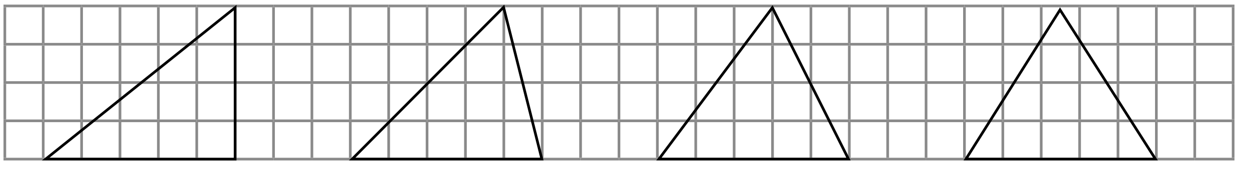
b) *A* (1, 0), *B* (5, 0), *C* (4, 2)



c) *A* (0, 4), *B* (8, 0), *C* (8, 4)

d) *A* (6, 2), *B* (6, 5), *C* (2, 4)

7. a) Calcula la base, la altura y el área de cada triángulo. ¿Qué observas?

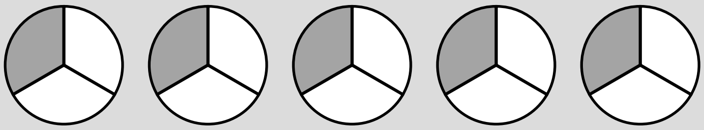


b) Dibuja dos triángulos diferentes con la misma base y la misma altura en una hoja de papel cuadriculada. ¿Qué sabes de sus áreas?

NS6-36 División con resultados fraccionarios

Tres personas comparten 5 panqueques. ¿Qué cantidad recibe cada una?

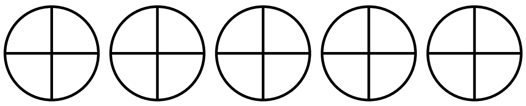
Divide cada panqueque en tres trozos. Da a cada persona un trozo de cada panqueque.
Las partes pintadas muestran cuánto obtiene cada persona.



Cada persona obtiene $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ de un panqueque.

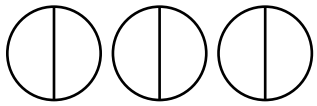
1. Pinta la porción de panqueques que corresponde a una persona. ¿Qué cantidad recibe cada una?

a) 4 personas comparten 5 panqueques.



______ × ______ = ______ panqueques

b) 2 personas comparten 3 panqueques.



______ × ______ = ______ panqueques

2. Haz un dibujo para resolver este problema.
Cuatro personas comparten 9 naranjas. ¿Cuántas naranjas recibe cada una? ______________

El signo de división (:) puede usarse para dividir en partes iguales, incluso si el resultado es una fracción.
Ejemplo: Si 3 personas comparten 5 panqueques a partes iguales, cada persona recibe $\frac{5}{3}$ partes de un panqueque. Por tanto, $5 : 3 = \frac{5}{3}$.

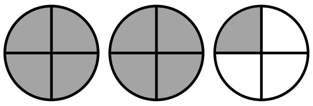
3. Haz un dibujo que muestre la cantidad que recibe cada uno. Escribe la igualdad de la división.

a) Dos personas comparten 9 objetos.

______ : ______ = ______

b) Tres personas comparten 8 objetos.

______ : ______ = ______

RECUERDA ▶  $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

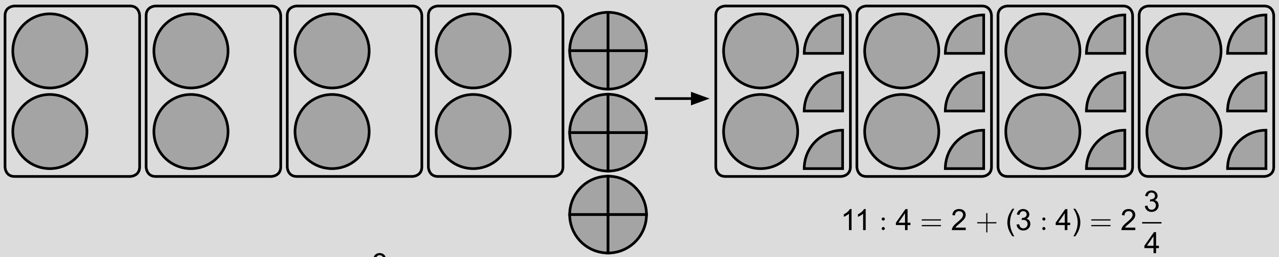
4. Divide. Expresa el resultado como una fracción impropia y como un número mixto.

a) $8 : 5 = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ b) $13 : 4 =$ c) $17 : 5 =$

d) $37 : 10 =$ e) $45 : 8 =$ f) $36 : 5 =$

Cuando divides, puedes dividir el resto por separado.
Ejemplo: 4 personas comparten 11 pasteles.

Empieza dando 2 pasteles a cada persona. Después, divide el sobrante.



$11 : 4 = 2 + (3 : 4) = 2\frac{3}{4}$

Cada persona recibe $2\frac{3}{4}$ pasteles.

5. Divide el resto para expresar el resultado como un número mixto.

a) 3 personas comparten 14 barritas de cereales.

Cada persona obtiene _4_ barritas y sobran _2_ .

Ahora divide el sobrante. $14 : 3 = \boxed{4\frac{2}{3}}$

b) 5 personas comparten 14 kg de arroz.

Cada persona obtiene ____ kg y sobran ____.

Ahora divide el sobrante. $14 : 5 = \boxed{}$

c) 5 personas comparten 13 bombones.

Cada una obtiene ____ bombones y sobran ____ .

Ahora divide el sobrante. $13 : 5 = \boxed{}$

d) 6 personas comparten 50 peras.

Cada una obtiene ____ peras y sobran ____ .

Ahora divide el sobrante. $50 : 6 = \boxed{}$

6. Seis personas comparten un saco de harina de 25 kg. ¿Cuánta harina obtiene cada persona?

7. Una receta para 6 queques requiere 20 cucharadas de harina.
¿Cuánta harina hay en cada queque?

NS6-37 División, fracciones y decimales

RECUERDA ▶ Puedes escribir las décimas, las centésimas y las milésimas como decimales. El número de cifras después de la coma decimal es igual al número de ceros en el denominador.

Ejemplos: $\frac{7}{10} = 0{,}7$ $\frac{382}{100} = 3{,}82$ $\frac{17}{1.000} = 0{,}017$

1. Divide. Expresa el resultado como una fracción y como un decimal.

a) $3 : 10 =$

$= \frac{3}{10} =$

$= 0{,}3$

b) $28 : 100 =$

$=$ $=$

$=$

c) $43 : 10 =$

$=$ $=$

$=$

d) $8 : 1.000 =$

$=$ $=$

$=$

e) $542 : 10 =$

$=$ $=$

$=$

f) $863 : 100 =$

$=$ $=$

$=$

g) $94 : 1.000 =$

$=$ $=$

$=$

h) $80.403 : 1.000 =$

$=$ $=$

$=$

RECUERDA ▶ Puedes cambiar una fracción a decimal haciendo que el denominador sea una potencia de 10. Las potencias de 10 son 10, 100, 1.000…

Ejemplos: $\frac{5}{4} = \frac{5 \times 25}{4 \times 25} = \frac{125}{100} = 1{,}25$

2. Divide. Expresa el resultado como un decimal.

a) $3 : 5$

$\frac{3}{5} = \frac{\square}{10} =$ ______

b) $9 : 5$

$\frac{9}{5} = \frac{\square}{10} =$ ______

c) $7 : 20$

$\frac{7}{20} = \frac{\square}{100} =$ ______

d) $10 : 4$

e) $3 : 4$

f) $5 : 2$

g) $33 : 20$

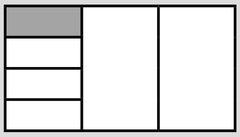
EXTRA ▶ $11 : 8$

3. Compara tus resultados de los ejercicios *d)* y *f)*. ¿Qué observas? ¿Por qué sucede eso?

NS6-38 Multiplicar fracciones

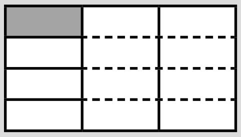
Esto es $\frac{1}{3}$ de un rectángulo.

Esto es $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ del rectángulo.



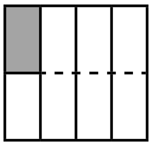
¿Cuánto es $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$?

Alarga las líneas para saberlo.

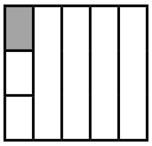


$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

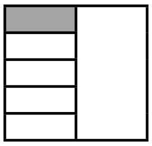
1. Alarga las líneas horizontales de la figura y luego, escribe una igualdad con fracciones para la figura utilizando la palabra “de”.

a) 

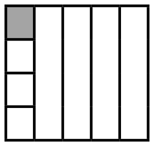
$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

b) 

$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{5} =$

c) 

$\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{2} =$

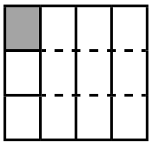
d) 

RECUERDA ▶ La palabra “de” puede significar “multiplicar”.

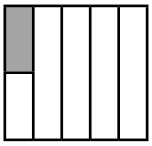
2. Vuelve a escribir las igualdades fraccionarias del ejercicio 1 utilizando el signo de multiplicación en lugar de la palabra “de”.

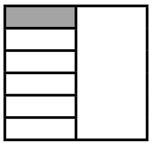
a) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ b) c) d)

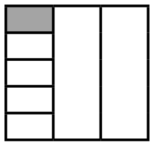
3. Escribe una igualdad de multiplicación para cada figura.

a) 

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

b) 

c) 

d) 

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15} \longleftarrow 3 \times 5$

4. Multiplica.

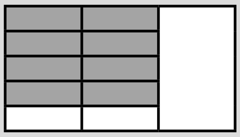
a) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{7} =$ b) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{6} =$ c) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{6} =$ d) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} =$

e) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} =$ f) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{4} =$ g) $\frac{1}{6} \times \frac{1}{5} =$ h) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} =$

5. Encierra dos resultados del ejercicio 4 que sean idénticos. ¿Cómo habrías podido saberlo?

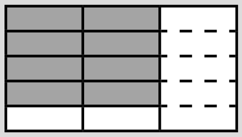
Esto es $\frac{2}{3}$ de un rectángulo.

Esto es $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$ del rectángulo.



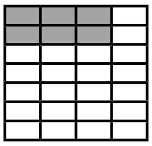
¿Cuánto es $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$?

Alarga las líneas para saberlo.

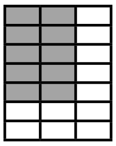


$\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3} = \frac{8}{15}$

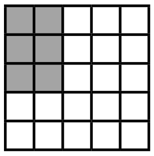
6. Escribe una igualdad fraccionaria para cada figura. Utiliza el signo de multiplicación en lugar de la palabra “de”.

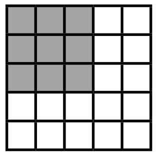
a) 

$\frac{2}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{28}$

b) 

$\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} =$

c) 

d) 

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

7. Multiplica.

a) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{21}$

b) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} =$

c) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} =$

d) $\frac{2}{3} \times \frac{10}{11} =$

e) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} =$

f) $\frac{2}{5} \times \frac{4}{7} =$

EXTRA ▶ $\frac{3}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{7} =$

8. Ignacio está haciendo $\frac{1}{2}$ de una receta de pastel de almendras.

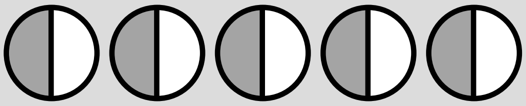
La receta requiere $\frac{3}{4}$ de una taza de almendras molidas.

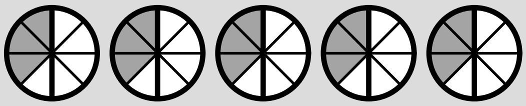
¿Qué fracción de una taza de almendras molidas necesita?

9. Sobran $\frac{3}{8}$ de pastel. De estos, Claudia se come $\frac{3}{5}$. ¿Qué fracción del pastel entero se ha comido Claudia?

10. Juan pasa $\frac{3}{5}$ de su tiempo libre jugando en el jardín. Emplea $\frac{2}{3}$ de ese tiempo jugando a fútbol. ¿Qué fracción de su tiempo libre pasa jugando a fútbol?

Se pueden multiplicar fracciones impropias del mismo modo que se multiplican las fracciones propias.

$\frac{5}{2} =$ 

$\frac{3}{4} \times \frac{5}{2} =$  $= \frac{15}{8}$

5 grupos de 3 porciones están pintados

hay 2 grupos de 4 en cada unidad

11. Multiplica. Reduce el resultado a una fracción irreducible.

a) $\frac{2}{3} \times \frac{9}{5}$ b) $\frac{3}{4} \times \frac{12}{7}$ c) $\frac{1}{3} \times \frac{6}{5}$ d) $\frac{3}{2} \times \frac{8}{7}$

e) $\frac{3}{4} \times \frac{6}{5}$ f) $\frac{3}{5} \times \frac{7}{6}$ g) $\frac{8}{3} \times \frac{6}{5}$ h) $\frac{5}{4} \times \frac{9}{5}$

12. Cambia los números mixtos a fracciones impropias y multiplica. Escribe el resultado como un número mixto.

a) $1\frac{1}{3} \times 1\frac{3}{5} = \frac{4}{3} \times \frac{8}{5} =$

$= \boxed{\frac{32}{15}} =$ ← fracción impropia

$= \boxed{2\frac{2}{15}}$ ← número mixto

b) $2\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{2} =$

$= \boxed{}$ ← fracción impropia

$= \boxed{}$ ← número mixto

c) $3\frac{1}{3} \times 2\frac{7}{10}$ d) $1\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{5}$ e) $2\frac{1}{4} \times 1\frac{2}{5}$ f) $2\frac{1}{3} \times 2\frac{2}{5}$

13. Patricia está haciendo $\frac{3}{5}$ de una receta de pan. La receta requiere $3\frac{1}{2}$ tazas de harina.

a) ¿Cuánta harina necesita? Pista: Cambia $3\frac{1}{2}$ a una fracción impropia.

b) Patricia utiliza 2 tazas de harina. ¿Le saldrá bien la receta?

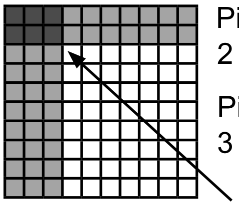
14. Luis está haciendo $3\frac{1}{2}$ porciones de papas duquesas. Necesita $1\frac{3}{4}$ tazas de harina para cada porción.

a) ¿Cuántas tazas de harina necesita?

b) Tiene 6 tazas de harina. Si la utiliza toda, ¿le saldrá bien la receta?

Multiplicar decimales por decimales

1. Pinta las casillas para mostrar la cantidad. Encuentra el producto.

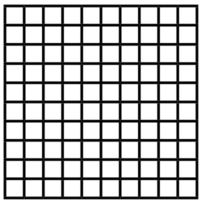
a) 

Pinta 2 hileras para mostrar 2 décimas.

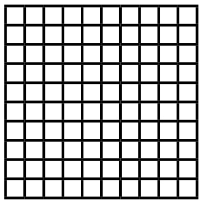
Pinta 3 columnas para mostrar 3 décimas.

$\frac{6}{100}$

$\frac{2}{10}$ de $\frac{3}{10}$ es $\frac{6}{100}$ por tanto $\frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{6}{100}$

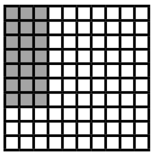
b) 

$\frac{2}{10} \times \frac{8}{10} =$

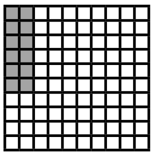
c) 

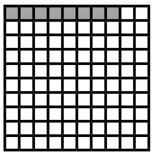
$\frac{7}{10} \times \frac{4}{10} =$

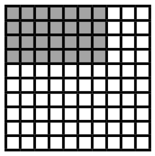
2. Escribe una igualdad de multiplicación para cada figura.

a) 

$\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{21}{100}$

b) 

c) 

d) 

3. Multiplica las fracciones.

a) $\frac{3}{100} \times \frac{5}{10} = \frac{15}{1.000}$

b) $\frac{3}{10} \times \frac{5}{10} =$

c) $\frac{3}{100} \times \frac{5}{100} =$

d) $\frac{3}{1.000} \times \frac{5}{10} =$

e) $\frac{3}{1.000} \times \frac{5}{100} =$

f) $\frac{3}{100} \times \frac{5}{10.000} =$

4. Observa los resultados del ejercicio 3. ¿Cómo puedes encontrar el número de ceros en el denominador del producto antes de multiplicar?

____

____

5. Multiplica las fracciones. Después, escribe la igualdad fraccionaria como una igualdad decimal.

a) $\frac{4}{10} \times \frac{2}{10} =$

$0{,}4 \times 0{,}2 =$

b) $\frac{3}{100} \times \frac{2}{100} =$

$0{,}03 \times 0{,}02 =$

c) $\frac{4}{10} \times \frac{3}{1.000} =$

d) $\frac{3}{100} \times \frac{9}{1.000} =$

6. Multiplica los decimales como se muestra en el apartado *a).*

a) $0{,}3 \times 0{,}7 = \dfrac{3}{10} \times \dfrac{7}{10} = \dfrac{21}{100} = 0{,}21$

b) $0{,}5 \times 0{,}4 =$

c) $0{,}2 \times 0{,}8 =$

d) $0{,}05 \times 0{,}4 =$

e) $0{,}05 \times 0{,}03 =$

f) $0{,}02 \times 0{,}007 =$

> Para multiplicar decimales sigue estos pasos.
>
> | Ejemplo: | **Paso 1** | **Paso 2** |
> |---|---|---|
> | $13{,}5 \times 0{,}08$ | Multiplica los decimales como si fueran números enteros: | 13,5 tiene **1 cifra** después de la coma decimal y 0,08 tiene **2 cifras** después de la coma. Traslada la coma decimal **1** + **2** = **3** posiciones hacia la izquierda: |
> | | $135 \times 8 = 1.080$ | 1 0 8 0, Por tanto $13{,}5 \times 0{,}08 = 1{,}080$ o $1{,}08$ |

7. Utilizando la regla anterior, multiplica los decimales.

a) $0{,}2 \times 0{,}6 =$ *0,12*

				1	2

← 2×6

b) $0{,}5 \times 0{,}08 =$ _______

				4	0

← 5×8

c) $0{,}7 \times 0{,}9 =$ _______

d) $0{,}005 \times 0{,}06 =$ _______

e) $0{,}04 \times 0{,}67 =$ _______

	6	7
×		4

f) $4{,}5 \times 0{,}09 =$ _______

×		

g) $4{,}5 \times 3{,}9$

h) $6{,}8 \times 0{,}73$

EXTRA ▶ $0{,}4 \times 0{,}003 \times 0{,}02 \times 0{,}02$

8. Encuentra dos números que multiplicados entre sí den 0,24. ¿Cuántas soluciones has encontrado?

NS6-40 Dividir decimales por números enteros

RECUERDA ▶ Para dividir entre 10, 100 o 1.000, mueve la coma del decimal 1, 2 o 3 posiciones hacia la izquierda.

Ejemplo: 85 = 85,0, por tanto,

85 : 10 = 8,5 85 : 100 = 0,85 85 : 1.000 = 0,085

1. Divide.

a) 3 : 100 = ______ b) 43 : 10 = ______ c) 62 : 100 = ______

d) 485 : 1.000 = ______ e) 485 : 100 = ______ f) 485 : 10 = ______

2. Cuenta cuántas posiciones tendrías que mover la coma de los decimales para convertirlo en un número entero. Luego, escribe una expresión de división.

a)

	0,	0	6

_2_ posiciones

dos ceros

0,06 = 6 : _100_

b)

0,	0	7	6

______ posiciones

0,076 = 76 : ________

c)

	5	4,	3

______ posiciones

54,3 = 543 : ________

d)

0,	8	7	4

0,874 = ____________

e)

0,	0	5	

0,05 = ____________

f)

2,	5	7	

2,57 = ____________

3. Reescribe la expresión de división de modo que estés dividiendo un número entero por 10 o por 100.

a) 3,2 : 4 =
= (_32_ : _10_) : _4_
= (_32_ : _4_) : _10_

b) 0,25 : 5 =
= (_____ : _____) : _____
= (_____ : _____) : _____

c) 0,12 : 3 =
= ______________________
= ______________________

d) 4,5 : 9 e) 0,06 : 2 f) 3,06 : 3

4. Reescribe la división en un solo paso y después, haz la operación.

a) 2,4 : 6 =
= _(24 : 6) : 10_ =
= _4 : 10 = 0,4_

b) 0,35 : 5 =
= ____________________ =
= ____________________

c) 0,042 : 6 =
= ____________________ =
= ____________________

d) 3,2 : 8 e) 4,26 : 2 f) 0,009 : 3

5. Carlota recorre en bicicleta 3,5 kilómetros en 8 minutos. ¿Qué distancia recorre en 1 minuto?

Para dividir 5,12 : 2 utilizando la división larga:

Paso 1: Divide como si fueran números enteros.

	5	1	2
–	4	↓	↓
	1	1	
–	1	0	↓
		1	2
–		1	2
			0

: 2 =

2	5	6

Paso 2: Ubica la coma decimal en el cociente, en la misma posición que la coma decimal del dividendo, contando desde la izquierda.

	5,	1	2
–	4		
	1	1	
–	1	0	
		1	2
–		1	2
			0

: 2 =

2,	5	6

Por tanto, 5,12 : 2 = 2,56.

6. Coloca la coma decimal en el lugar correcto. Agrega cuantos ceros sean necesarios.

a)

4,	3	8

: 3 =

1	4	6

b)

4	3,	8

: 3 =

1	4	6

7. Haz la división como si los números decimales fueran enteros. Después, coloca la coma decimal en el lugar correcto.

a)

	4,	3	2
–			
–			
–			

: 3 =

1,		

b)

	6	2,	8
–			
–			
–			

: 4 =

c) 1,44 : 8 d) 9,1 : 7 e) 2,72 : 8 f) 20,5 : 5

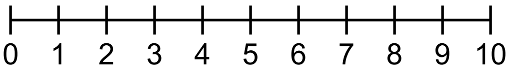
8. Cinco matas de apio pesan 2,75 kilogramos. ¿Cuánto pesa cada mata?

9. Marga recorre en bici 62,4 km en 4 horas. ¿Cuántos kilómetros recorre en una hora?

10. En una carrera de relevos de cuatro personas, un equipo termina en 56,4 segundos. ¿Cuál es la velocidad media de cada persona?

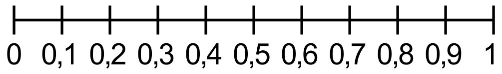
NS6-41 Dividir por decimales

1. a) Señala cuántos 2 caben en 8.



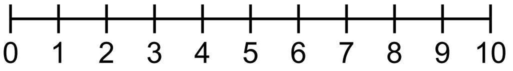
8 : 2 = ______

b) Señala cuántos 0,2 caben en 0,8.



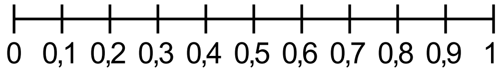
0,8 : 0,2 = ______

2. a) Señala cuántos 3 caben en 6.



6 : 3 = ______

b) Señala cuántos 0,3 caben en 0,6.



0,6 : 0,3 = ______

3. Escribe una división de números enteros que tenga el mismo resultado. Luego, divide.

a) 0,6 : 0,2 =
= *6 : 2* =
= ______

b) 0,9 : 0,3 =
= ______ =
= ______

c) 0,8 : 0,4 =
= ______ =
= ______

d) 1 : 0,2 =
= ______ =
= ______

RECUERDA ▶ Para multiplicar un número entero por 10, añade un cero.
Para multiplicar un decimal por 10, mueve la coma decimal una posición hacia la derecha.

Ejemplos: 23 × 10 = 230   2,04 × 10 = 20,4

4. Multiplica por 10.

a) 34 × 10 = *340*   b) 0,07 × 10 = ______   c) 0,85 × 10 = ______   d) 2,7 × 10 = ______

Para dividir 1,4 : 0,2, multiplica ambos números por 10: 1,4 : 0,2 = (1,4 × 10) : (0,2 × 10) =
= 14 : 2 =
= 7

5. Multiplica ambos números por 10 o 100 para convertir el **divisor** en un número entero. Luego, divide.

a) 0,12 : 0,4 = (divisor)
= *1,2 : 4 = 0,3*

b) 1,6 : 0,2
____

c) 28 : 0,7
____

d) 0,36 : 0,9
____

e) 24 : 0,06 =
= *2.400 : 6* =
= *400*

f) 35 : 0,05 =
= ____________ =
= ____________

g) 0,3 : 0,02 =
= ____________ =
= ____________

h) 1,8 : 0,03 =
= ____________ =
= ____________

Para dividir por un decimal, convierte el divisor en un número entero: multiplica tanto el dividendo como el divisor por la misma potencia de 10.

Ejemplo 1: 2 , 4 : 0 , 6 = → 2 4 , : 6 = ,

Ejemplo 2: 0 , 2 4 : 0 , 6 = → 2 , 4 : 6 = ,

Ejemplo 3: 2 4 , : 0 , 0 6 = → 2 4 0 0 , : 6 = ,

Luego, divide por el número entero utilizando la división larga.

6. Utiliza 156 : 12 = 13 para dividir. Coloca la coma decimal en el lugar correcto del resultado.

a) 1 5 , 6 : 1 , 2 = 1 3 b) 1 , 5 6 : 1 , 2 = 1 3 c) 1 , 5 6 : 0 , 1 2 = 1 3

Posiblemente tendrás que agregar ceros.

d) 1 5 , 6 *0* : 0 , 1 2 = 1 3 *0* e) 1 5 6 : 1 , 2 = 1 3 f) 1 5 , 6 : 0 , 0 1 2 = 1 3

EXTRA ▶

1 ,	5	6							

: 0 , 0 0 0 0 1 2 =

1	3			

7. Utiliza para dividir la división larga.

a) 2, 5 6 : 0, 8

2	5 ,	6

: 8 = ,

b) 3 1, 5 : 0, 0 9

3	1	5	0 ,

: 9 = ,

c) 16,74 : 0,03 d) 0,176 : 0,08 e) 13,47 : 0,002 f) 86,52 : 0,4

8. Calcula cada expresión. Utiliza el orden de operaciones correcto.

a) 4,8 : (0,2 + 0,4) b) 4,8 : 0,2 + 0,4 c) 3,2 + 4,8 × 5 d) (3,2 + 4,8) × 5

9. Carmela tiene 3,6 kilos de queso. Necesita 0,05 kilos de queso para cada pan. ¿Cuántos panes puede preparar?

10. Elías tiene 3,52 m de hilo. ¿Cuántas mostacillas de 0,08 mm usará en su collar?

NS6-42 División con dos cifras (introducción)

1. Encierra cuántas decenas hay en el número que debe dividirse.

a) 3 8 4 : 11   b) 5 9 3 : 11   c) 6 3 2 : 11

Hay 38 decenas en 384.

2. ¿Cuántas veces cabe 11 en el número de decenas? Escribe el resultado debajo del divisor.

a) 3 8 4 : 11 = *3*   b) 5 9 3 : 11 =   c) 6 3 2 : 11 =

d) 9 1 3 : 11 =   e) 7 5 3 : 11 =   f) 5 1 2 : 11 =

3. ¿Cuántas veces cabe 21 en el número de decenas? Escribe 0, 1, 2, 3 o 4.

a) 6 5 2 : 21 =   b) 4 9 6 : 21 =   c) 7 0 5 : 21 =

d) 9 2 0 : 21 =   e) 1 9 8 : 21 =   f) 2 1 6 : 21 =

4. Encierra la primera parte del número que se divide que sea 18 o mayor.

¿3 es mayor o igual que 18? No. ¿37 es mayor o igual que 18? Sí.

a) 3 7 2 : 18   b) 1 4 7 : 18   c) 1 8 5 : 18

d) 9 3 2 : 18   e) 4 7 6 : 18   f) 1 2 3 : 18

$18 \times 1 = 18$	$18 \times 2 = 36$	$18 \times 3 = 54$	$18 \times 4 = 72$	$18 \times 5 = 90$
$18 \times 6 = 108$	$18 \times 7 = 126$	$18 \times 8 = 144$	$18 \times 9 = 162$	

5. ¿Cuántas veces cabe 18 en el número encerrado? Escribe el resultado debajo del divisor.

a) 1 7 4 6 : 18 =   b) 9 3 7 8 : 18 =

c) 6 1 5 6 : 18 =   d) 1 2 4 2 : 18 =

18 personas se reparten $1.368. ¿Cuánto dinero obtiene cada una?

Paso 1: Divide el dinero en 136 monedas de diez pesos y 8 monedas de peso.

Paso 2: Divide las monedas de diez pesos.

Se reparten 18 × 7 = 126 monedas de diez pesos.

	1	3	6	8	: 18 = 7
−	1	2	6		
		1	0		

Cada persona recibe 7 monedas de diez pesos.

Sobran 10 monedas de diez pesos.

6. Haz los dos primeros pasos de la división larga.

a)

	1	1	7	0	: 18 = ☐
−					

b)

	6	1	7	0	4	: 18 = ☐
−						

Paso 3: Cambia las monedas de diez pesos sobrantes por monedas de un peso y divide las monedas sobrantes.

	1	3	6	8	: 18 = 7 **6**
−	1	2	6		
		1	0	8	
−		1	0	8	
				0	

Cada persona recibe 6 monedas de peso.

Las 10 monedas de diez pesos y las 8 monedas de un peso suman 108 pesos que deben dividirse.

18 × 6 = Los 108 pesos se han dividido.

1.368 : 18 = 76, por tanto, cada una recibe 76 pesos.

7. Completa la división larga.

a)

	1	5	3	0	: 18 = ☐☐
−					
−					

b)

	1	0	3	4	: 11 = ☐☐
−					
−					

8. Utiliza papel cuadriculado para hacer las divisiones.

a) 638 : 11 b) 903 : 21 c) 792 : 11 d) 774 : 18 e) 1.638 : 18 f) 7.092 : 18

NS6-43 División con dos cifras

Al utilizar la división larga, 237 : 50 y 23 : 5 tienen el mismo cociente pero los restos son distintos.
Dado que $5 \times 4 = 20$, entonces $50 \times 4 = 200$, y los resultados son:

23 : 5 = 4 ⟵ cociente	237 : 50 = 4 ⟵ cociente
20	200
3 ⟵ resto	37 ⟵ resto

1. Divide utilizando la división larga.

a)

	1	9	6	: 30 = *6*
30 × 6 ⟶ −	*1*	*8*	*0*	
		1	*6*	

utilizar 19 : 3 para hallar el 6

196 180

b)

	1	7	4	: 20 = ☐
−				

c)

	5	2	1	: 60 = ☐
−				

d)

	2	1	8	: 40 = ☐
−				

38 es cercano a 40, por tanto 176 : 38 es cercano a 176 : 40.

2. Encierra el divisor a la decena más cercana. Después, haz una estimación del cociente.

a) 163 : 48 = *3* (*50*)   b) 478 : 69 =   c) 235 : 32 =   d) 333 : 41 =

3. Multiplica el divisor por el cociente estimado. Escribe el resultado debajo del dividendo.

a) 162 : 48 = 3
144

	4	8	×	3
1	*4*	*4*		

b) 256 : 41 = 6

	4	1	×	6

c) 142 : 19 = 7

			×	

d) 268 : 32 = 8

			×	

Para dividir 176 : 38:

Paso 1: Encierra el divisor a la decena más próxima. 40

$176 : 38 = 4$
$\underline{152}$
24

Paso 2: Haz una estimación del cociente. Utiliza 176 : 40 o 17 : 4.

Paso 3: Multiplica el divisor por el cociente estimado: $38 \times 4 = 152$.

Paso 4: Haz la resta para hallar el resto.

4. Encierra el divisor y haz una estimación del cociente. Multiplica el cociente estimado por el divisor (*no* el divisor redondeado).

a) *20*

$122 : 18 = 6$
108

	1	*8*	×	*6*
1	*0*	*8*		

b)

$353 : 42 =$

			×	

c)

$378 : 49 =$

			×	

d)

$268 : 32 =$

			×	

5. Resta para encontrar el resto.

a)

	2	7	4	: 62 = 4
−	2	4	8	
		2	*6*	

b)

	1	9	6	: 29 = 6
−	1	7	4	

6. Divide.

a) *60*

	2	5	3	: 58 = 4
−	*2*	*3*	*2*	
		2	*1*	

	3			
	5	*8*	×	*4*
2	*3*	*2*		

b) 1 4 3 : 19 c) 1 3 0 : 32 d) 3 8 5 : 49 e) 1 7 3 : 21

NS6-44 División con dos cifras: estimar y comprobar

Al hacer una estimación del cociente en una divisió, la estimación puede ser demasiado alta o demasiado baja.

Ejemplos:

156 : 23 = **7**	123 : 16 = **6**
161	96
¡número negativo!	**27** pero 27 > 16
¡DEMASIADO ALTA!	¡DEMASIADO BAJA!

1. ¿La estimación es demasiado alta o demasiado baja?

a) 1 3 5 : 18 = **6**
1 0 8

6 es demasiado_____ .

b) 1 3 5 : 23 = **6**
1 3 8

6 es demasiado _____.

c) 3 6 2 : 43 = **9**
3 8 7

9 es demasiado _____.

d) 1 4 9 : 27 = **4**
1 0 8

4 es demasiado _____.

2. Utiliza la primera estimación para mejorarla. A continuación, divide.

a) 149 : 26 = **4**
1 0 4
45 45 >26
¡BAJA!

1	4	9	: 26 = ☐
–			

b) 121 : 17 = **6**
1 0 2
19 19 >17
¡BAJA!

1	2	1	: 17 = ☐
–			

c) 263 : 34 = **8**
2 7 2
¡número negativo!
¡ALTA!

2	6	3	: 34 = ☐
–			

3. Divide.

a) 291 : 43 b) 784 : 85 c) 473 : 67 d) 658 : 74

4. Encierra la primera parte del dividendo que sea como mínimo tan grande como el divisor.

dividendo

divisor

a) 6 3 2 1 : 4 8 b) 5 1 2 3 : 7 3 c) 2 7 4 9 : 2 7

5. Haz una estimación de cuántas veces cabe 26 en el número seleccionado. Multiplica para comprobar tu estimación.

a) 6 1 3 2 : 26 = *2*

52

9

b) 1 4 2 7 : 26

c) 8 4 7 6 : 26

6. Divide utilizando la división larga. Pista: Encierra la primera parte del dividendo que sea como mínimo tan grande como el divisor.

a)

9	8	4

: 36 = ☐☐

b)

3	6	1	8

: 54 = ☐☐

c) 17,28 : 2,4 d) 168 : 0,48 e) 15,37 : 0,053

7. a) ¿Es el resultado de 2.376 : 36 mayor que el resultado de 984 : 36? _________

b) Explica por qué un alumno que responda “no” en el apartado *a)* debería buscar dónde está el error.

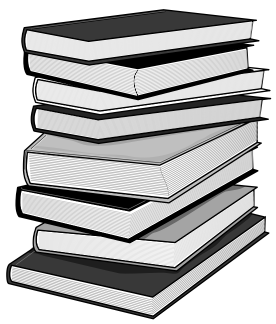
8. a) Utiliza la división larga para encontrar el resultado de 854 dividido por 10. Expresa el resultado...

i) con un resto. ii) como un número mixto. iii) como un decimal.

b) ¿Cómo podrías deducir el resultado del subapartado *iii)*?

9. Una profesora reparte 360 galletas entre 24 alumnos. ¿Cuántas galletas tocan a cada uno?

10. Treinta y dos personas comparten el valor total de una excursión en bus: $2.144.000. ¿Cuánto paga cada persona?



11. María tiene $1.445. ¿Cuántos lápices de $85 puede comprar?

12. ¿Cuántos libros de 1,25 cm de grosor caben en una estantería de 18,5 cm de longitud?

NS6-45 Números primos y números compuestos

1. Lista los divisores de cada número.

Número	Divisores
2	*1, 2*
3	*1, 3*
4	*1, 2, 4*
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Números	Divisores
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

2. Los números mayores que 1 son **primos** o **compuestos**, pero nunca ambas cosas.

Primos	Compuestos
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19	4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18

a) Encierra los números primos del ejercicio 1.

b) ¿Cuántos divisores tiene cada número primo? _______________

Un número natural es **primo** si tiene solo dos divisores. Un número natural es **compuesto** si tiene más de dos divisores.

3. a) ¿Cuántos divisores tiene el número 1? _________

b) ¿El número 1 es primo, compuesto o ninguna de las dos cosas? ____________________________

4. a) Encierra los números primos.

1 22 13 45 75 16 72 81 17 19 99

b) ¿Es más rápido demostrar que un número primo es primo o que un número compuesto es compuesto? Justifica tu respuesta.

____

____

RECUERDA ▶ Cualquier número natural es un múltiplo de cada uno de sus divisores o factores.
Ejemplo: $2 \times 3 = 6$, por tanto, 6 es un múltiplo de 2 y 6 es un múltiplo de 3.

5. Escribe *múltiplo* o *factor*.

a) 10 es un ____________________ de 2 y 2 es un ____________________ de 10.

b) 10 es un ____________________ de 20 y 20 es un ____________________ de 10.

6. Cuenta a saltos para comprobar los múltiplos. *Cuenta a saltos:*

a) ¿Es 36 un múltiplo de 8? _______ _______, _______, _______, _______, _______

b) ¿Es 42 un múltiplo de 9? _______ _______, _______, _______, _______, _______

c) ¿Es 35 un múltiplo de 7? _______ _______, _______, _______, _______, _______

d) ¿Es 24 un múltiplo de 6? _______ _______, _______, _______, _______, _______

7. Utiliza la división larga para decidir si los números son múltiplos de 4.

a) 5 6 : 4 =

b) 7 8 : 4 =

c) 9 2 : 4 =

¿56 es múltiplo de 4? _____ ¿78 es múltiplo de 4? _____ ¿92 es múltiplo de 4? _____

RECUERDA ▶ Un número par es múltiplo de 2. Por tanto, el 2 es factor de todos los números pares.

8. a) Completa el par de factores de cada número.

i) 6
2 y _____

ii) 20
2 y _____

iii) 64
2 y _____

EXTRA ▶ 48.426
2 y ________

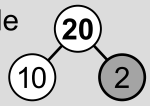
b) ¿Qué números pares son compuestos? Justifica tu respuesta. ____________________________

____

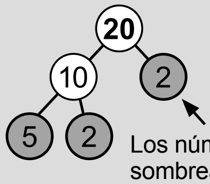
____

Ana crea un **diagrama de árbol** para encontrar los factores primos de 20.

Paso 1
Ana encuentra cualquier par de números (sin incluir el 1) cuya multiplicación sea 20 y sombrea los números primos.



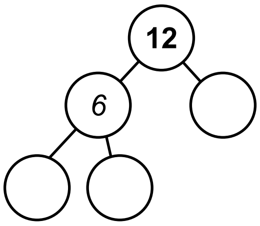
Paso 2
Ana repite el Paso 1 para los números de las “ramas” que no son números primos.

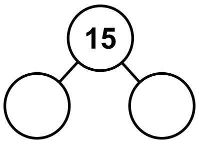


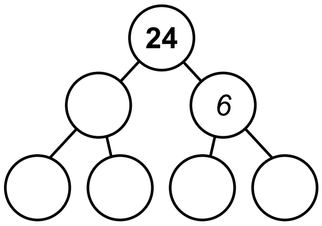
Los números sombreados son los factores primos de 20.

Ana se detiene cuando todos los números de las ramas son números primos y están sombreados.

9. Completa el diagrama de árbol de cada número. (Recuerda sombrear los números primos.)

a) 

b) 

c) 

La **descomposición factorial** de un número compuesto consiste en escribir el número como un producto de números primos.

Ejemplos: La descomposición factorial de 6 es 2×3. La descomposición factorial de 20 es $5 \times 2 \times 2$.

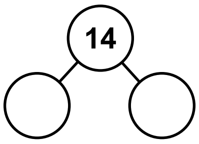
10. Escribe la descomposición factorial de cada número del ejercicio 9.

a) $12 =$ ______ $\times$ ______ $\times$ ______

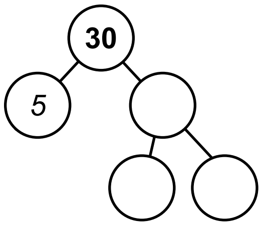
b) $15 =$ ______ $\times$ ______

c) $24 =$ ______ $\times$ ______ $\times$ ______ $\times$ ______

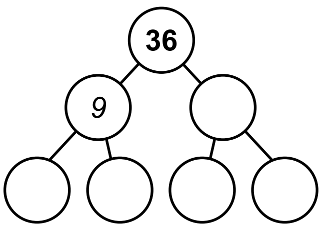
11. Utiliza un diagrama de árbol para encontrar la descomposición factorial.

a) 

$14 =$ ______ $\times$ ______

b) 

$30 =$ ______ $\times$ ______ $\times$ ______

c) 

$36 =$ ______ $\times$ ______ $\times$ ______ $\times$ ______

d) 16

e) 18

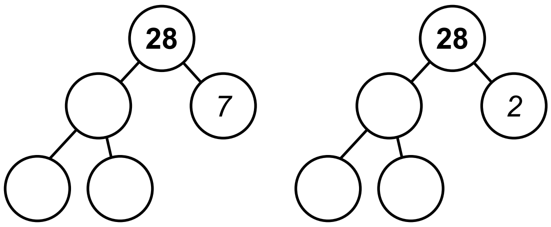
f) 48

12. a) Completa los dos diagramas de árbol para 28.

b) Escribe la descomposición factorial de cada árbol.

Árbol de la izquierda: _____ × _____ × _____

Árbol de la derecha: _____ × _____ × _____



c) Si ordenas los factores primos de menor a mayor,

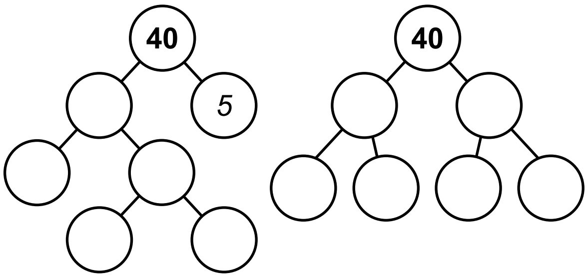
¿observas alguna diferencia entre las descomposiciones? _____

13. a) Completa los dos diagramas de árbol para 40.

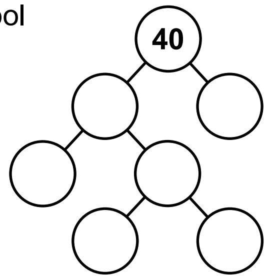
b) Ordena los factores primos de cada árbol de menor a mayor para demostrar que las descomposiciones factoriales son iguales.

Árbol de la izquierda: ____ × ____ × ____ × ____

Árbol de la derecha: ____ × _____ × ____ × ____



EXTRA ▶ Completa el diagrama de árbol para 40 con la misma forma que el árbol de la izquierda de *a*), pero con números diferentes. ¿Se obtiene la misma descomposición factorial con el tercer árbol?



14. Escribe cinco múltiplos impares de 3 entre el 10 y el 40: _____, _____, _____, _____, _____

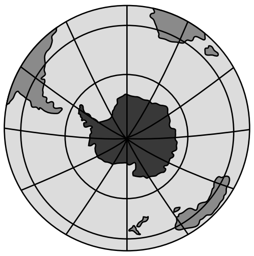
15. Soy un número primo menor que 10. Si me sumas 10 o 30, el resultado es un número primo. ¿Qué número soy? _____

16. Rita tiene 12 rosas y 16 lirios. Quiere utilizar todas las flores para hacer ramos. Cada ramo debe tener el mismo número de rosas y el mismo número de lirios. ¿Cuál es el número mayor de ramos que puede hacer?

EXTRA ▶ Maira tiene 12 manzanas, 18 naranjas y 30 plátanos. Quiere poner todas las frutas en canastas y que, en cada canasta, haya el mismo número de cada fruta. Maira utiliza el mayor número de canastas que puede. ¿Cuántas piezas de cada tipo de fruta hay en cada canasta?

NS6-46 Repaso

1. El 98% de la Antártida está cubierta de hielo. ¿Qué fracción de la Antártida *no* está cubierta de hielo?



2. Dejamos caer una pelota desde 100 m.

Cada vez que toca el suelo, rebota hasta $\frac{3}{5}$ de la última altura desde la que cae.

¿A qué altura rebota…

a) en el primer rebote?

b) en el segundo rebote?

3. La cáscara de un plátano pesa $\frac{1}{8}$ del peso total del plátano.

Si compras 4 kg de plátanos a $600 por kg...

a) ¿cuánto pagas por la cáscara?

b) ¿cuánto pagas por la parte que te comes?

4. Juana gana $2.835 el lunes.

El jueves se gasta $1.752 en una blusa.

Ahora tiene $3.223.

¿Cuánto dinero tenía antes de empezar a trabajar el lunes?

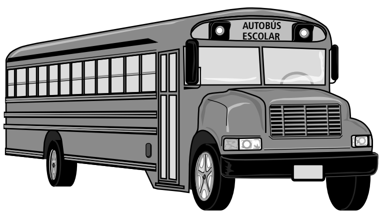
5. Pepe compra $\frac{8}{3}$ tazas de fresas. Utiliza $\frac{1}{4}$ de las fresas para hacer una tarta. Luego, se come $\frac{1}{6}$ de la tarta.

¿Cuántas tazas de fresas se come?

6. Lucía da 8 vueltas alrededor de una pista de hielo en $\frac{1}{3}$ de una hora. Cada vuelta a la pista son 0,6 kilómetros.

¿Qué distancia recorre Lucía en una hora?

7. Seis clases de la escuela han ido a patinar.



Hay 24 alumnos en cada clase.
Los profesores alquilan 4 buses. Cada uno de ellos tiene 30 plazas. ¿Cabrán todos los alumnos?

8. Elena tarda 45 minutos en acabar las tareas. Dedica $\frac{2}{5}$ del tiempo a hacer matemáticas y $\frac{2}{5}$ del tiempo a estudiar historia.

a) ¿Cuántos minutos dedica a las matemáticas y a la historia?

b) ¿Cuántos minutos dedica a otras asignaturas?

c) ¿Qué porcentaje del tiempo dedica a las demás asignaturas?

9. El servicio de taxi de Antonio cobra $250 por el primer kilómetro y $150 por cada kilómetro adicional. Si Víctor paga un total de $1.750, cuántos kilómetros recorre en el taxi?

10. Carlota regala un 75% de sus láminas de fútbol.

a) ¿Qué fracción de láminas conserva?

b) Carlota pega las láminas que le quedan en un álbum. En cada página del álbum caben 14 láminas y llena 23 páginas.¿Cuántas láminas pega en el álbum?

c) ¿Cuántas láminas tenía antes de regalar parte de su colección?

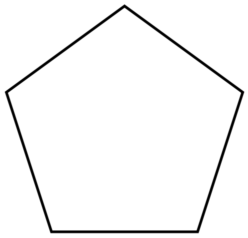
11. Halla los números misteriosos.

a) Soy un número entre 15 y 25.
Soy un múltiplo de 3 y 4.

b) Soy un número entre 20 y 30.
La cifra de mis decenas es 1 menos que la cifra de las unidades.

c) Redondeado a la decena más cercana, soy 60. Soy un número impar. La diferencia entre mis dígitos es dos.

12. Una figura pentagonal tiene un perímetro de 3,85 m. ¿Cuánto mide cada lado?



13. Oscar compra una carpeta de $1.725 y un bolígrafo de $235. Paga un 19% de impuestos. Si da $2.500, ¿cuánto le devuelven de cambio?

14. a) El cometa Encke aparece en nuestro cielo cada 3,3 años. ¿Cuántas veces aparecerá durante un siglo?

b) Cada 4 años hay un año bisiesto. ¿Cuántos años bisiestos hay en un siglo?

c) ¿Cuál de las respuestas es mayor, *a)* o *b)*? ¿Por qué crees que esto es así?

15. El corazón bombea unos 0,06 l de sangre con cada latido. ¿Cuántas veces tiene que latir el corazón para bombear un litro de sangre?

EE6-7 Resolver ecuaciones: mantener la igualdad

1. Escribe el número que hace que la ecuación sea verdadera.

a) $\mathbf{8} + 4 - \square = \mathbf{8}$ b) $\mathbf{8} \times 3 : \square = \mathbf{8}$ c) $\mathbf{8} : 2 \times \square = \mathbf{8}$

d) $\mathbf{12} : 4 \times \square = \mathbf{12}$ e) $\mathbf{13} - 6 + \square = \mathbf{13}$ f) $\mathbf{19} + 3 - \square = \mathbf{19}$

2. Escribe la operación que hace que la ecuación sea verdadera.

a) $7 + 2 \bigcirc 2 = 7$ b) $8 \times 3 \bigcirc 3 = 8$ c) $12 : 2 \bigcirc 2 = 12$

d) $15 - 4 \bigcirc 4 = 15$ e) $18 : 3 \bigcirc 3 = 18$ f) $6 + 4 \bigcirc 4 = 6$

3. Escribe el número y la operación que hacen que la ecuación sea verdadera.

a) $17 + 3$ <u>$- 3$</u> $= 17$ b) $20 : 4$ ______ $= 20$ c) 18×2 ______ $= 18$

d) $11 - 4$ ______ $= 11$ e) 4×3 ______ $= 4$ f) $15 + 2$ ______ $= 15$

g) 5×2 ______ $= 5$ h) $5 : 2$ ______ $= 5$ i) $5 - 2$ ______ $= 5$

j) $\boldsymbol{n} + 3$ <u>$- 3$</u> $= \boldsymbol{n}$ k) $\boldsymbol{n} \times 3$ ______ $= \boldsymbol{n}$ l) $5\boldsymbol{m}$ ______ $= \boldsymbol{m}$

m) $\boldsymbol{x} - 5$ ______ $= \boldsymbol{x}$ n) $\boldsymbol{x} + 7$ ______ $= \boldsymbol{x}$ ñ) $\boldsymbol{z} : 5$ ______ $= \boldsymbol{z}$

RECUERDA ▶ La variable *x* representa un número, así que puedes tratarla como tal.

Operación	Resultado	Operación	Resultado
Suma 3 a *x*.	$x + 3$	Multiplica 3 por *x*.	$3 \times x = 3x$
Suma *x* a 3.	$3 + x$	Multiplica *x* por 3.	$x \times 3 = 3x$
Resta 3 de *x*.	$x - 3$	Divide *x* por 3.	$x : 3$
Resta *x* de 3.	$3 - x$	Divide 3 por *x*.	$3 : x$

4. Muestra el resultado de la operación.

a) Multiplica *x* por 7. <u>$7x$</u> b) Suma 4 a *x*. <u>$x + 4$</u> c) Resta 5 de *x*. __________

d) Resta *x* de 5. __________ e) Divide *x* por 10. __________ f) Divide 9 por *x*. __________

g) Multiplica 8 por *x*. __________ h) Suma *x* a 9. __________ **EXTRA ▶** Suma *x* a *y*. __________

5. ¿Cómo podrías deshacer la operación y volver al número con el que empezaste?

a) suma 4 <u>*resta 4*</u> b) multiplica por 3 __________ c) resta 9 __________

d) divide por 2 __________ e) suma 7 __________ f) multiplica por 5 __________

g) multiplica por 2 __________ h) divide por 8 __________ i) resta *x* __________

6. Despeja x haciendo la misma operación en ambos lados de la ecuación. Comprueba el resultado.

a) $3x = 12$

$3x : 3 = 12 : 3$

$x = 4$

Comprueba sustituyendo x por tu resultado:

$3\ (4) = \mathbf{12}$ ✓

b) $x : 6 = 3$

$x : 6 \times 6 = 3 \times 6$

c) $x - 4 = 20$

d) $x : 3 = 5$

e) $12 + x = 22$

f) $44 = 4x$

g) $x - 17 = 25$

h) $31 = 19 + x$

i) $x + 26 = 53$

j) $11 = x : 5$

k) $9x = 63$

EXTRA ▶ $x + 9 = 9 + 45$

Eva resuelve $7 - x = 5$ en dos pasos.

Paso 1: Considera x como un número y suma x a ambos lados:

$$7 - x + x = 5 + x$$
$$7 = 5 + x$$

Paso 2: Resta 5 de ambos lados para encontrar x:

$$7 - 5 = 5 + x - 5$$
$$2 = x$$

Eva comprueba el resultado. Sustituye x en la ecuación por 2: $7 - 2 = 5$ ✓

7. Resuelve la ecuación en dos pasos como Eva. Comprueba el resultado.

a) $12 - x = 6$

$12 - x + x = 6 + x$

$12 = 6 + x$

$12 - 6 = 6 + x - 6$

$6 = x$

Comprueba sustituyendo x por tu resultado:

$12 - 6 = \mathbf{6}$ ✓

b) $6 = 13 - x$

c) $24 - x = 20$

d) $3 = 15 - x$

e) $59 - x = 56$

f) $26 = 43 - x$

g) $31 - x = 11$

h) $73 - x = 41$

i) $17 - x = 17$

EE6-8 Resolver ecuaciones: usar la lógica

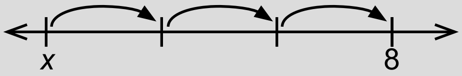
Para resolver la ecuación $x + 3 = 8$, David y Cristina usan métodos diferentes.

David conserva la igualdad:

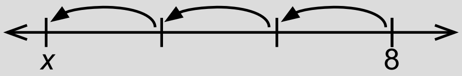
$$x + 3 = 8$$
$$x + 3 - 3 = 8 - 3$$
$$x = 5$$

Cristina usa la lógica. Piensa cómo la suma y la resta se relacionan entre sí:

$x + 3 = 8$ significa que debo sumar 3 a x para obtener 8.



Por tanto, debo restar 3 de 8 para encontrar x.



$x = 8 - 3 = 5$

1. Utiliza el método de Cristina para resolver las ecuaciones.

a) $x + 5 = 12$
$x = 12 - 5$
$x = 7$

b) $x + 3 = 10$

c) $x + 25 = 41$

d) $21 + x = 34$

e) $28 = 8 + x$

f) $41 = x + 14$

g) $17 + x = 56$

h) $x + 22 = 33$

i) $16 + x = 34$

j) $x + 35 = 61$

k) $6 + x = 100$

l) $5 + x + 2 = 18$

David y Cristina resuelven la ecuación $x - 2 = 5$.

David conserva la igualdad:

$$x - 2 = 5$$
$$x - 2 + 2 = 5 + 2$$
$$x = 7$$

Cristina utiliza la lógica:

$x - 2 = 5$ significa que debo restar 2 de x para obtener 5.
Por tanto, debo sumar 2 a 5 para encontrar x.

$x = 5 + 2 = 7$

2. Usa el método de Cristina para resolver la ecuación.

a) $x - 5 = 12$
$x = 12 + 5$
$x = 17$

b) $x - 12 = 5$

c) $26 = x - 3$

d) $x - 19 = 9$

e) $x - 7 = 28$

f) $x - 13 = 22$

g) $14 = x - 27$

h) $29 = x - 32$

i) $x - 15 = 62$

j) $43 = x - 19$

k) $x - 51 = 49$

l) $73 = x - 21$

RECUERDA ▶ La división se escribe a menudo como una fracción.

Ejemplos: $12 : 4 = \frac{12}{4}$ $15 : 5 = \frac{15}{5}$ $x : 3 = \frac{x}{3}$ $w : 7 = \frac{w}{7}$

3. Resuelve las divisiones.

a) $\frac{6}{3} = \boxed{2}$ b) $\frac{12}{6} = \boxed{}$ c) $\frac{12}{4} = \boxed{}$ d) $\frac{15}{5} = \boxed{}$

David y Cristina resuelven la ecuación $3x = 12$.

David conserva la igualdad:

$3x = 12$
$3x : 3 = 12 : 3$
$x = 4$

Cristina utiliza la lógica:

$3x = 12$ significa que debo multiplicar x por 3 para obtener 12. Por tanto, debo dividir 12 por 3 para encontrar x.

$x = 12 : 3 = 4$

4. Utiliza el método de David para resolver las ecuaciones conservando la igualdad.

a) $4x = 12$ b) $2x = 10$ c) $6x = 42$ d) $2x = 14$

$4x : 4 = 12 : 4$

$x = 3$

e) $7x = 28$ f) $6x = 18$ g) $7x = 49$ h) $8x = 48$

David y Cristina resuelven la ecuación $\frac{x}{3} = 8$.

David conserva la igualdad:

$\frac{x}{3} = 8$

$\frac{x}{3} \times 3 = 8 \times 3$

$x = 24$

Cristina utiliza la lógica:

$\frac{x}{3} = 8$ significa que debo dividir x por 3 para obtener 8.

Por tanto, debo multiplicar 8 por 3 para encontrar x.

$x = 8 \times 3$, por tanto, $x = 24$

5. Resuelve las ecuaciones utilizando la lógica.

a) $\frac{x}{2} = 3$ b) $2x = 8$ c) $\frac{x}{4} = 5$ d) $3 + x = 8$ e) $x - 5 = 6$

$x = 3 \times 2$

$x = 6$

f) $\frac{x}{3} = 4$ g) $5 + x = 12$ h) $12 = 2x$ i) $15 = 3x$ j) $4 = \frac{x}{5}$

k) $\frac{x}{7} = 4$ l) $\frac{x}{4} = 7$ m) $3x = 27$ n) $36 = 12x$ **EXTRA ▶** $\frac{x}{15} = 6$

EE6-9 Totales, diferencias y ecuaciones

1. Completa la tabla. Escribe x para el número que no está especificado.

		Globos azules	Globos rojos	Total de globos	Otra forma de escribir el total
a)	9 globos azules 17 globos en total	*9*	x	*17*	$9 + x$
b)	15 globos azules 13 globos rojos				
c)	31 globos en total 18 globos azules				
d)	17 globos rojos 23 globos en total				
e)	34 globos rojos 21 globos azules				

Si puedes escribir el mismo número de dos formas, puedes escribir una ecuación.

Ejemplo: 9 globos azules, x globos rojos, 17 globos en total

Escribe el total de dos formas para obtener una ecuación: $9 + x = 17$

2. Encierra el total de cada ejemplo. Luego, escribe una ecuación.

a) 15 globos azules
28 globos en total
x globos rojos

$15 + x = 28$

b) 12 globos azules
14 globos rojos
x globos en total

____

c) 27 globos en total
19 globos rojos
x globos azules

____

d) Hay 13 manzanas rojas.
Hay x manzanas verdes.
Hay 27 manzanas en total.

____

e) Hay x manzanas rojas.
Hay 14 manzanas verdes.
Hay 39 manzanas en total.

____

f) Hay 55 manzanas rojas.
Hay 16 manzanas verdes.
Hay x manzanas en total.

____

3. Encierra el total de cada ejemplo. Luego, escribe una ecuación y resuélvela.

a) Hay 9 niñas.
Hay 12 niños.
Hay x alumnos en total.

____

____

b) Hay 19 stickers.
x de ellos son negros.
11 de ellos no son negros.

____

____

c) Jeff tiene 9 pósters.
x pósters son de películas.
6 pósters son de cantantes.

____

____

parte mayor $-$ parte menor $=$ diferencia
$9 - x = 4$
9 es 4 unidades mayor que x. x es 4 unidades menor que 9.

4. Completa la tabla. Escribe x para el número que no está especificado. Encierra con un círculo la parte mayor y a continuación escribe la diferencia de otra forma.

		Partes		Diferencia	Otra forma de escribir la diferencia
		Kiwis	Piñas		
a)	13 kiwis; 5 piñas más que kiwis	*13*	*x*	*5*	$x - 13$
b)	9 piñas más que kiwis; 12 kiwis				
c)	6 kiwis; 7 piñas				
d)	19 piñas; 8 kiwis menos que piñas				
e)	27 piñas; 13 piñas menos que kiwis				

5. Encierra con un círculo la parte que sea mayor. Escribe la diferencia de dos formas para hacer una ecuación.

a) 8 kiwis
3 naranjas menos que kiwis
x naranjas
$8 - x = 3$

b) 5 kiwis
13 naranjas
x naranjas más que kiwis
____

c) 12 kiwis más que naranjas
5 naranjas
x kiwis
____

6. Encierra con un círculo la parte que sea mayor. Escribe la diferencia de dos formas para hacer una ecuación. Luego, resuelve la ecuación.

a) Hay 7 CD.
Hay x libros.
Hay 5 CD más que libros.

b) Hay x CD.
Hay 12 libros.
Hay 6 CD menos que libros.

c) Hay 12 CD.
Hay 29 libros.
Hay x CD menos que libros.

d) Hay 17 manzanas.
Hay x peras.
Hay 8 manzanas más que peras.

e) Iker tiene 19 stickers.
David tiene x stickers.
Iker tiene 13 stickers menos que David.

f) El curso de Eva tiene x alumnos.
El curso de Ana tiene 34 alumnos.
El curso de Eva tiene 6 alumnos menos que el de Ana.

7. Completa la tabla. Escribe *x* para el número que no está especificado.

	Problema	Partes	¿Cuántos?	Ecuación y solución
a)	Álex tiene 22 CD de jazz en su colección. Tiene 8 CD de jazz más que CD de pop. ¿Cuántos CD de pop tiene?	*CD de jazz*	22	$22 - x = 8$ $22 = 8 + x$ $22 - 8 = x$ $14 = x$
		CD de pop	x	
b)	Juana tiene 21 globos rojos. Tiene 9 globos verdes. ¿Cuántos globos rojos más que verdes tiene?			
c)	Hay 7 manzanas en el refrigerador. Hay 4 naranjas más que manzanas. ¿Cuántas naranjas hay?			
d)	La botella de refrescos del supermercado A cuesta 9 céntimos menos que la del supermercado B. La botella de B cuesta 84 céntimos. ¿Cuánto cuesta la botella de A?			

8. Escribe la diferencia de dos formas distintas para hacer una ecuación. Luego, resuelve la ecuación.

a) El sábado, Carlos estuvo entrenando durante 25 minutos. El domingo entrenó 17 minutos más que el sábado. ¿Cuánto tiempo estuvo entrenando el domingo?

$x - 25 = 17$

$x = 17 + 25 =$

$= 42$

b) En la escuela hay 32 profesores. Hay 18 monitores menos que profesores. ¿Cuántos monitores hay?

____

____

____

c) En una reserva africana, un leopardo joven macho pesa 79 kilos. Una hembra pesa 23 kilos menos. ¿Cuánto pesa la hembra?

d) Lucía recorrió 13 km en bicicleta el sábado. El domingo recorrió 5 km más que el sábado. ¿Cuántos kilómetros recorrió el domingo?

e) Berta cuenta los autos que había en un estacionamiento. El lunes había 68 autos y el martes 39. ¿Cuántos autos menos había estacionados el martes?

f) La exposición de arte de Gabriel tuvo 658 visitantes el primer día. Al día siguiente, tuvo 18 visitantes más que el anterior. ¿Cuántos visitantes tuvo la exposición en el segundo día?

EE6-10 Problemas de sumas y restas

1. Completa la tabla. Escribe *x* para el número que debes encontrar. Tacha la celda que no necesites.

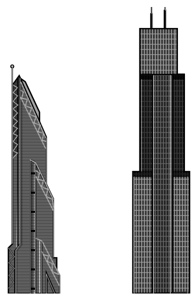
	Problema	Partes	Cantidad	Diferencia / Total	Ecuación y solución
a)	Rafael tiene 2 perros y 5 peces. ¿Cuántos animales tiene?	*perros*	*2*	~~Diferencia: _____~~	$2 + 5 = x$ $x = 7$
		peces	*5*	Total: __*x*__	
b)	Elisa corrió 13 km el sábado. El domingo corrió 14 km. ¿Qué distancia corrió en dos días?			Diferencia: _____	
				Total: _____	
c)	Leila ahorró $4.300 en enero. En febrero ahorró $1.400 menos que en enero. ¿Cuánto dinero ahorró en febrero?			Diferencia: _____	
				Total: _____	
d)	Un rascacielos tiene una altura de 318 m. Es 138 m más bajo que el edificio vecino. ¿Qué altura tiene este segundo rascacielos?			Diferencia: _____	
				Total: _____	
e)	En un supermercado se vendieron 473 bolsas de papas para hervir y para freír. Si 139 bolsas eran de papas para hervir, ¿cuántas bolsas para freír se vendieron?			Diferencia: _____	
				Total: _____	

2. Escribe las partes y la cantidad de cada una. Escribe y resuelve una ecuación.

a) Clara ve la televisión durante 45 minutos. Dedica 15 minutos menos a hacer los deberes que a ver la televisión. ¿Cuánto tiempo dedica a hacer los deberes?

b) Una entrada para el cine cuesta $2.400. Son $900 más que una entrada al museo. ¿Cuánto cuestan las dos entradas juntas?

c) La Torre Mercury City en Moscú mide 339 m de altura. La Torre Willis en Chicago mide 442 m de altura. ¿Qué diferencia de altura hay entre la Torre Willis y la Torre Mercury City?



Torre Mercury City   Torre Willis

3. Resuelve el problema utilizando una ecuación para cada apartado. Usa la respuesta del subapartado *i)* como dato para el subapartado *ii)*.

a) Álex estuvo leyendo 30 minutos antes y 45 minutos después de cenar.

i) ¿Cuántos minutos estuvo leyendo en total?

ii) La cena de Álex duró 30 minutos. Si después de cenar terminó de leer a las 7:30 p. m., ¿a qué hora empezó a cenar?

b) En un equipo de fútbol hay 18 jugadores. Siete de ellos son reservas y el resto son jugadores de campo.

i) ¿Cuántos jugadores de campo hay en el equipo?

ii) ¿Cuántos jugadores de campo más hay en el equipo que reservas?

4. Resuelve los problemas en dos pasos.

a) María compra 16 stickers rojos y 25 stickers azules. Utiliza 13 de ellos. ¿Cuántos stickers le quedan?

b) En el curso de sexto hay 28 alumnos. Trece de ellos son niños. ¿Cuántas niñas más que niños hay en el curso?

c) Iván ha leído 7 libros de misterio. Ha leído 3 libros más de ciencia ficción que de misterio. ¿Cuántos libros ha leído en total?

d) Ana tiene $7.500. Se gasta $1.200 en dos helados, $3.200 en una polera y $2.500 en una pizza. ¿Cuánto dinero le queda?

5. En una ciudad hay 23.500 casas y 12.700 pisos.

a) ¿Cuántas casas y pisos hay en total?

b) ¿Cuántas casas más que pisos hay?

c) Una empresa planea demoler 750 casas y sustituirlas por 2.400 pisos. ¿Cuántas casas más que pisos habrá?

6. La tabla muestra el saldo de la cuenta de ahorro de Eduardo de junio a agosto. No retiró dinero de la cuenta.

Fin de junio	$237.570
Fin de julio	$352.240
Fin de agosto	$528.060

a) ¿Cuánto ingresó en julio?

b) ¿Cuánto ingresó en total en julio y agosto?

c) ¿Cuánto más ingresó en agosto que en julio?

EE6-11 Modelos y “tantas veces más”

1. Dibuja un diagrama de cinta para representar cada ejemplo.

a) Sara tiene 7 stickers. Julia tiene 3 veces más stickers que Sara.

Stickers de Sara	7		
Stickers de Julia	7	7	7

b) Hay 5 bolitas azules. Hay 4 veces más bolitas rojas.

c) Hay 12 manzanas rojas. Hay 4 veces más manzanas verdes que manzanas rojas.

d) David tiene 4 stickers. Angélica tiene 5 veces más stickers.

2. Resuelve el problema dibujando un modelo.

a) Luis tiene 5 stickers. Aitor tiene 3 veces más stickers que Luis. ¿Cuántos stickers tienen en total?

Stickers de Luis: 5	5		
Stickers de Aitor: 15	5	5	5

5 + 15 = 20, así que Luis y Aitor tienen 20 stickers en total.

b) Mateo estudia las ratas y los hámsters. Tiene 7 ratas y el doble de hámsters. ¿Cuántos animales tiene en total?

c) Hay 12 galletas de chocolate en una caja. Hay 6 veces más galletas de almendras en la misma caja. ¿Cuántas galletas hay en total?

d) Hay 17 libros de matemáticas en una biblioteca. escolar. Hay 4 veces más libros de ciencias en la biblioteca. ¿Cuántos libros de matemáticas y de ciencias hay en total?

3. Dibuja un modelo para cada caso. Después, escribe el número al lado de la barra correspondiente.

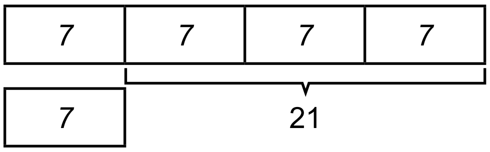
a) Hay 24 mangos. Hay 4 veces más mangos que paltas.

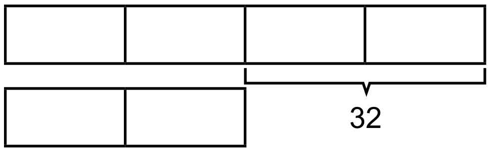
Mangos: 24				
Paltas:				

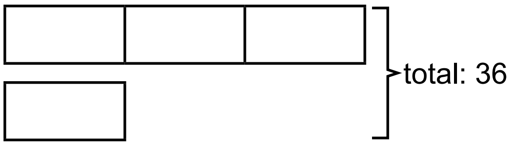
b) Hay 30 adultos entre el público. Hay 6 veces más adultos que niños.

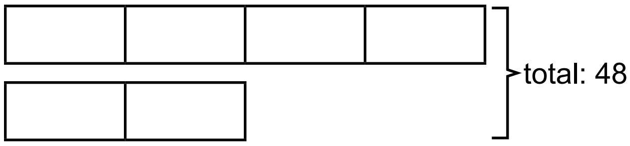
c) Alba se pasó 30 minutos estudiando matemáticas y 3 veces más tiempo

4. Todos los bloques tienen el mismo tamaño. ¿Cuánto mide cada bloque?

a) 

b) 

c) 

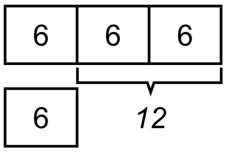
d) 

5. Dibuja el modelo. Encuentra la longitud de uno de los bloques del modelo. A continuación resuelve el problema.

a) Juan tiene 3 veces más cartas que Iker. Juan tiene 12 cartas más que Iker. ¿Cuántas cartas tiene cada niño?

cartas de Juan

cartas de Iker



Juan tiene *18* cartas

e Iker tiene *6* cartas.

b) Pedro es 4 veces mayor que Adriana. Pedro tiene 15 años más que Adriana. ¿Cuántos años tienen Pedro y Adriana?

____

____

Pedro tiene ____ años

y Adriana tiene ____ años.

c) Hay 6 veces más globos de fiesta que guirnaldas para decorar la casa. En total hay 42 adornos. ¿Cuántos globos y cuántas guirnaldas hay en total?

Hay ____ globos

y ____ guirnaldas.

d) Una receta de papas duquesas requiere 2 cucharadas de mantequilla y 3 veces más cucharadas de azúcar. Ana quiere hacer 24 papas duquesas. ¿Cuántas cucharadas de azúcar y mantequilla necesita?

Ana necesita ____ cucharadas de mantequilla

y ____ cucharadas de azúcar.

6. Un par de zapatos cuesta el doble que un monedero. Jorge paga $52.500 por un par de zapatos y un monedero. ¿Cuánto le cuesta cada artículo?

____

____

EXTRA ▶ ¿Cuánto le costarían dos pares de zapatos y tres monederos?

EE6-12 Calcular expresiones

1. Calcula la expresión numérica.

a) $2{,}3 + 5{,}4 + 3 =$
$= 7{,}7 + 3 =$
$= 10{,}7$

b) $3 \times 4 + 2{,}6 =$
$=$ $=$
$=$

c) $3{,}1 \times (4 + 2) =$
$=$ $=$
$=$

d) $0{,}5 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 =$
$=$ $=$
$=$

e) $2 \times 2 \times 2 : 4 =$
$=$ $=$
$=$

f) $2{,}5 \times 4 + 4{,}6 =$
$=$ $=$
$=$

2. Verifica que la igualdad sea verdadera.

a) $(2 + 5) \times 3{,}1 \quad = \quad 2 \times 3{,}1 + 5 \times 3{,}1$

$(2 + 5) \times 3{,}1 =$ y *$2 \times 3{,}1 + 5 \times 3{,}1 =$*
$= 7 \times 3{,}1 =$ *$= 6{,}2 + 15{,}5 =$*
$= 21{,}7$ *$= 21{,}7$*

b) $2{,}1 \times (4 + 5) \quad = \quad 2{,}1 \times 4 + 2{,}1 \times 5$

c) $3 + 14 \quad = \quad (3 + 4) + (14 - 4)$

d) $0{,}5 \times 12 \quad = \quad (0{,}5 \times 10) + (0{,}5 \times 2)$

e) $(7 \times 10) : 5 \quad = \quad 7 \times (10 : 5)$

f) $(6 + 15) : 3 \quad = \quad (6 : 3) + (15 : 3)$

Cuando se sustituye una variable por un número, se utilizan paréntesis.

Ejemplo: Sustituir n por $\frac{1}{2}$ en la expresión $3n$ resulta $3\left(\frac{1}{2}\right)$, que es otra forma de escribir $3 \times \frac{1}{2}$.

3. Sustituye la variable por el número dado y calcula a continuación.

a) $3x + \frac{5}{8}$, $x = \frac{1}{8}$

$3\left(\frac{1}{8}\right) + \frac{5}{8} =$

$= \frac{3}{8} + \frac{5}{8} =$

$= \frac{8}{8} = 1$

b) $5n - \frac{2}{3}$, $n = \frac{1}{3}$

c) $5m$, $m = 5$

d) $3s$, $s = \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$

$= \frac{1}{8}$

e) $6z$, $z = \frac{1}{3}$

f) $4t + 1$, $t = \frac{1}{4}$

g) $n - \frac{1}{25}$, $n = \frac{2}{5}$

h) $3\frac{1}{4} - 3n$, $n = \frac{1}{4}$

RECUERDA ▶ El área de un cuadrado de lado l es $A = l \times l$.

Por ejemplo, el área de un cuadrado con lados $l = \frac{1}{5}$ m es

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1 \times 1}{5 \times 5} = \frac{1}{25} \text{ m}^2.$$

5. Encuentra el área del cuadrado a partir de la longitud de sus lados.

a) $l = 3$ cm

$A = 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$

$A = 9 \text{ cm}^2$

b) $l = \frac{1}{2}$ cm

$A =$

$A =$

c) $l = 2{,}5$ cm

$A =$

$A =$

d) $l = 1\frac{1}{4}$ m

$A =$

$A =$

EE6-13 Ecuaciones de multiplicación y problemas

Parte menor: $\boxed{}$

Parte mayor: $\boxed{}\boxed{}\boxed{}$

La parte mayor es 3 veces mayor que la parte menor.
El factor de escala es 3.

Puedes escribir una ecuación para hallar una parte a partir de la otra:
Parte mayor = factor de escala × parte menor.

1. Encierra la cantidad u objeto mayor. Subraya la cantidad u objeto menor.

a) Un rascacielos es cuatro veces más alto que una <u>casa</u>.

b) Hay cinco veces tantas manzanas como peras.

c) Hay cuatro veces tantos gatos como perros.

d) La bolsa de Eva es cinco veces más ligera que su maleta.

e) Un ratón es cuatro veces más pequeño que un gato.

f) En una micro caben diez veces más personas que en un auto.

2. Completa los espacios en blanco. Utiliza *x* para la cantidad desconocida.

a) Maya tiene 6 veces más estampillas que Daniel. Maya tiene 24 estampillas. ¿Cuántas estampillas tiene Daniel?

Cantidad mayor: *las estampillas de Maya* $\boxed{24}$ Cantidad menor: *las estampillas de Daniel* $\boxed{x}$

Ecuación: $\underbrace{24}_{\text{Parte mayor}} = \underbrace{6}_{\text{Factor de escala}} \times \underbrace{x}_{\text{Parte menor}}$

b) Una cereza pesa 10 veces menos que una manzana. Una manzana pesa 30 gramos. ¿Cuánto pesa la cereza?

Cantidad mayor: ____________________ $\boxed{}$ Cantidad menor: ________________ $\boxed{}$

Ecuación: __________ = _________________ × ___________
Parte mayor Factor de escala Parte menor

c) Eva es 4 veces mayor que Juan. Eva tiene 12 años. ¿Cuántos años tiene Juan?

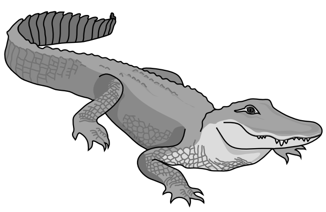
3. Formula y resuelve una ecuación para el problema.

a) Carlos planta 8 veces más plantas de tomate que rosales. Planta 32 rosales. ¿Cuántas plantas de tomate planta Carlos?

b) Un tiburón ballena es 5 veces más largo que un tiburón blanco. Un tiburón ballena mide 20 metros de largo. ¿Cuánto mide un tiburón blanco?

c) Una silla es cuatro veces más liviana que una mesa. La mesa pesa 220 kg. ¿Cuánto pesa la silla?

d) Un cocodrilo del Nilo hembra pesa 840 libras, 4 veces más que un caimán americano hembra. ¿Cuánto pesa el caimán?



RECUERDA ▶ Número total de elementos = Número de conjuntos × Número en cada conjunto.

4. Completa la tabla. Utiliza *x* para los datos que desconozcas.

		Número total de elementos	Número de conjuntos	Número en cada conjunto	Ecuación
a)	40 imágenes 8 imágenes en cada página	*40*	x	*8*	$40 = 8x$
b)	30 personas 5 buses				
c)	24 flores 6 macetas				
d)	4 sillas en cada mesa 11 mesas				
e)	50 casas 10 casas en cada bloque				
f)	9 cajas 22 lápices en cada caja				

5. Resuelve todas las ecuaciones del ejercicio 4.

6. Formula y resuelve una ecuación para el problema.

a) Un tren tiene 10 vagones y 1.960 asientos. ¿Cuántos asientos hay en cada vagón?

b) Un estacionamiento tiene 12 hileras y 492 plazas para autos. ¿Cuántos autos podrán estacionar en cada hilera?

c) Un arce mide 10 m de altura. Un pino es 3 veces más alto. ¿Qué altura tiene el pino?

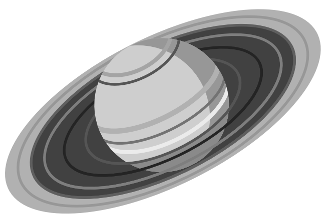
d) Un juego de tablero cuesta 3 veces más que un muñeco de peluche. El juego de tablero cuesta $1.950. ¿Cuánto cuesta el peluche?

e) Belén tiene el doble de edad que Lucía. Belén tiene 13 años. ¿Cuántos años tiene Lucía?

7. Resuelve estos problemas en múltiples pasos.

a) Juana tiene 7 stickers. Marco tiene 5 veces más stickers que Juana. ¿Cuántos stickers tienen en total?

b) Hay 4 veces más gente en la ciudad A que en la ciudad B. Hay 257.301 personas en la ciudad B. ¿Cuántas personas hay en la ciudad A?



c) El planeta Urano está cerca de 1.780 millones de millas del Sol. Urano está el doble de lejos del Sol que el planeta Saturno.

i) ¿Qué distancia hay entre el Sol y Saturno?

ii) ¿Qué distancia hay entre Urano y Saturno?

EE6-14 Más problemas en múltiples pasos

1. Completa la tabla.

	Problema	Partes	¿Cuántos?	Factor de escala / Diferencia
a)	En un auto caben 4 personas. En un tren caben 100 veces más personas.	*Número de personas en un coche*	*4*	Factor de escala: *100*
		Número de personas en un tren	*x*	~~Diferencia: _____~~
b)	En una pecera hay 30 peces. Hay cuatro veces más caracolas.			Factor de escala: ___
				Diferencia: _____
c)	Una cama es 55 cm más corta que un escritorio. El escritorio mide 115 cm de largo.			Factor de escala: ___
				Diferencia: _____
d)	Una bicicleta cuesta $6.000 más que un monopatín.La bicicleta cuesta $24.000.			Factor de escala: ___
				Diferencia: _____

2. Calcula el total para cada problema del ejercicio 1. Si no sabes la diferencia, calcúlala también.

3. José es 3 veces mayor que Diego. Pablo es 4 años mayor que Diego. Diego tiene $7\frac{1}{2}$ años.

a) ¿Qué edad tiene José?

b) ¿Qué edad tiene Pablo?

4. Iván compra 8 CD de jazz y 6 CD de rock. Cada CD cuesta $6.500.

a) ¿Cuántos CD compra Iván en total?

b) ¿Cuánto cuestan los CD?

5. Eva gana $9.250 por hora. Ha trabajado 4 horas el lunes, 5 horas el miércoles y 2 horas el viernes.

a) ¿Cuántas horas ha trabajado Eva esta semana?

b) ¿Ha ganado $100.000 esta semana?

6. La clase de la Srta. Rosa tiene el doble de niños que de niñas. En la clase hay 18 niños.

a) ¿Cuántas niñas hay en la clase?

b) ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

c) ¿Cuántos niños más que niñas hay en la clase?

7. El viernes por la mañana Kevin se encuentra a 400 kilómetros de casa. Cada día recorre 65 km en bicicleta para regresar. ¿Estará a medio camino de casa el domingo por la tarde?

8. ¿Qué pregunta debes formular antes de poder resolver el problema?

a) María tiene el doble de láminas que Ricardo. María tiene 10 láminas más que Enrique. Enrique tiene 16 láminas . ¿Cuántas láminas tiene Ricardo?

¿Cuántas láminas tiene María?

b) Belén tiene el doble de edad que Miguel. Miguel tiene 3 años más que Nadia. Nadia tiene 5 años. ¿Cuántos años tiene Belén?

c) Marcos tiene 4 años menos que Adam. Adam es 3 veces mayor que Sara. Sara tiene 2 años. ¿Cuántos años tiene Marcos?

d) Sonia tenía $7.300. Se gastó $1.500 en tres gorros, $800 en una guirnalda y $1.200 en un par de bombillas. ¿Cuánto dinero le queda a Sonia?

9. Pablo tiene 3 veces más láminas que María. María tiene 5 veces más láminas que Diego. Diego tiene 2 láminas. ¿Cuántas láminas tiene Pablo?

10. Juana es 3 veces mayor que Nina. Nina es 4 veces mayor que Jorge. Jorge tiene 2 años. ¿Cuántos años tienen Juana y Nina?

11. La Sra. Fuertes compra 3 paquetes de 12 lápices azules. También compra 5 lápices rojos.

a) ¿Cuántos lápices compra en total?

b) Cada paquete de lápices azules cuesta $7.500 y cada lápiz rojo cuesta $100. ¿Cuánto paga por todos los lápices?

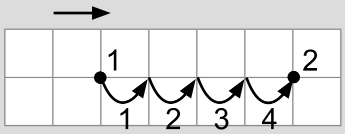
12. El lado más largo de un triángulo es 5 veces más largo que el lado más corto. El lado más corto mide 12,5 cm. El otro lado es 7,3 cm más corto que el lado más largo. ¿Cuánto miden los dos lados del triángulo de los que no sabemos la longitud?

13. En el canasto de Rosa caben 24 manzanas y en el canasto de Ada caben 30. Cada una de ellas tomó menos de 150 manzanas. ¿Cuántos canastos recogieron en total si cada una cogió el mismo número de manzanas?

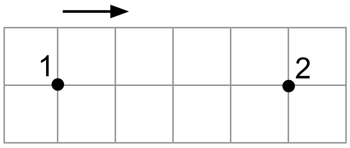
14. Carmen compró por $3.200 un candado para la bicicleta y dos luces de bicicleta a $1.200 cada una. Después de hacer las compras le quedaron $1.500. ¿Cuánto dinero tenía al principio?

G6-21 Traslaciones

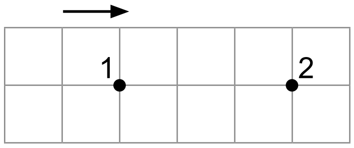
Juan desplaza un punto de una posición a otra. Para moverlo de la posición 1 a la posición 2, desplaza el punto 4 unidades a la derecha. En matemáticas, los desplazamientos se llaman **traslaciones**.



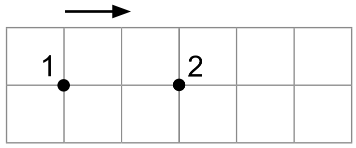
1. ¿Cuántas unidades a tu **derecha** se desplaza el punto de la posición 1 a la posición 2?

a)


____ unidades a tu derecha

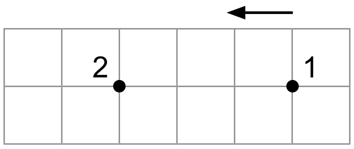
b)


____

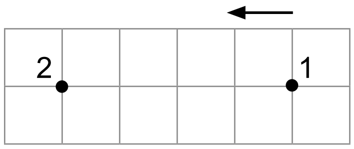
c)


____

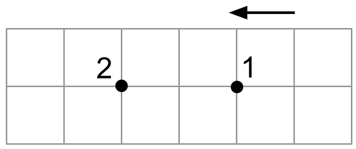
2. ¿Cuántas unidades a tu **izquierda** se desplaza el punto de la posición 1 a la posición 2?

a)


____ unidades a la izquierda

b)


____

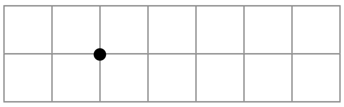
c)


____

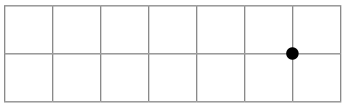
3. Sigue las instrucciones para desplazar el punto a una nueva posición.

a) 3 unidades a tu derecha

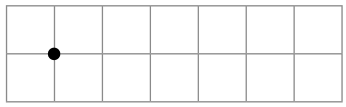
I



b) 4 unidades a tu izquierda

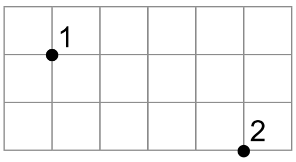


c) 5 unidades a tu derecha



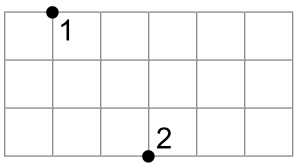
D

4. Describe la traslación del punto de la posición 1 a la posición 2.

a)


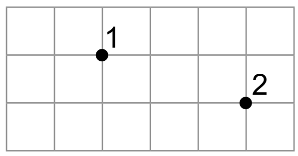
____unidades a tu derecha

____unidades hacia abajo

b)


_____unidades a tu derecha

_____unidades hacia abajo

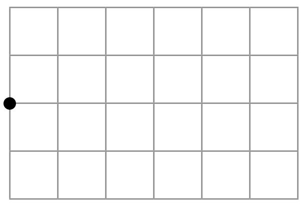
c)


_____unidades a tu derecha

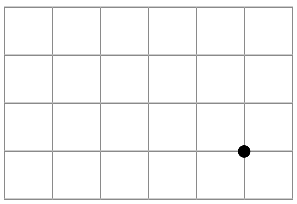
_____unidades hacia abajo

5. Desplaza los puntos tantas unidades como se indica.

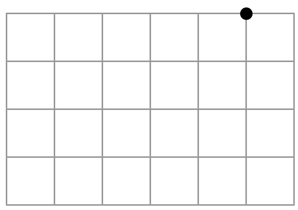
a) 5 a la derecha,
2 hacia abajo



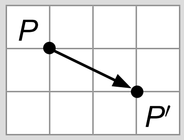
b) 4 a la izquierda,
2 hacia arriba



c) 3 a la izquierda,
4 hacia abajo

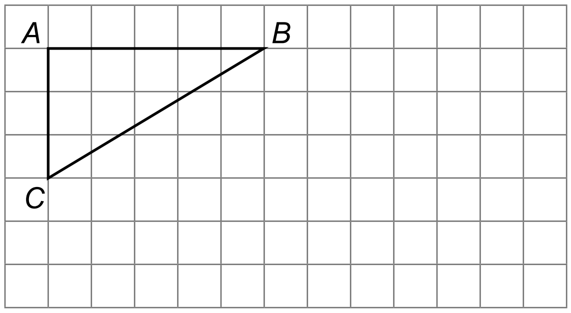


El resultado de una traslación se llama **homólogo trasladado.**
Podemos usar el **signo prima** (′) para señalar el homólogo.
Ejemplo: El homólogo trasladado de P es P'.



6. a) Utiliza una regla y un transportador para medir los lados y los ángulos de los triángulos.

i)

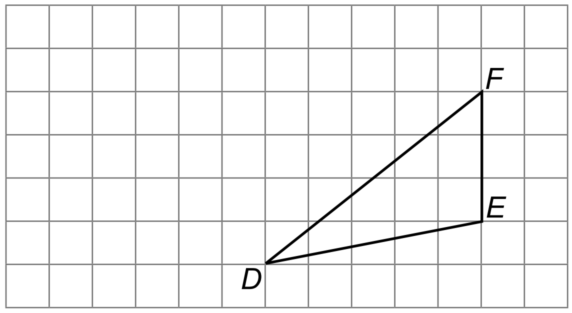


$AB =$ ______ mm $\angle A =$ ______

$AC =$ ______ mm $\angle B =$ ______

$BC =$ ______ mm $\angle C =$ ______

ii)



$DE =$ ______ mm $\angle D =$ ______

$EF =$ ______ mm $\angle E =$ ______

$DF =$ ______ mm $\angle F =$ ______

b) Desplaza los triángulos deslizando los vértices. Utiliza el signo ′ para señalar los vértices homólogos.

i) 5 unidades a tu derecha y 2 hacia abajo ii) 4 unidades a tu izquierda y 1 hacia arriba

c) Mide los lados y los ángulos de los homólogos.

i) $A'B' =$ ______ mm $\angle A' =$ ______

$A'C' =$ ______ mm $\angle B' =$ ______

$B'C' =$ ______ mm $\angle C' =$ ______

ii) $D'E' =$ ______ mm $\angle D' =$ ______

$E'F' =$ ______ mm $\angle E' =$ ______

$D'F' =$ ______ mm $\angle F' =$ ______

d) ¿Qué observas sobre los lados y los ángulos de los triángulos y sus homólogos?

____

7. ¿Verdadero o falso? Si la afirmación es verdadera, explica por qué.
Si es falsa, dibuja un ejemplo para demostrar por qué no es verdadera.

a) Un triángulo y su homólogo trasladado son congruentes.

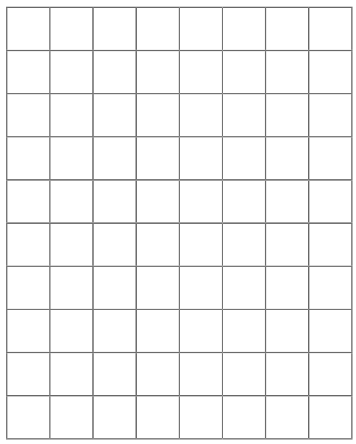
____

____

EXTRA ▶ Si dos triángulos son congruentes, siempre hay una traslación que lleva uno de ellos al otro.

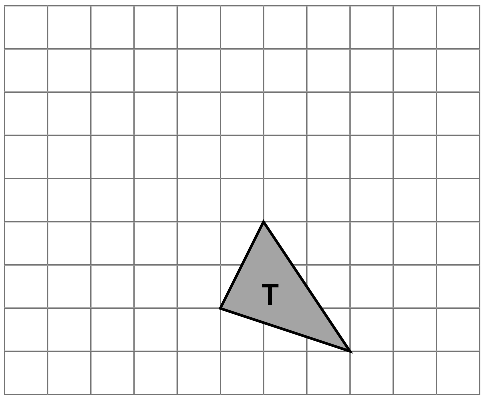
____

____

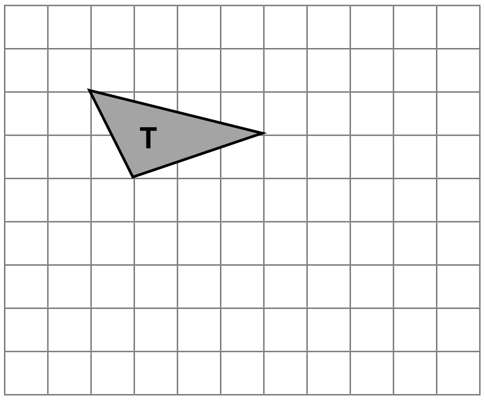


8. a) Desplaza el triángulo T tantas unidades como se indica. Señala el homólogo T′. Luego, vuelve a desplazar el homólogo de T′ a T*.

i) 2 hacia arriba y 3 a tu izquierda, 1 hacia arriba y 5 a tu derecha



ii) 4 hacia abajo y 3 a tu derecha, 3 hacia arriba y 4 a tu izquierda



b) Dibuja flechas para unir los vértices correspondientes de los triángulos T y T*.

¿Qué observas sobre la dirección de las flechas? ______________________________

c) Mide las flechas en milímetros. ¿Qué observas sobre la longitud de las flechas? ________________

d) ¿Puedes utilizar una traslación para transformar el triángulo T en T*? ______ Si es así, describe la traslación.

i) ______ unidades ___________ y

______ unidades ___________

ii) ______ unidades ___________ y

______ unidades ___________

9. a) Dibuja un cuadrilátero (Q) que no sea un rectángulo en la zona sombreada de la cuadrícula.

b) Predice el resultado de combinar dos traslaciones.

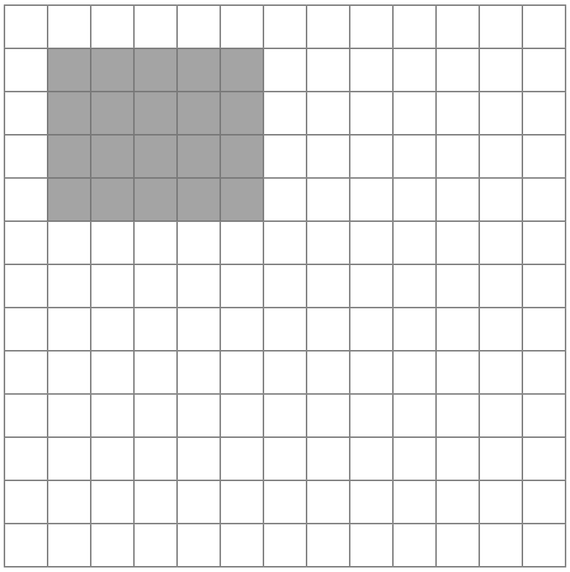
Q a Q′: 6 unidades a tu derecha y 3 hacia abajo

Q′ a Q*: 4 unidades a tu izquierda y 4 hacia abajo

Q a Q*: ______ unidades ___________ y

______ unidades ___________

c) Haz una traslación de Q a Q′ y de Q′ a Q* para comprobar tu predicción. ¿Es correcta? ______



10. Jana cree que desplazar una figura 3 unidades hacia arriba y 4 a su izquierda, y luego 4 unidades a su derecha y 3 hacia abajo, da como resultado la figura original. ¿Es correcto? Justifica tu respuesta.

G6-22 Reflexiones

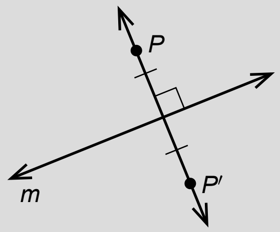
Para **reflejar** un punto *P* respecto al **eje de simetría** *m*:

Paso 1: Trazamos una recta que pase por *P* perpendicular a *m* y la alargamos más allá de *m*.

Paso 2: Medimos la distancia de *P* a *m* a lo largo de la perpendicular.

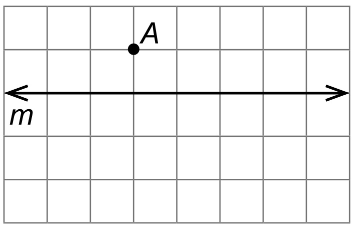
Paso 3: Marcamos el punto *P′* en la perpendicular del otro lado de *m* para que *P* y *P′* estén a la misma distancia del eje de simetría *m*.

El punto *P′* es el **simétrico** de *P*. En matemáticas se dice que *P′* es el **homólogo reflejado de *P*** respecto al eje *m*.

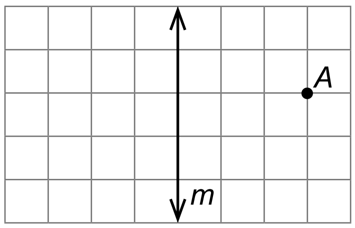


1. Cuenta los cuadrados de la cuadrícula para reflejar el punto *A* respecto al eje dado.

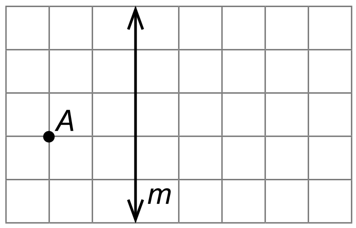
a)



b)



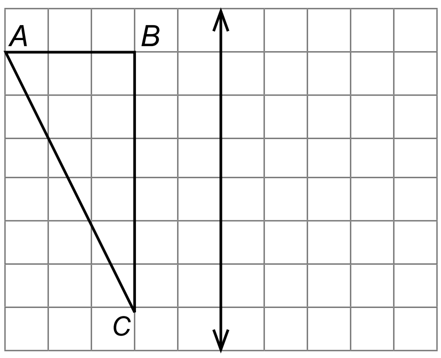
c)



Para reflejar una figura respecto a un eje de simetría, se reflejan los vértices y se unen los homólogos.

2. a) Utiliza una regla y un transportador para medir los lados y los ángulos de los triángulos.

i)

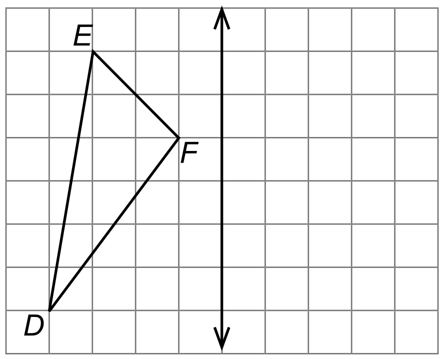


$AB =$ ______ mm $\angle A =$ ______

$AC =$ ______ mm $\angle B =$ ______

$BC =$ ______ mm $\angle C =$ ______

ii)



$DE =$ ______ mm $\angle D =$ ______

$EF =$ ______ mm $\angle E =$ ______

$DF =$ ______ mm $\angle F =$ ______

b) Refleja cada triángulo respecto al eje dado. Utiliza ′ para marcar los vértices homólogos.

c) Mide los lados y los ángulos de cada homólogo.

i) $A'B' =$ ______ mm $\angle A' =$ ______

$A'C' =$ ______ mm $\angle B' =$ ______

$B'C' =$ ______ mm $\angle C' =$ ______

ii) $D'E' =$ ______ mm $\angle D' =$ ______

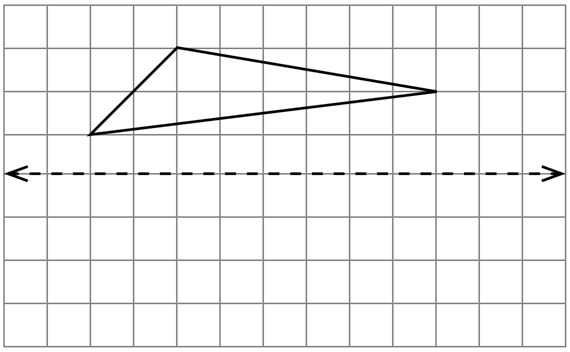
$E'F' =$ ______ mm $\angle E' =$ ______

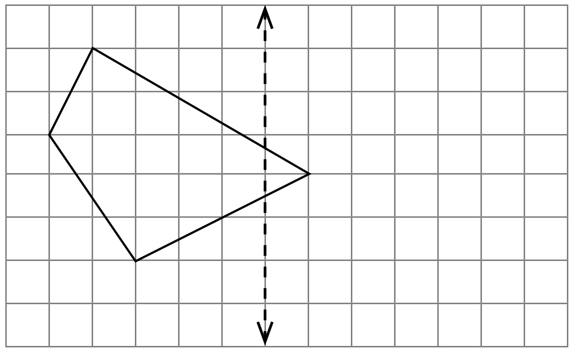
$D'F' =$ ______ mm $\angle F' =$ ______

d) ¿Qué observas sobre los lados y los ángulos de cada triángulo y su homólogo? ______________

¿Las reflexiones transforman triángulos en triángulos congruentes? _________

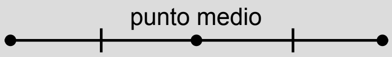
3. a) Refleja los polígonos respecto a los ejes de simetría dados.

i) 

ii) 

b) Traza un segmento entre cada vértice de *a*) y su homólogo. ¿Qué observas sobre los segmentos? _

El **punto medio** de un segmento es el punto a medio camino entre los extremos del segmento.



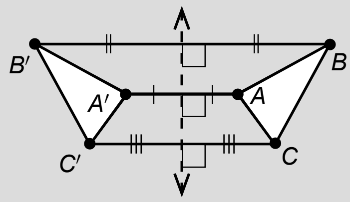
c) En las cuadrículas anteriores, marca los puntos medios de los segmentos que has trazado en el ejercicio *b*).

¿Qué observas sobre los puntos medios? ___________________________

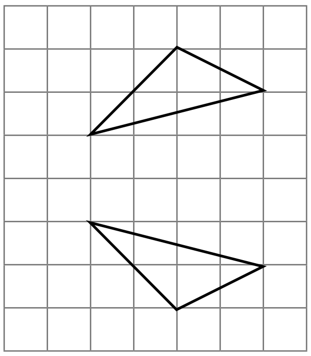
Las figuras *ABC* y *A′B′C′* son figuras simétricas la una de la otra si:

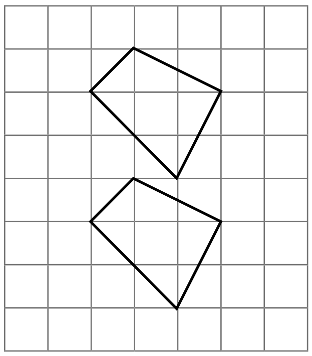
- Los segmentos entre cada vértice y sus posibles homólogos son paralelos.
- Todos los puntos medios de esos segmentos están en la misma perpendicular.

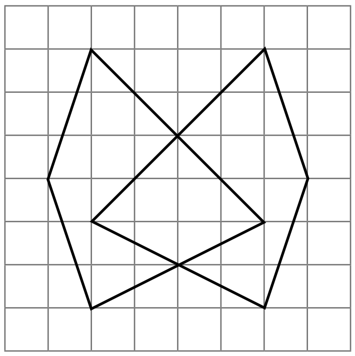
Nota: Los segmentos entre los vértices tienen longitudes diferentes.



4. a) Traza segmentos entre los vértices de las figuras y sus homólogos.

i) 

ii) 

EXTRA ▶ 

b) Encuentra el punto medio de cada segmento que has trazado en el ejercicio *a*). ¿Están los puntos medios en la misma recta?

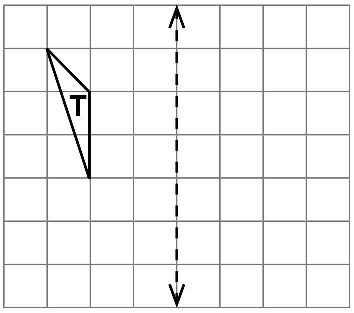
c) ¿Las figuras son reflexiones las unas de las otras? ¿Cómo lo sabes?

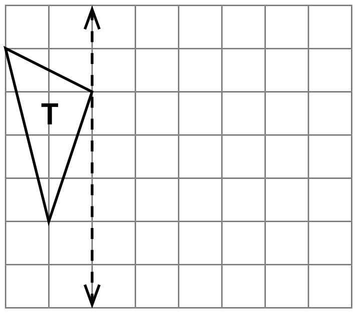
EXTRA ▶ Si tu respuesta del ejercicio *c*) es “no” para cualquier par de figuras, identifica la transformación que convierte una figura en la otra.

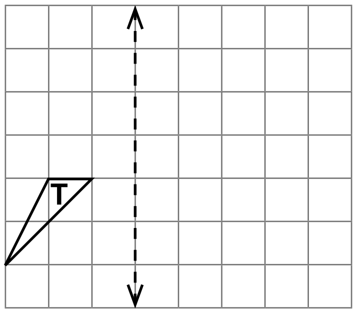
5. Completa la tabla para resumir lo que le ocurre a una figura cuando se refleja. ¿Qué sucede cuando una figura se traslada?

Transformación	Longitud de los lados	Tamaño de los ángulos	Orientación
Reflexión			
Traslación			

6. a) Refleja el triángulo T respecto al eje de simetría. Señala el homólogo T′.

i)


ii)


iii)


b) Desplaza T′ tantas unidades como se indica. Señala el homólogo T*.

i) 3 hacia abajo ii) 4 a tu derecha iii) 3 hacia arriba y 2 a tu derecha

c) Traza los segmentos que unen cada vértice de T con su homólogo de T*. ¿Los segmentos son paralelos?

i) ________________ ii) ________________ iii) ________________

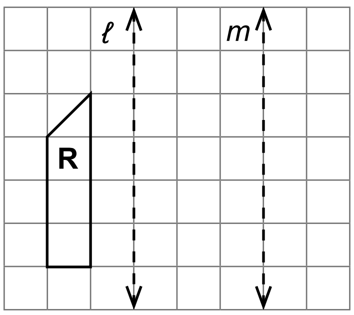
d) ¿Los segmentos que has trazado en el ejercicio *c*) son iguales?

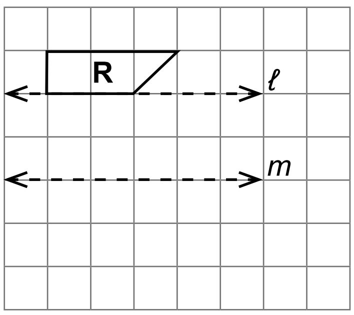
i) ________________ ii) ________________ iii) ________________

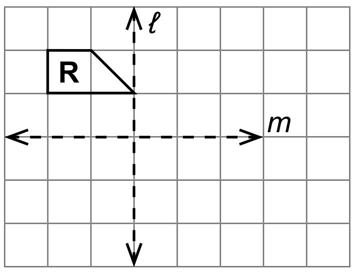
e) Si es posible, traza la flecha de traslación o el eje de simetría de T a T*.

f) ¿Los triángulos T y T* son congruentes? ¿Cómo lo sabes?

7. a) Refleja el trapecio R respecto a la recta *ℓ*. Señala el homólogo R′.

i)


ii)


EXTRA ▶


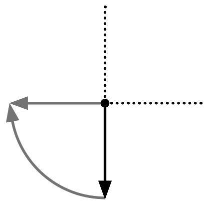
b) Refleja R′ respecto a la recta *m*. Señala el homólogo R*.

c) ¿Hay una reflexión o una traslación que convierta R en R*? Si es así, descríbela.

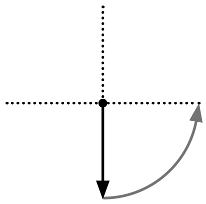
G6-23 Rotaciones

1. Desde la flecha negra, dibuja un arco que muestre el sentido del giro de 90° indicado. Dibuja la flecha después del giro.

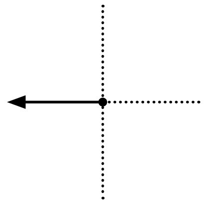
a) Sentido horario



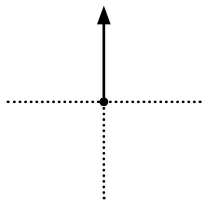
b) Sentido antihorario



c) Sentido horario



d) Sentido antihorario



Para **rotar** un punto P alrededor de un punto O 90° en sentido horario:

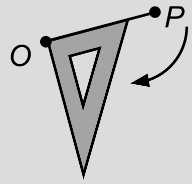
Paso 1: Trazamos el segmento OP. Medimos su longitud.

Paso 2: Trazamos un arco en sentido horario para mostrar el sentido de la rotación.

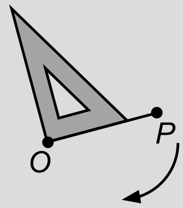
Paso 3: Colocamos una escuadra de modo que:

- Los puntos del arco estén en el lado diagonal.
- El ángulo recto esté en el punto O.
- Un lado del ángulo recto esté alineado con OP.

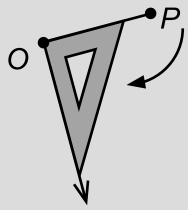
así sí



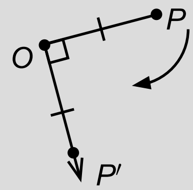
así no



Paso 4: Trazamos una semirrecta desde el punto O a lo largo del lado del ángulo recto.

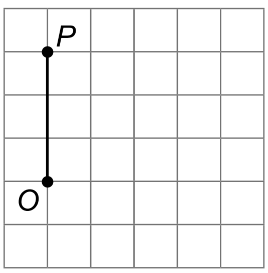


Paso 5: En la nueva semirrecta, medimos y marcamos el punto homólogo P' de modo que $OP' = OP$.

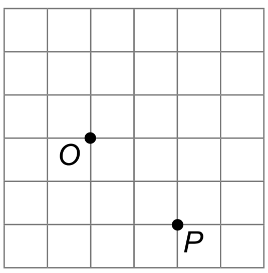


2. Rota el punto P 90° alrededor del punto O en el sentido indicado. Señala el homólogo P'.

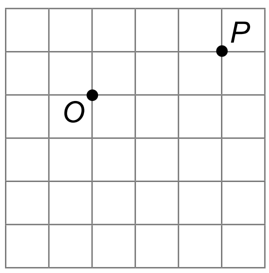
a) Sentido horario



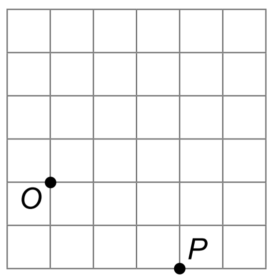
b) Sentido antihorario



c) Sentido horario



d) Sentido antihorario



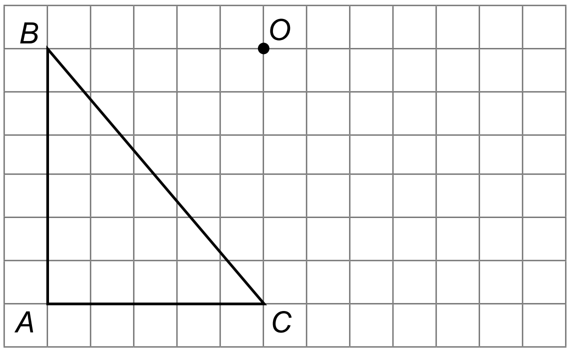
3. ¿El punto P' del ejercicio 2 está siempre en una intersección de una recta de la cuadrícula? ______ Si no es así, corrige tu error.

Para rotar una figura alrededor de un punto *O*, se rotan los vértices y se unen sus homólogos.

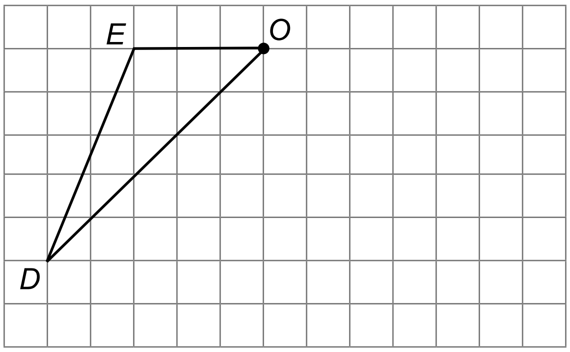
El punto *O* se llama **centro de rotación**. El centro de rotación puede estar dentro, fuera o en un lado de la figura. El centro de rotación es el único **punto fijo** durante una rotación; no se mueve.

4. a) Mide los lados y los ángulos de los triángulos.

i)



ii)



$AB =$ _________ $\angle A =$ ______

$AC =$ _________ $\angle B =$ ______

$BC =$ _________ $\angle C =$ ______

$DE =$ _________ $\angle D =$ ______

$EO =$ _________ $\angle E =$ ______

$DO =$ _________ $\angle O =$ ______

b) Rota los triángulos 90° en sentido horario alrededor del punto *O*. Utiliza el signo ′ para señalar los vértices homólogos.

c) Mide los lados y los ángulos de los homólogos.

i) $A'B' =$ _________ $\angle A' =$ ______

$A'C' =$ _________ $\angle B' =$ ______

$B'C' =$ _________ $\angle C' =$ ______

ii) $D'E' =$ _________ $\angle D' =$ ______

$E'O =$ _________ $\angle E' =$ ______

$D'O =$ _________ $\angle O =$ ______

d) ¿Qué observas sobre los lados y los ángulos de cada triángulo y su homólogo? ___________

¿La rotación transforma polígonos en polígonos congruentes? ___________

5. ¿Verdadero o falso? Si la afirmación es verdadera, explica por qué lo es. Si es falsa, dibuja un ejemplo que lo demuestre.

a) Un polígono y su homólogo rotado son congruentes.

b) Si dos polígonos son congruentes, siempre hay una rotación que transforma un polígono en el otro.

6. Completa la tabla para resumir. ¿Qué le ocurre a un polígono cuando se refleja? ¿Y cuando se desplaza? ¿Y cuando se rota?

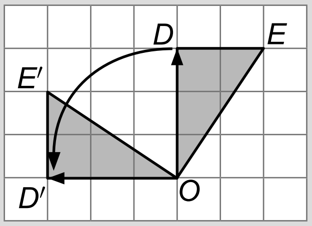
Transformación	Longitud de los lados	Tamaño de los ángulos	Orientación
Reflexión			
Traslación			
Rotación			

Podemos rotar un triángulo 90° utilizando una cuadrícula en lugar de una escuadra.

El triángulo *OED* tiene un lado horizontal de 2 unidades de largo y un lado vertical de 3 unidades de largo.

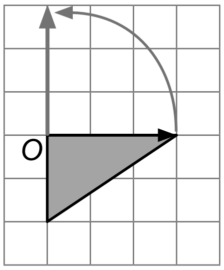
Las rotaciones transforman triángulos en triángulos congruentes. Una rotación de 90° transforma rectas horizontales en verticales y viceversa.

El triángulo *OE′D′* tiene un lado horizontal de 3 unidades de largo y un lado vertical de 2 unidades de largo.

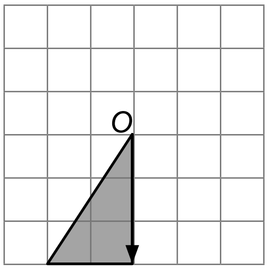


7. Rota el triángulo 90° en sentido antihorario alrededor del punto *O*. Comienza con el lado marcado con una flecha. Pista: Fíjate primero en el sentido.

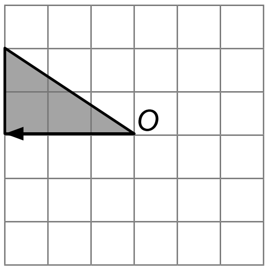
a)



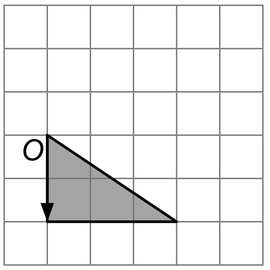
b)



c)



d)



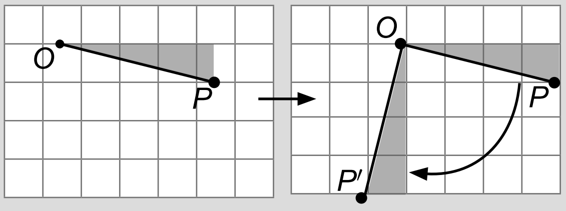
Para rotar un punto en una cuadrícula 90° en sentido horario alrededor del *O*:

Paso 1: Trazamos un segmento *OP*.

Paso 2: Sombreamos un triángulo rectángulo con un lado *OP*.

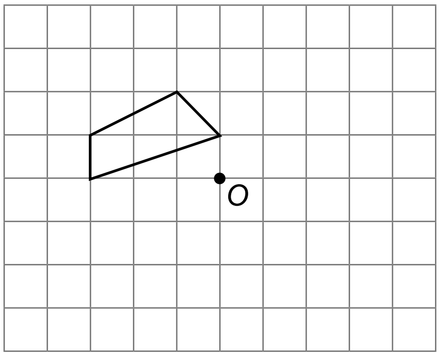
Paso 3: Rotamos el triángulo 90° en sentido horario alrededor de *O*.

Paso 4: Señalamos el punto homólogo.

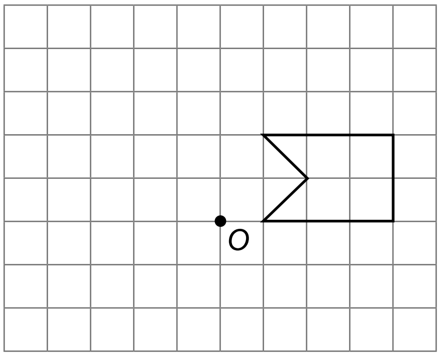


8. Imagina los triángulos para rotar los vértices del polígono alrededor del punto *O*. Une los vértices para crear el homólogo del polígono.

a) 90° en sentido horario



b) 90° en sentido antihorario



EXTRA ▶ Utiliza una regla para dibujar un triángulo escaleno obtuso *ABC*. Encuentra el punto medio del lado *AC* y márcalo como *M*. Rota el triángulo *ABC* 180° en sentido horario alrededor del punto *M*. ¿Qué cuadrilátero forman el triángulo *ABC* y su homólogo juntos? Justifica tu respuesta.

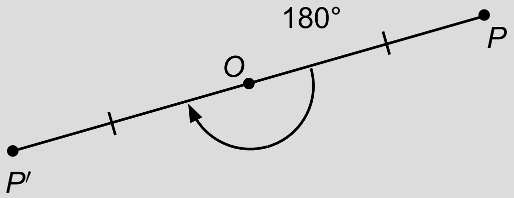
G6-24 Más rotaciones

Para rotar un punto *P* 180° alrededor de un punto *O* en sentido horario:

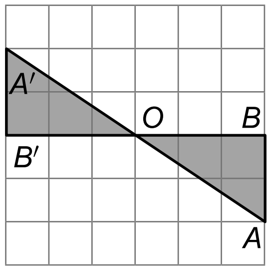
Paso 1: Trazamos el segmento *OP*. Medimos su longitud.

Paso 2: Alargamos *OP* más allá del punto *O*.

Paso 3: Marcamos el punto *P′* de modo que $OP' = OP$.



1. El triángulo *A′OB′* es el homólogo de *AOB* tras una rotación de 180° en sentido horario alrededor de *O*.



a) El triángulo *AOB* tiene un lado horizontal de ______ unidades de largo y un lado vertical de ______ unidades de largo.

El triángulo *A′OB′* tiene un lado horizontal de ______ unidades de largo y un lado vertical de ______ unidades de largo.

b) Escribe *horizontal* o *vertical* para completar la afirmación.

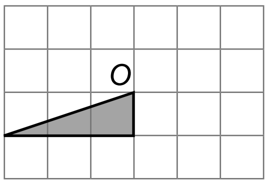
Una rotación de 180° en sentido horario o antihorario convierte rectas horizontales en rectas ________________ y rectas verticales en rectas ________________.

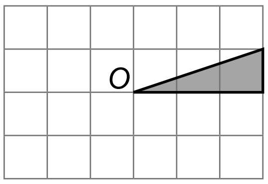
EXTRA ▶ Explica por qué una rotación de 180° en sentido horario produce el mismo resultado que una rotación de 180° en sentido antihorario alrededor del mismo centro.

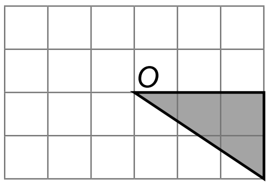
____

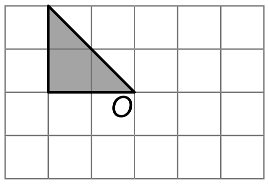
____

2. Rota los triángulos 180° en sentido horario o antihorario alrededor del punto *O*. Comienza con un lado horizontal o vertical.

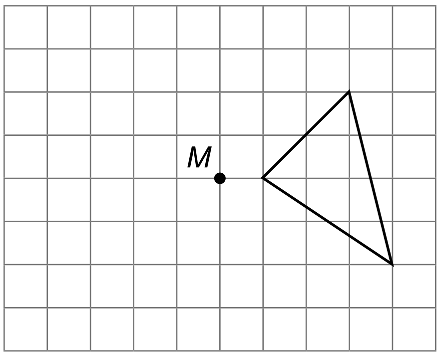
a) 

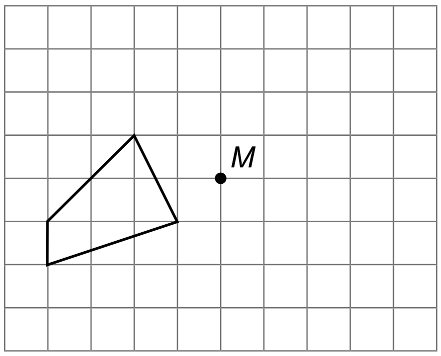
b) 

c) 

d) 

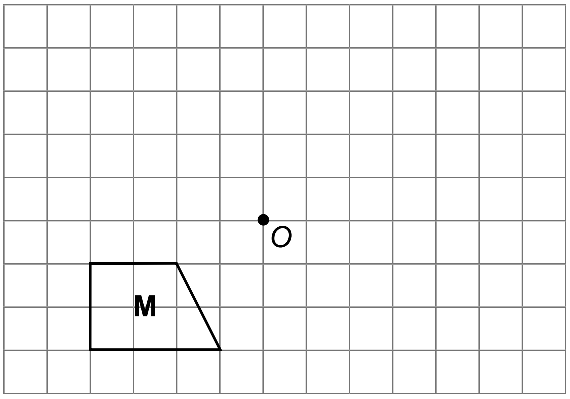
3. Rota los vértices del polígono 180° en sentido horario alrededor del punto *M*. Une los vértices para crear el homólogo del polígono.

a) 

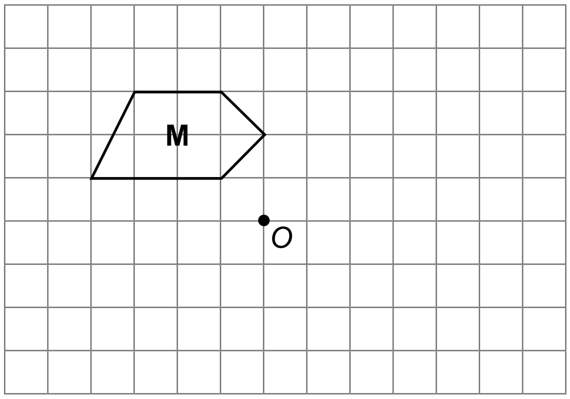
b) 

4. a) Rota el polígono M 90° en sentido horario alrededor del punto *O*. Señala el homólogo M′.

i)



ii)

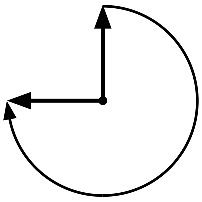


b) Rota el polígono M′ 90° en sentido horario alrededor del punto *O*. Señala el homólogo M*.

c) ¿Qué rotación alrededor del punto *O* transforma el polígono M en el polígono M*? ______________

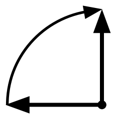
5. ¿Cuánto gira la flecha gruesa? Escribe *90°*, *180°* o *270°*.

a)



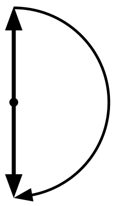
270° SH

b)



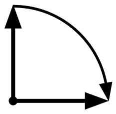
________ SH

c)



________ SH

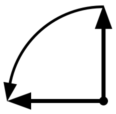
d)



________ SH

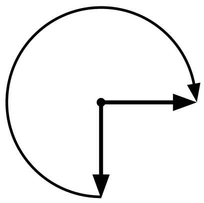
6. ¿Cuánto gira la flecha gruesa? Utiliza SH para sentido horario y SAH para sentido antihorario.

a)



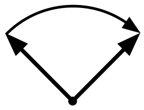
90° SAH

b)



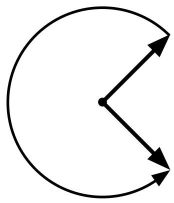
____

c)



____

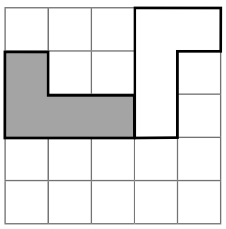
d)



____

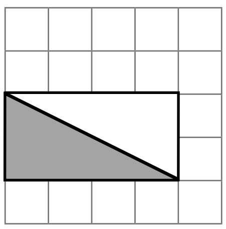
7. ¿La figura gris se ha rotado 90° SH, 90° SAH, 180° SH o 180º SAH para obtener la figura blanca? Escribe cuánto se ha rotado y el sentido de la rotación.

a)



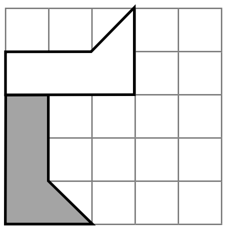
____

b)



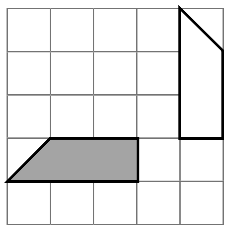
____

c)



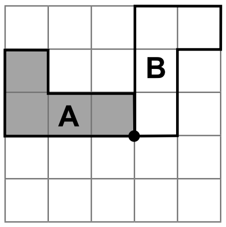
____

d)

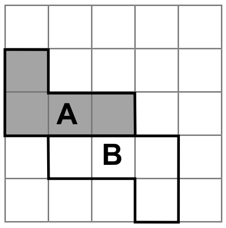


____

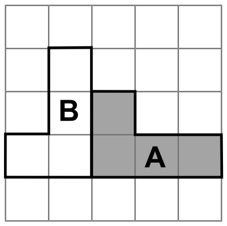
8. La figura B es la homóloga rotada de la figura A. Marca el centro de rotación y describe la rotación.

a) 

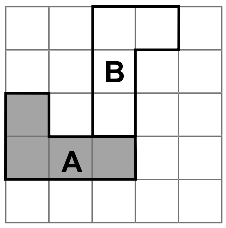
90° SH

b) 

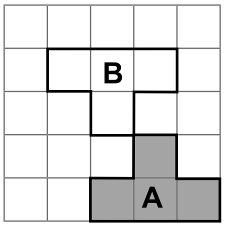
____

c) 

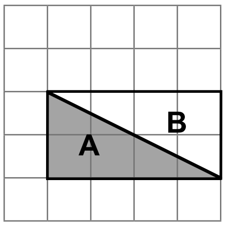
____

d) 

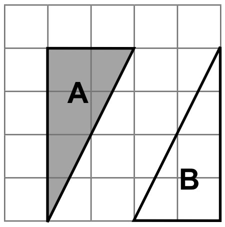
____

e) 

____

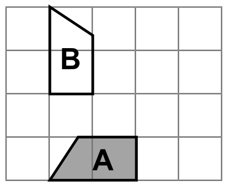
f) 

____

g) 

____

EXTRA ▶



____

9. Diana rota el punto *N* alrededor del punto *O* como se indica. ¿Cuál es el punto homólogo?

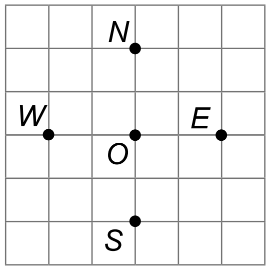
a) 90° SH y luego, otros 90° SH: ______

b) 90° SH y luego, 180° SH: ______

c) 180° SAH y luego, otros 180° SAH: ______

d) 180° SH y luego, 90° SH: ______

e) 90° SH y luego, 90° SAH: ______



10. a) Refleja el triángulo T respecto al eje ℓ. Señala el homólogo T′.

b) Refleja T′ respecto al eje *m*. Señala el homólogo T*.

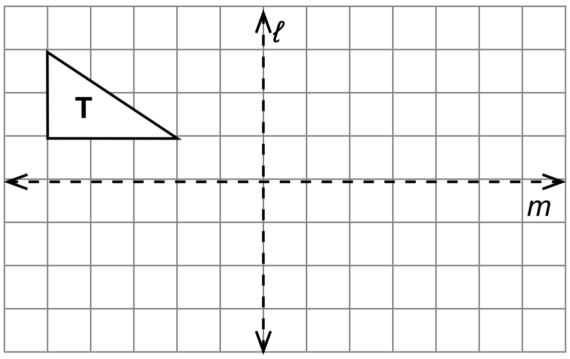
c) Refleja T respecto al eje *m*. Señala el homólogo T″.

d) Refleja T″ respecto al eje ℓ. Señala el homólogo T**.

e) ¿Qué observas sobre T* y T**?

____

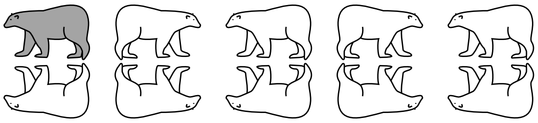
f) ¿Qué transformación convierte T en T*? Dibuja la flecha de traslación, el eje de simetría o el centro de rotación y describe la transformación.

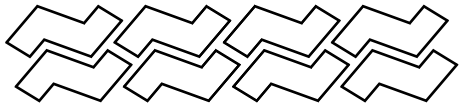


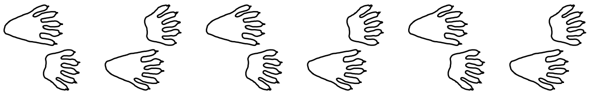
____

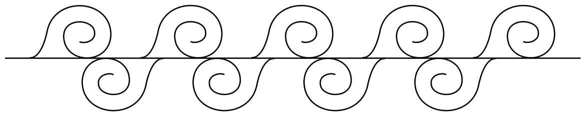
G6-25 Diseños y transformaciones

1. Sombrea la unidad más pequeña que se ha transformado para crear la serie.

a) 

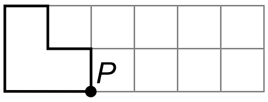
b) 

c) 

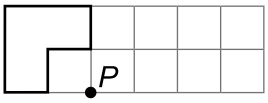
d) 

2. Rota el polígono alrededor del punto *P* como se indica.

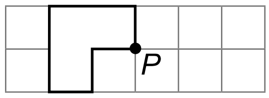
a) 90° SH



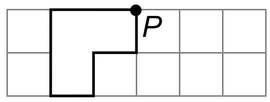
b) 90° SH



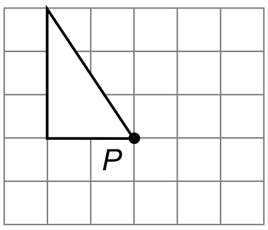
c) 180° SH



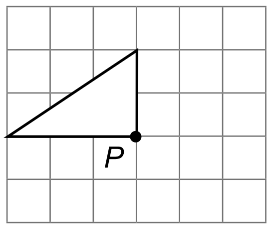
d) 90° SAH



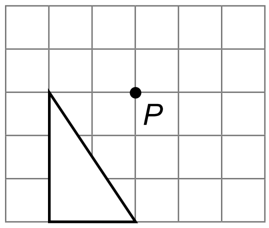
e) 90° SAH



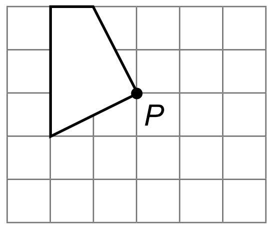
f) 180° SH



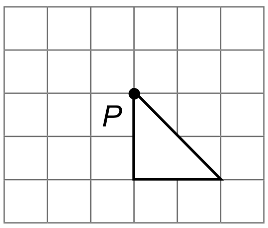
g) 90° SH

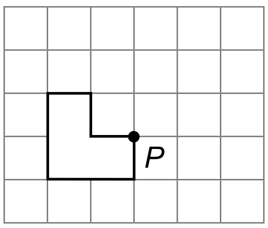


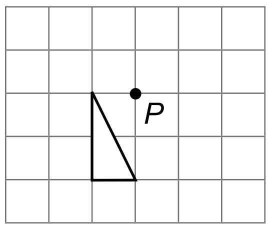
EXTRA ▶ 90° SAH



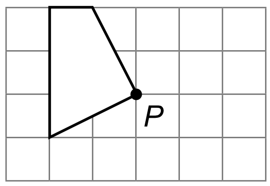
3. Crea un diseño rotando el polígono 90° repetidas veces en sentido horario alrededor del punto *P*.

a) 

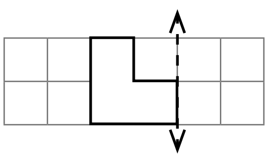
b) 

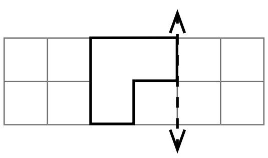
c) 

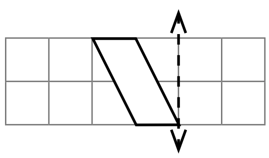
EXTRA ▶

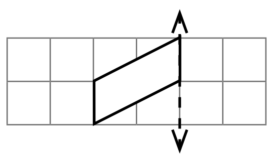


4. Refleja los polígonos respecto al eje de simetría.

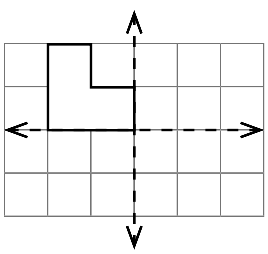
a) 

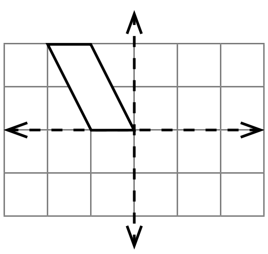
b) 

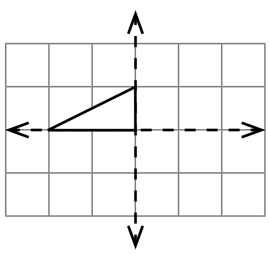
c) 

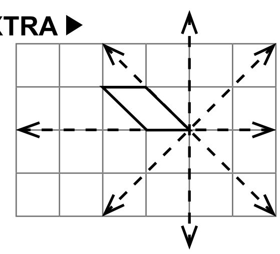
d) 

5. Crea un diseño reflejando el polígono repetidas veces respecto al eje de simetría.

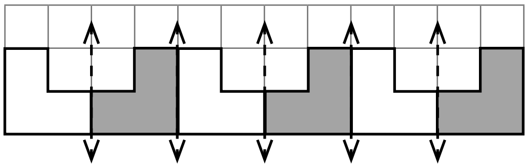
a) 

b) 

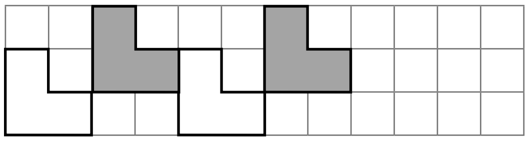
c) 

EXTRA ▶ 

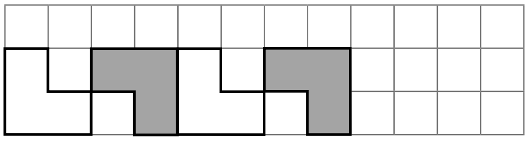
6. Las series se han creado repitiendo el mismo tipo de transformación. Continúa las series. Identifica el tipo de transformación utilizada. Dibuja los ejes de simetría, las flechas de traslación o los centros de rotación entre cada polígono y el siguiente.

a) 

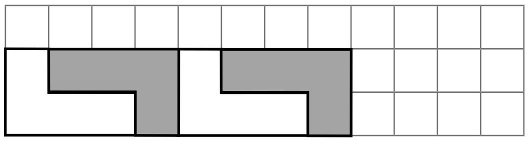
reflexión ______________________

b) 

____

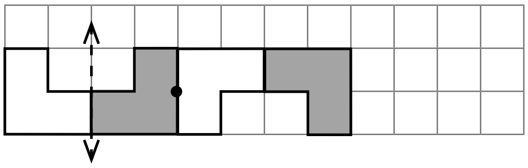
c) 

____

d) 

____

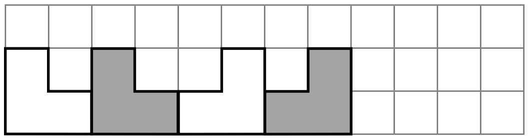
7. Continúa las series. Describe la transformación que convierte cada figura en la siguiente.

a) 

1 en 2: *reflexión respecto al eje vertical*

2 en 3: *rotación de 80° SH alrededor del punto*

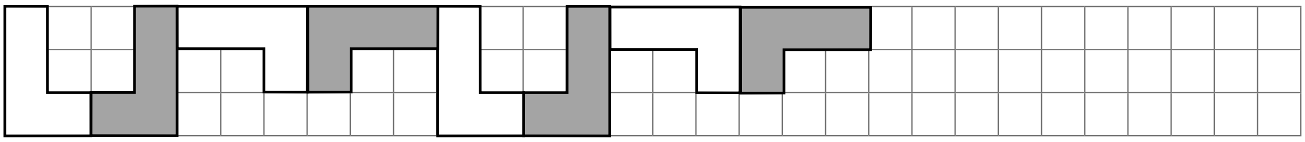
____

b) 

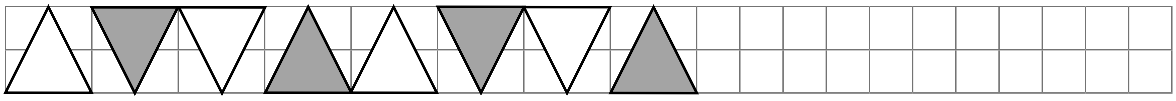
1 en 2: ______________________

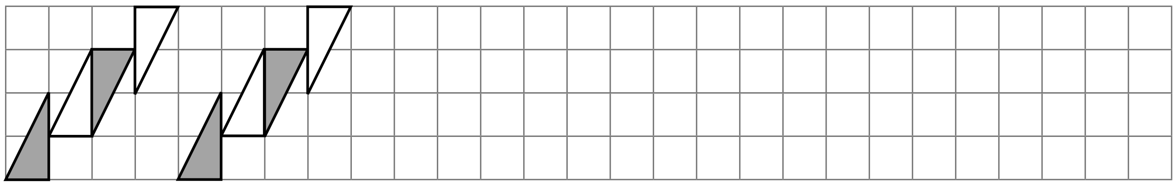
2 en 3: ______________________

____

c) 

1 en 2: ______________________ 2 en 3: ______________________

d) 

e) 

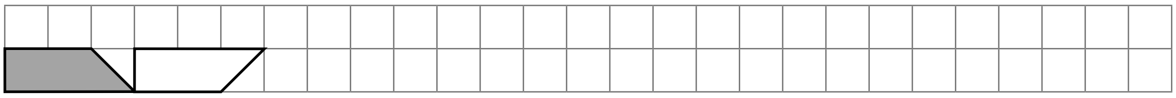
8. a) ¿Qué serie del ejercicio 7 se puede crear con diferentes transformaciones? Justifica tu respuesta.

b) ¿En qué letras del ejercicio 7 tiene el polígono un eje de simetría?

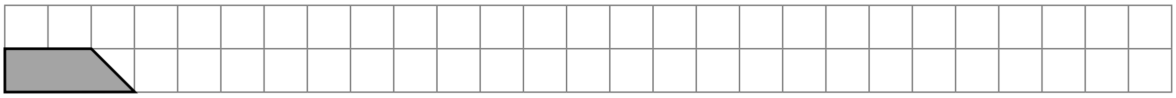
c) ¿Qué observas en las respuestas de *a*) y *b*)?

9. Utiliza el polígono y la cuadrícula para crear una serie aplicando repetidas veces la combinación de transformaciones indicada.

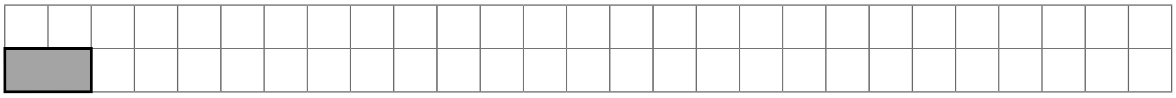
a) Reflejar respecto al lado superior y desplazar 3 unidades a la derecha y 1 hacia abajo.



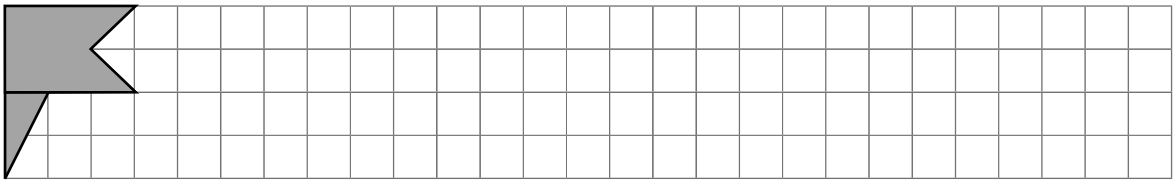
b) Reflejar respecto al lado superior y desplazar 3 unidades a la derecha.
Reflejar respecto al lado inferior y desplazar 3 unidades a la derecha.



c) Rotar 90° SH alrededor del vértice inferior derecho.



d) Reflejar respecto al lado común de los polígonos y desplazar 4 unidades a la derecha.
Reflejar respecto al eje vertical a través del vértice o vértices de más a la derecha.



10. a) Utiliza papel cuadriculado. Dibuja un polígono que no tenga ejes de simetría.

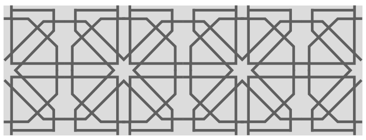
b) Utiliza el polígono que has dibujado en el apartado *a*) para crear una serie. Utiliza al menos dos transformaciones de diferentes tipos para crear la serie. Descríbela.

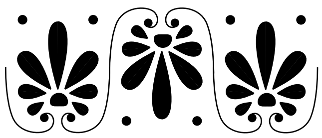
11. a) Utiliza papel cuadriculado. Dibuja un polígono que tenga un eje de simetría.

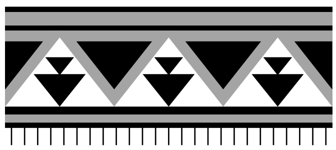
b) Utiliza el polígono que has dibujado en *a*) para crear una serie. Utiliza al menos dos transformaciones de diferentes tipos para crear la serie. Descríbela.

c) Describe la serie que has creado utilizando diferentes transformaciones. Si no puedes, inténtalo con una serie diferente.

12. Encierra con un rectángulo la unidad más pequeña que se transforma para crear la serie. Describe las transformaciones utilizadas para crear el patrón.

a) 

b) 

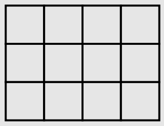
c) 

EXTRA ▶ Encuentra una serie que se cree utilizando transformaciones. Dibuja la serie y describe las transformaciones utilizadas.

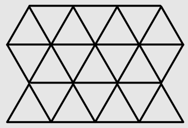
G6-26 Teselado

Un teselado es un patrón formado por una o varias figuras que cubre totalmente una superficie (sin espacios en blanco ni solapamientos).

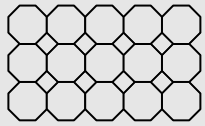
Algunas de las figuras que se pueden usar en teselados son:



Un cuadrado



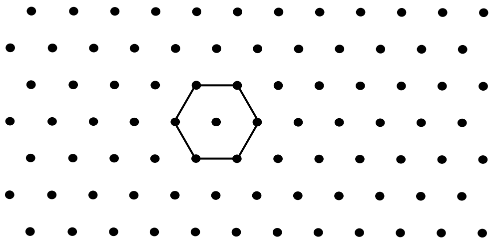
Un triángulo equilátero



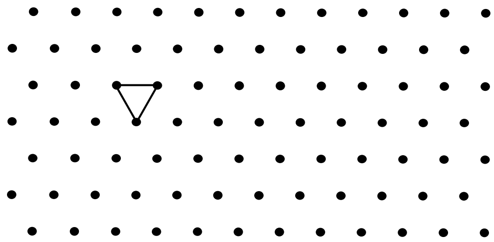
Un octágono y un cuadrado

1. Muestra cómo puedes formar un teselado en una superficie usando las siguientes figuras.

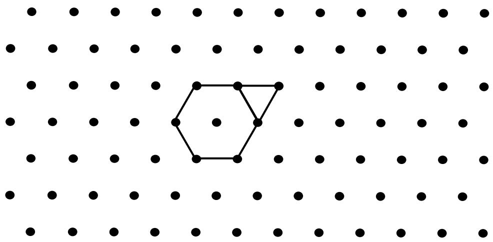
a) Hexágonos



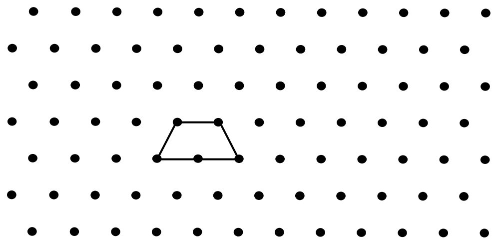
b) Triángulos equiláteros



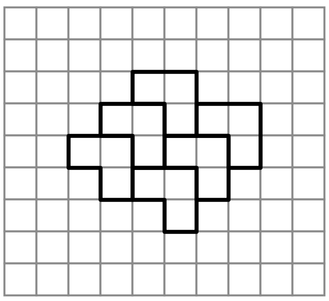
c) Hexágonos y triángulos



d) Trapecios



2.

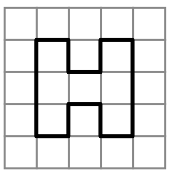


La imagen muestra cómo podemos formar un teselado en una cuadrícula con una figura en forma de L.

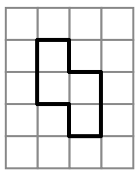
a) Agrega al menos seis figuras en L más al teselado.

b) En un papel cuadriculado, muestra cómo puedes usar estas figuras para formar un teselado en la cuadrícula.

(i)



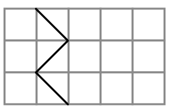
(ii)

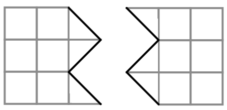


EXTRA ▶

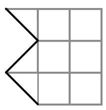
Crea una figura para formar un teselado en una cuadrícula.

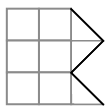
Recorta una cuadrícula rectangular y corta la figura en dos partes (de la forma que desees).

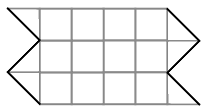




Pega los dos extremos opuestos.







3. Busca una letra del alfabeto para crear un teselado en una cuadrícula.

EE6-15 Expresiones equivalentes

1. Completa las siguientes tablas y responde a las preguntas.

a)

n	**3*n***	***n* + *n* + *n***
1	*3(1) = 3*	*1 + 1 + 1 = 3*
2	*3(2) = 6*	*2 + 2 + 2 = 6*
3		
4		

¿3*n* y *n* + *n* + *n* tienen valores iguales para cada *n* de la tabla? ______

b)

n	**2*n* + 2**	**2 × (*n* + 1)**
1	*2(1) + 2 = 4*	*2 × (1 + 1) = 4*
2		
3		
4		

¿2*n* + 2 y 2 × (*n* + 1) tienen valores iguales para cada *n* de la tabla? ______

2. Encuentra el número que verifica la igualdad. Escribe los números en los recuadros y después, escribe una variable para la última igualdad.

a) $3 \times 1 = \boxed{1} \times 3$

$3 \times 2 = \boxed{} \times 3$

$3 \times 3 = \boxed{} \times 3$

$3 \times 7 = \boxed{} \times 3$

$3 \times n = \boxed{} \times 3$

b) $1 + 2 = 2 + \boxed{1}$

$2 + 2 = 2 + \boxed{}$

$3 + 2 = 2 + \boxed{}$

$9 + 2 = 2 + \boxed{}$

$n + 2 = 2 + \boxed{}$

c) $1 + 1 + 1 = 3 \times \boxed{1}$

$2 + 2 + 2 = 3 \times \boxed{}$

$3 + 3 + 3 = 3 \times \boxed{}$

$8 + 8 + 8 = 3 \times \boxed{}$

$n + n + n = 3 \times \boxed{}$

d) $2 \times 1 \quad 1 = \boxed{1}$

$2 \times 2 \quad 2 = \boxed{}$

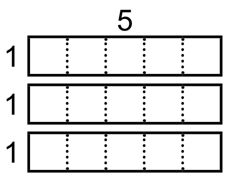
$2 \times 3 \quad 3 = \boxed{}$

$2 \times 4 \quad 4 = \boxed{}$

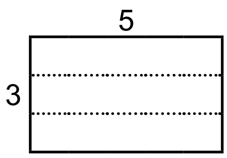
$2 \times n \quad n = \boxed{}$

3. Escribe una expresión de suma y una expresión de multiplicación que representen el área de la figura.

a)

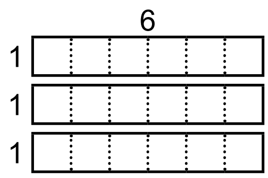


5 + 5 + 5 = ________

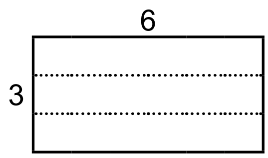


3 × 5 = ________

b)

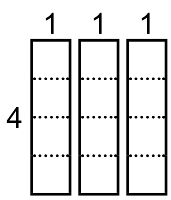


____

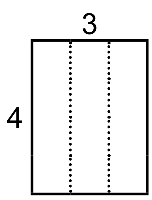


____

c)

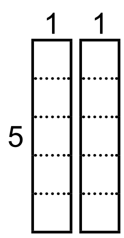


4 + 4 + 4 = ________

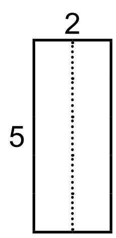


4 × 3 = ________

d)

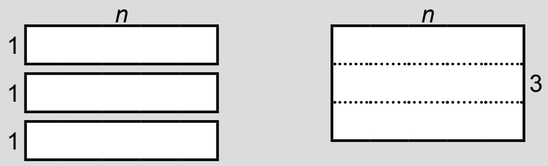


____



____

Estas dos figuras tienen áreas iguales:



$n + n + n \quad = \quad 3 \times n$

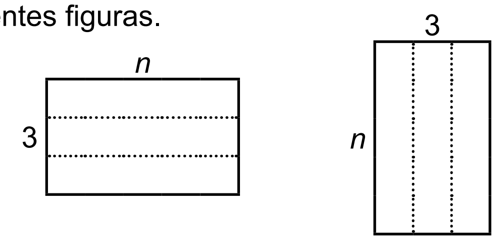
Las expresiones $n + n + n$ y $3n$ son **expresiones equivalentes** porque tienen el mismo valor para todas las n.

4. Escribe expresiones equivalentes a partir de las siguientes figuras.

a)

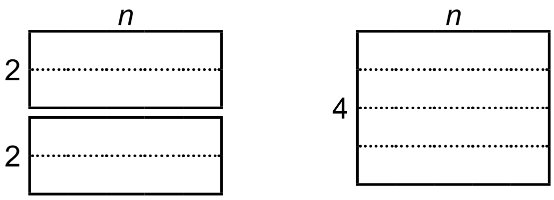
n + 1 = *1 + n*

b)



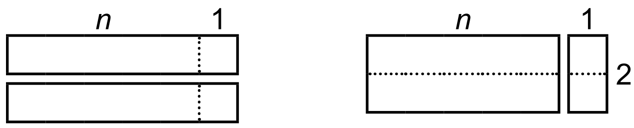
__________ = __________

c)



__________ = __________

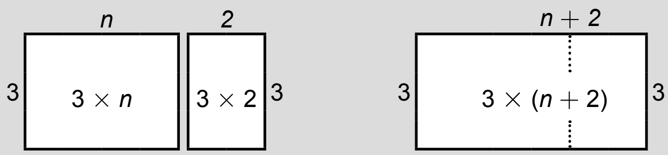
EXTRA ▶



$2 \times (n + 1)$ = __________

Miguel junta dos figuras.

Miguel observa que $3 \times n + 3 \times 2 = 3 \times (n + 2)$. Esto muestra la propiedad distributiva para las expresiones algebraicas.



5. Utiliza la propiedad distributiva para escribir una expresión equivalente.

a) $4 \times (x \quad 3) =$

$= 4 \times x \quad 4 \times 3 =$

$= 4x \quad 12$

Por tanto, $4 \times (x \quad 3)$ y *4x 12* son equivalentes.

b) $5 \times (n + 3) =$

$=$ $\qquad$ $=$

$=$

Por tanto, $5 \times (n + 3)$ y ________ son equivalentes.

c) $(2 + t) \times 6$

EXTRA ▶ $(5 \quad 3) \times x$

6. Utiliza la propiedad distributiva para escribir una expresión equivalente.

a) $3x + 6 =$

= *3* × (____ + ____)

b) $4x + 12 =$

= ____ × (____ + ____)

c) $10y + 15 =$

= ____ × (____ + ____)

EE6-16 Resolver ecuaciones algebraicas

La expresión 5×2 es la abreviatura de $2 + 2 + 2 + 2 + 2$.
De la misma manera, la expresión $5x$ es la abreviatura de $x + x + x + x + x$.

$$\underbrace{x + x + x + x + x}_{5x} = \underbrace{x + x}_{2x} + \underbrace{x + x + x}_{3x}$$

$5x$ y $2x + 3x$ son expresiones equivalentes. En la expresión $5x$, el número 5 se llama **coeficiente**.

1. Encierra los coeficientes en cada expresión.

a) $7w$ b) $0{,}5k \quad 11y$ c) $2x \quad 5y$ d) $6{,}1z + \frac{3}{4}q$

2. Escribe tres expresiones equivalentes para $6x$.

$6x = \underbrace{x + x + x}_{3x} + \underbrace{x + x + x}_{3x}$

$6x = 3x + 3x$

$6x = \underbrace{x + x} + \underbrace{x + x + x + x}$

$6x = \quad + \quad$

$6x = \underbrace{x} + \underbrace{x + x + x + x + x}$

$6x = \quad + \quad$

3. Efectúa la operación sumando los coeficientes.

a) $3x + 5x =$ __8x__ b) $5x + 3x =$ ______ c) $7x + x =$ ______

d) $5x + 6x =$ ______ e) $19x + x =$ ______ **EXTRA ▶** $2x + 5x + 4x =$ ______

4. Agrupa las x y luego, despeja la x.

a) $2x + 5x = 21$ b) $3x + 2x = 15$ c) $6x + x = 28$

$7x = 21$

$x = \frac{21}{7} = 3$

d) $4x + 5x = 18$ e) $8x + 3x = 22$ **EXTRA ▶** $5x + 2x = 0$

5. Completa los espacios en blanco.

a) $3 \quad 3 =$ ______ b) $8 \quad 8 =$ ______ c) $132 \quad 132 =$ ______

d) $3{,}1 \quad 3{,}1 =$ ______ e) $\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} =$ ______ f) $2\frac{1}{3} \quad 2\frac{1}{3} =$ ______

g) $1{,}53 \quad 1{,}53 =$ ______ h) $\frac{4}{3} \quad \frac{4}{3} =$ ______ i) $x \quad x =$ ______

j) $\frac{3}{5} + 3 \quad 3 =$ ______ k) $5\frac{1}{4} + 3 \quad 3 =$ ______ l) $x + 3 \quad 3 =$ ______

Cada vez que encontramos un número o variable restado de sí mismo en una ecuación (por ejemplo: $3 \quad 3$, $5 \quad 5$, $8 \quad 8$, $x \quad x$), se pueden tachar ambos números o variables puesto que su suma es igual a 0. Tachar partes de una ecuación que suman 0 se llama **cancelar**.

6. Completa los espacios en blanco tachando los números o variables cuya suma es igual a 0.

a) $4 + \cancel{3} \quad \cancel{3} = \underline{\ 4\ }$ b) $5 + 2 \quad 2 =$ ______ c) $7 + 1 \quad 1 =$ ______

d) $8 + 6{,}2 \quad 6{,}2 =$ ______ e) $\frac{1}{2} + 7 \quad \frac{1}{2} =$ ______ f) $\frac{7}{3} + 9 \quad \frac{7}{3} =$ ______

g) $4 + 3 \quad 3 + 7 \quad 7 =$ ______ h) $0{,}5 + 2 \quad 2 + 4 \quad 0{,}5 =$ ______ i) $7 + x \quad 7 =$ ______

j) $x + 129 \quad 129 =$ ______ k) $x + 4{,}6 \quad 4{,}6 =$ ______ l) $x + n \quad n =$ ______

7. Vuelve a escribir la expresión como una suma de variables individuales y luego, cancela. Escribe el resto.

a) $5x \quad 2x = \underline{\ 3x\ }$ b) $4x \quad x =$ ______ c) $5x \quad x + 2x =$ ______

$x + x + x + \cancel{x} + \cancel{x} \quad \cancel{x} \quad \cancel{x}$

8. Efectúa la operación restando los coeficientes.

a) $7x \quad 5x =$ ______ b) $8x \quad 4x =$ ______ c) $4x - 2x + 3x =$ ______

d) $9x \quad 3x + 4x =$ ______ e) $7x \quad 5x + x =$ ______ f) $5x - 5x + 2x =$ ______

9. Agrupa las x, y luego despeja la x.

a) $8x \quad 3x + x = 30$ b) $5x + x \quad x \quad 2x = 0{,}21$ c) $7x \quad 3x \quad 2x = 2{,}2$

d) $1{,}4 = 4x \quad x + x + 3x$ e) $9x \quad 2x \quad 2x = 2$ f) $3{,}2 = 4x + 3x \quad 3x \quad 4x + 4x$

10. Despeja la x. Comprueba el resultado.

a) $x + 0{,}3 = 1{,}5$ b) $x \quad 0{,}4 = 2$ c) $1{,}5 + x = 1{,}9$

$x + 0{,}3 \quad 0{,}3 = 1{,}5 \quad 0{,}3$ $x \quad 0{,}4 + 0{,}4 = 2 + 0{,}4$

$x = 1{,}2$

Comprueba sustituyendo x por el resultado: $1{,}2 + 0{,}3 = \mathbf{1{,}5}$ ✓

d) $3{,}1 = x + 1{,}4$ e) $0{,}9 = x \quad 4{,}6$ f) $2x = 4{,}6$

g) $0{,}8x = 5{,}6$ h) $1{,}5x = 15$ i) $1{,}1x = 4{,}4$

EE6-17 Problemas

Para resolver problemas, las palabras se convierten en expresiones algebraicas. Las palabras dan pistas que nos permiten saber qué operaciones hay que usar. Aquí tienes algunas pistas para elegir la operación adecuada:

Suma	**Resta**	**Multiplicación**	**División**
aumentado en	menos que	producto	dividido por
suma	diferencia	veces	dividido entre
más que	disminuido en	el doble que	
	reducido en		

1. Relaciona cada expresión algebraica con la descripción correcta.

2 más que un número	$4x$	un número dividido entre 2	$3x$
un número dividido por 3	$x \quad 2$	un número reducido en 4	$x : 2$
2 menos que un número	$x + 2$	un número tres veces	$x + 3$
el producto de un número y 4	$x \quad 3$	el doble de un número	$x \quad 4$
un número disminuido en 3	$x : 3$	un número aumentado en 3	$2x$

2. Escribe una expresión algebraica para las siguientes descripciones.

a) cuatro más que un número

b) un número reducido en 8,5

c) un número dividido por 8

d) dos menos que un número

e) un número aumentado en 2,9

f) un número reducido en 4

g) cinco veces un número

h) un número dividido entre seis

i) el producto de 7 y un número

j) el doble de un número

k) la suma de un número y 4,7

l) el producto de un número y 3,3

Cuando se resuelven problemas, la palabra "es" se traduce por el signo igual, "$=$".

Ejemplo: "Dos más que un número es siete" se puede escribir como $x + 2 = 7$.

3. Resuelve los problemas, escribiendo primero una ecuación.

a) Cuatro más que un número es dieciocho.

b) Cinco menos que un número es 12,4.

c) Cinco veces un número es treinta.

d) Seis veces un número es cuarenta y dos.

e) Un número dividido entre seis es 1,5.

f) El producto de un número y 5 es dos.

g) Un número multiplicado por dos es treinta y seis.

h) Un número multiplicado por tres es dieciocho.

i) Tres dividido por un número es 2,3.

j) El doble de un número es 10,6.

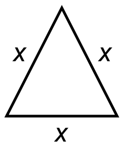
k) El triple de un número es 3,6.

EXTRA ▶ La mitad de un número es 1 más que 4.

RECUERDA ▶ El perímetro de una figura es la longitud del contorno de la figura.

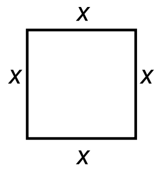
4. a) Escribe una expresión para el perímetro de la figura (x representa la longitud de los lados desconocidos). Después, escribe otra expresión equivalente para el perímetro.

i)



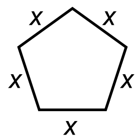
$x + x + x = 3x$

ii)



____

iii)

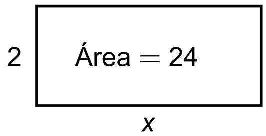


____

b) El perímetro de cada figura del apartado *a)* es 12. Encuentra la longitud de los lados desconocidos.

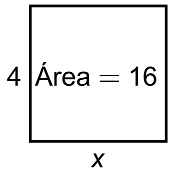
5. Escribe una ecuación para encontrar la longitud del lado que falta.

a)



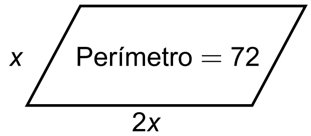
____

b)



____

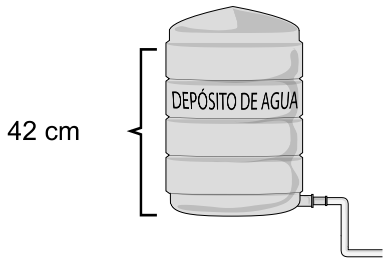
c)



____

6. El padre de Juan es tres veces mayor que Juan. La diferencia entre sus edades es de 24 años. ¿Cuántos años tiene Juan?

7. La altura del agua en un depósito es de 42 cm. La altura del agua en el depósito disminuye 6 cm cada día. ¿Cuántos días tardará el depósito de agua en vaciarse?



8. La suma de dos números es 45. Un número es el doble que el otro. Escribe una ecuación y encuentra los números.

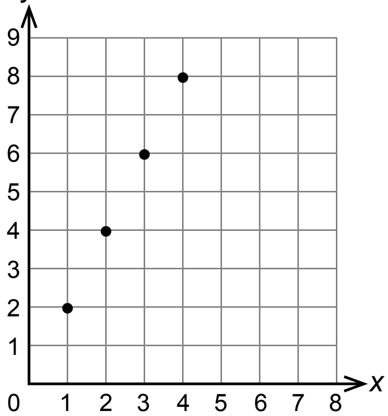
9. Lucía es cinco veces mayor que Rita. La suma de sus edades es 42. ¿Cuántos años tienen Lucía y Rita?

EXTRA ▶ Adrián paga $5.100 por dos archivadores. El primer archivador lo compra al precio normal, pero el segundo, lo paga a mitad de precio. ¿Cuál es el precio normal de un archivador? Pista: Considera que x es el precio del segundo archivador.

EE6-18 Gráficas y ecuaciones

1. Para cada conjunto de puntos, escribe una lista de pares ordenados y completa la tabla. Luego, escribe una ecuación que muestre la relación que hay entre x e y.

a)

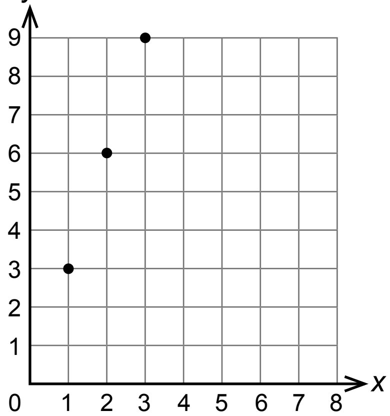


Pares ordenados	x	y
(*1* , *2*)	*1*	*2*
(,)		
(,)		
(,)		

$2 \times x = y$

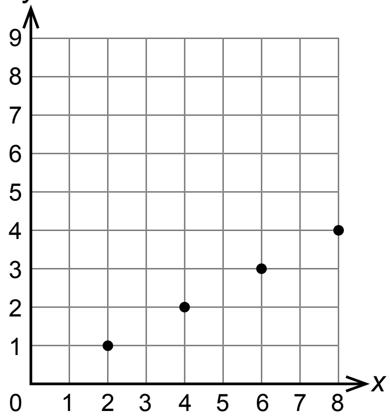
o $y = 2x$

b)



Pares ordenados	x	y
(,)		
(,)		
(,)		
(,)		

c)

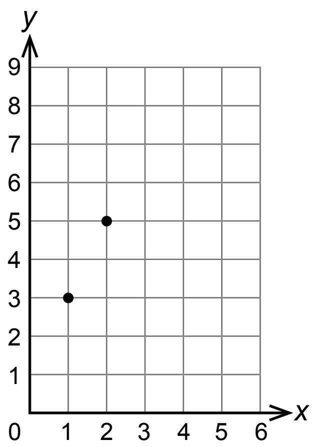


Pares ordenados	x	y
(,)		
(,)		
(,)		
(,)		

2. Completa la tabla y ubica los puntos en la cuadrícula siguiendo las reglas dadas a continuación.

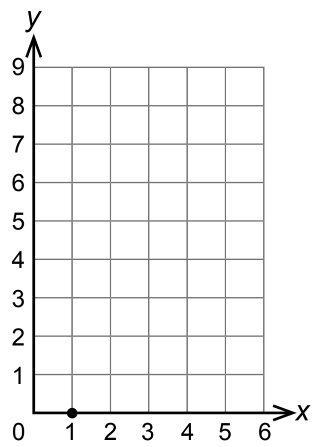
a) Multiplica por 2 y suma 1

x	$2x + 1 = y$
1	$2 \times 1 + 1 = 3$
2	$2 \times 2 + 1 = 5$
3	
4	



b) Multiplica por 3 y resta 3

x	$3x \quad 3 = y$
1	
2	
3	
4	



3. Dibuja un plano de coordenadas (como los que tienes arriba) en un papel cuadriculado y ubica los siguientes pares ordenados: (1, 3), (3, 5), (5, 7) y (7, 9).

4. Haz una tabla para cada conjunto de puntos en el plano de coordenadas. Escribe una regla para cada tabla que muestre cómo calcular *y* a partir de *x*.

Gráfica A

x	***y***

Regla: $y =$ ____

Gráfica B

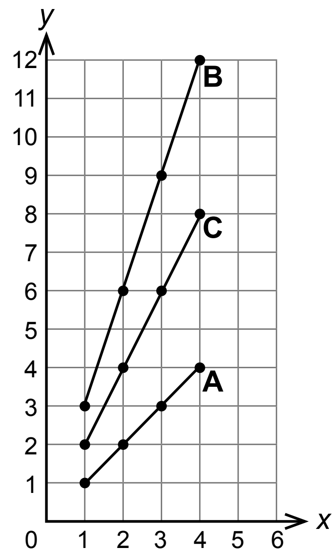
x	***y***

$y =$ ____

Gráfica C

x	***y***

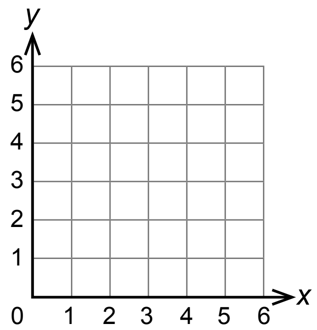
$y =$ ____



5. Escribe una lista de pares ordenados basada en cada una de las tablas que tienes a continuación. Sitúa los pares ordenados en la gráfica y une los puntos para formar una línea.

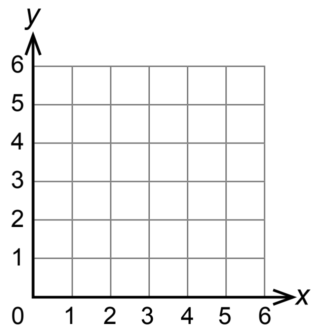
a)

x	***y***	
0	1	(,)
1	2	(,)
2	3	(,)
3	4	(,)



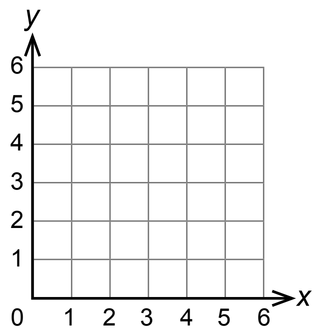
b)

x	***y***	
0	0	(,)
1	2	(,)
2	4	(,)
3	6	(,)



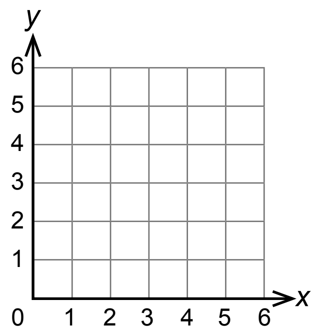
c)

x	***y***	
0	0	(,)
2	1	(,)
4	2	(,)
6	3	(,)



d)

x	***y***	
1	0	(,)
2	1	(,)
3	2	(,)
4	3	(,)

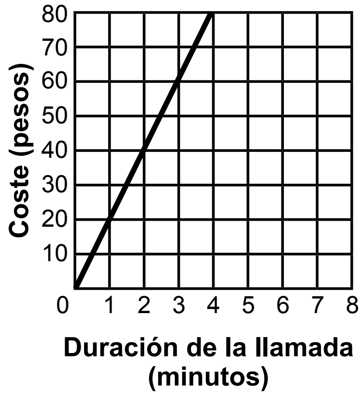


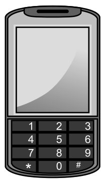
EXTRA ▶ Escribe una ecuación que muestre la relación entre *x* e *y* para cada tabla del ejercicio 5.

a) $y = x + \boxed{}$ b) $y = \boxed{}\,x$ c) $y =$ d) $y =$

EE6-19 Variables dependiente e independiente

1. La gráfica muestra el valor de realizar una llamada internacional con una compañía de telefonía móvil.



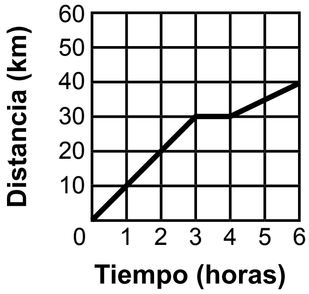


a) Si hablaras durante 2 minutos, ¿cuánto deberías pagar?

b) ¿Cuánto cuesta una llamada de 1 minuto?

c) ¿Cuánto pagarías por hablar 10 minutos?

2. La gráfica muestra la distancia que Ana ha recorrido en un viaje en bicicleta.



a) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido Ana después de 2 horas?

b) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido Ana después de 6 horas?

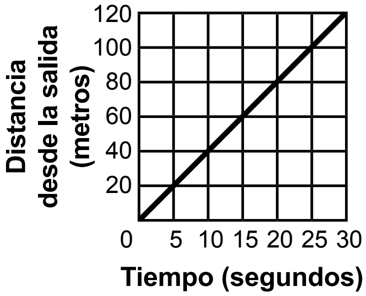
c) ¿Ha parado para descansar durante el recorrido? Justifica tu respuesta.

En una ecuación con dos variables, la **variable dependiente** representa la salida o efecto y la **variable independiente** representa la entrada o causa.

Ejemplo: En el ejercicio 1, la duración de la llamada es la variable independiente y el valor es la variable dependiente, ya que el valor depende de la duración de la llamada.

Los matemáticos suelen usar el eje *x* para las variables independientes y el eje *y* para las variables dependientes.

3. Tomás corre una carrera de 120 metros.



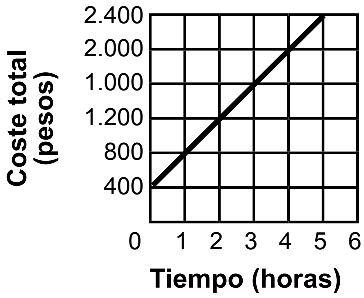
a) ¿Cuáles son las variables dependiente e independiente?

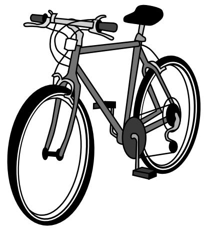
b) ¿A qué distancia de la salida está Tomás a los

i) 10 segundos? ii) 25 segundos?

c) Si sigue corriendo al mismo ritmo, ¿a qué distancia estará al cabo de 1 minuto?

4. La gráfica muestra el coste de arrendar una bicicleta en la tienda de Pedro.





a) ¿Cuáles son las variables dependiente e independiente?

b) ¿Cuánto cuesta arrendar una bici durante

i) 2 horas? ii) 4 horas? iii) 3 horas?

c) ¿Qué tarifa inicial hay que pagar para arrendar una bici?

5. Escribe, para cada tabla, una regla que diga:

- cómo cambia la entrada,
- cómo cambia la salida, y
- la relación entre la entrada y la salida.

Ejemplo:

Entrada	Salida
1	3
2	6
3	9
4	12

- Los números de la columna de entrada aumentan en 1 cada vez.
- Los números de la columna de salida aumentan en 3 cada vez.
- Multiplica la entrada por 3 para obtener la salida.

a)

Entrada	Salida
1	6
2	12
3	18

b)

Entrada	Salida
1	9
2	18
3	27

c)

Entrada	Salida
1	11
2	22
3	33

d)

Entrada	Salida
1	7
2	14
3	21

e)

Entrada	2,5	3,0	4,0	5,5	7,5	10,0	13,0
Salida	5	6	8	11	15	20	26

f)

Entrada	1	2	3	4	5	6	7
Salida	1	4	9	16	25	36	49

g)

Entrada	1	2	3	4	5	6	7
Salida	2,1	4,2	6,3	8,4	10,5	12,6	14,7

6. La tabla muestra el número de kilómetros que Julia puede correr en 15 minutos. Completa la tabla. Nota: Considera que sigue corriendo al mismo ritmo.

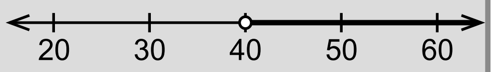
Distancia	Tiempo (segundos)	Tiempo (minutos)	Tiempo (horas)
2,3 km		15	$\frac{1}{4}$
4,6 km			
	2.700		

EE6-20 Introducción a las desigualdades

Adrián pesa 40 kg y Luis pesa más de 40 kg. Si *w* es el peso de Luis, entonces la **desigualdad** $40 < w$ representa lo que sabemos sobre el peso de Luis.

El peso de Luis podría ser de 50 kg (50 es más que 40), por tanto, 50 es una **solución** para la desigualdad $40 < w$.

Se puede usar una recta numérica para representar la desigualdad:



- La parte de la recta numérica marcada en negro representa todas las soluciones posibles.
- Hay un círculo blanco en el 40 porque el peso de Luis no puede ser 40 ($40 < 40$ es incorrecto).

1. Escribe una desigualdad para la frase:

a) *w* es menor que 7. $w < 7$ b) *w* es mayor que 50. ______________

c) *w* es menor que 0. ______________   d) *w* es mayor que 5. ______________

e) *w* es menor que 6. ______________   f) *w* es mayor que 0. ______________

2. Escribe el significado de la desigualdad.

a) $w < 5$ *w es menor que 5.*   b) $w > 3$ ______________________

c) $w > 0$ ______________________   d) $w < 7$ ______________________

Cada desigualdad se puede escribir de dos formas. Por ejemplo, la desigualdad "*w* es mayor que 80" se puede escribir como "80 es menor que *w*".

3. Escribe la desigualdad de otra forma.

a) *w* es menor que 20. *20 es mayor que w.*   b) *w* es mayor que 4. ____________________

c) *w* es mayor que 0. ____________________   d) *w* es mayor que 5. ____________________

4. Encierra con un círculo los números que son soluciones para la desigualdad $80 < b$.

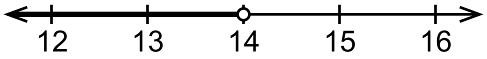
75   91   81   69   93,5   79,9   80,5   100   80

5. Relaciona cada desigualdad de la parte superior con sus soluciones de la parte inferior.
Nota: Cada desigualdad tiene más de una solución.

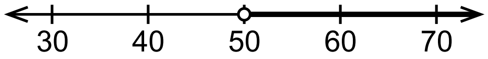
$x < 5$ $10 < x$

3   15   2   5   4   23   10

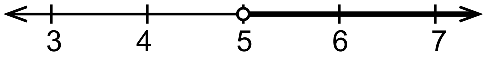
6. Escribe una desigualdad para las siguientes rectas numéricas.

a) 

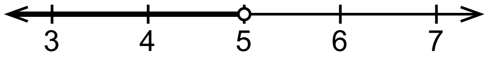
$x < 14$

b) 

____

c) 

____

d) 

____

7. Escribe una desigualdad para cada caso. x representa la incógnita. Si la solución es siempre un número positivo, escribe “y $x > 0$”.

a) Susana tiene 12 años. Su hermana es menor que ella.

$x < 12$ y $x > 0$

b) César tiene $750 y Miguel tiene menos dinero que César.

____

c) El domingo, la temperatura será inferior a 12 grados.

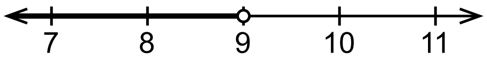
____

d) Juan es menor que su hermano de 17 años.

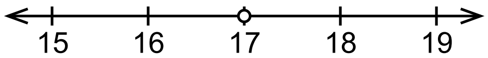
____

8. Traza una recta gruesa para representar la solución de las siguientes desigualdades en las rectas numéricas. El apartado *a)* ya está hecho.

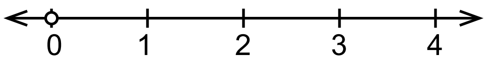
a) $x < 9$



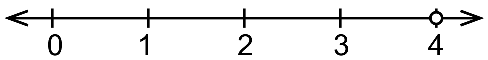
b) $x > 17$



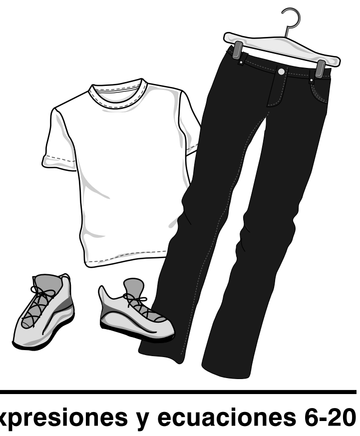
c) $x > 0$



d) $x < 4$



EXTRA ▶ María se va de compras. Quiere comprar una camiseta de $7.000, unos pantalones de $15.000 y un par de zapatos más caros que los pantalones. Escribe una desigualdad para representar la cantidad de dinero que necesita para pagar los artículos. Representa la desigualdad en una recta numérica.



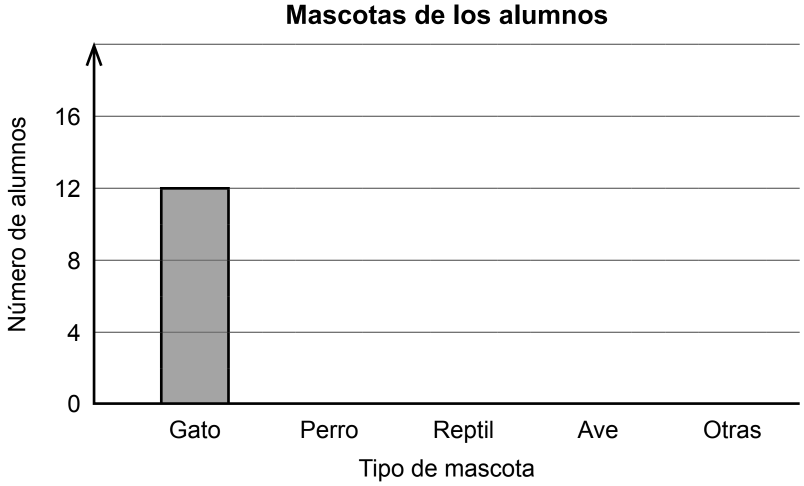
MD6-1 Diagramas de barras y diagramas de doble barra

Un **diagrama de barras** tiene **ejes** (horizontal y vertical), una **escala**, un **título**, **etiquetas** y **datos** (mostrados en las barras).

Las barras de un diagrama de barras pueden ser **verticales** u **horizontales**. La escala ayuda a decidir la longitud de las barras. Las etiquetas indican qué dato representa la barra.

1. La tabla muestra el número de mascotas de los alumnos de una clase de 6.º básico.

Mascotas de los alumnos	Número de alumnos
Gato	12
Perro	15
Reptil	6
Ave	3
Otras	10



a) Completa el diagrama de barras.

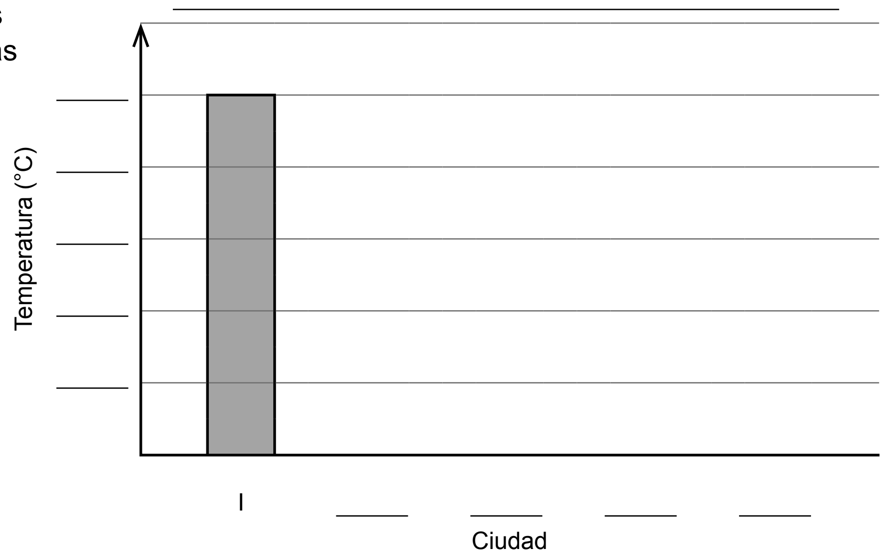
b) ¿Qué muestran los ejes? Horizontal: _*Tipo de mascota*_ Vertical: ____________________

c) ¿Por qué número cuenta la escala? ______ ¿Crees que es una buena elección? ¿Por qué?

____

2. a) Completa el diagrama de barras para mostrar los datos. Utiliza las abreviaturas I, A, P, C y S.

Temperatura por ciudad (°C)	
Iquique	25
Arica	27
Puerto Montt	12
Concepción	21
La Serena	24



b) ¿Por qué número cuenta la escala? ______

c) El **rango** de un conjunto de datos es la diferencia entre los valores mayor y menor.

¿Cuál es el rango de este conjunto de datos? ______ – ______ = ______

3. El diagrama de barras muestra los votos de unas elecciones con dos escalas diferentes.

Diagrama A

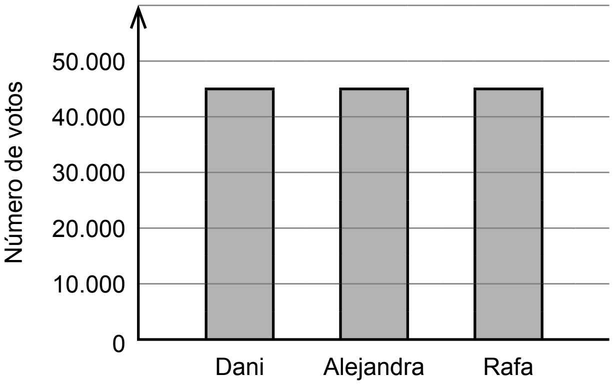
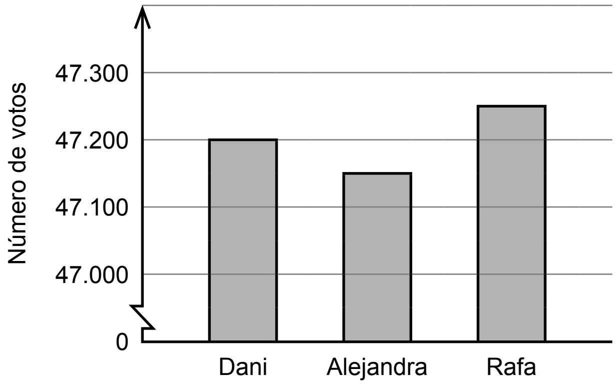


Diagrama B



a) Describe la escala del diagrama A: empieza en _____, cuenta de ____ en ____ y acaba en ______.

b) Describe la escala del diagrama B: empieza en _____, cuenta de ____ en ____ y acaba en ______.

c) ¿Qué diagrama facilita saber la diferencia de votos de cada candidato? ______________________

d) ¿Quién ha ganado las elecciones? ______________

4. Una compañía de patines obtuvo $50.000 en ventas en diciembre y $52.000 en ventas en enero.

Diagrama A

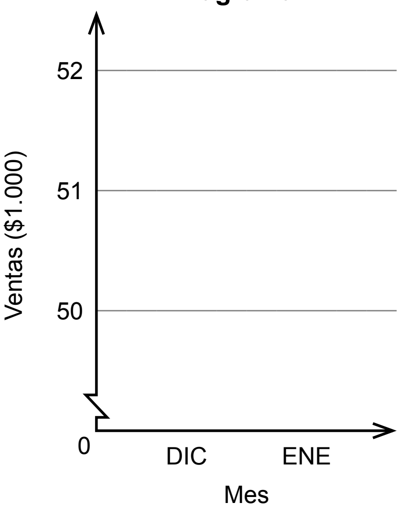
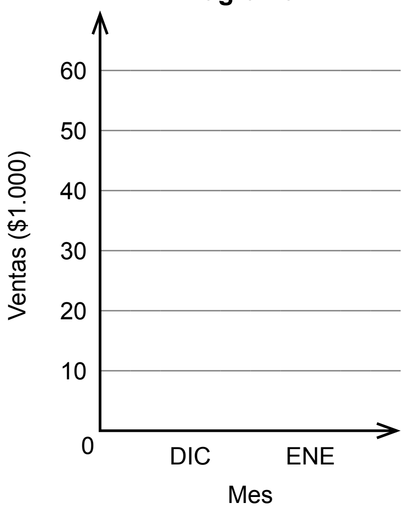


Diagrama B



a) Muestra los datos utilizando las dos escalas.

b) ¿En qué diagrama parece que las ventas en enero sean tres veces las ventas en diciembre? _____

c) ¿En qué diagrama parece que las ventas en enero sean ligeramente superiores a las ventas de diciembre? ______

d) ¿Qué diagrama crees que representa mejor los datos? ______

5. ¿Qué escala utilizarías si tuvieras que representar los siguientes números? (Indica en qué números empezarían y acabarían las escalas y el tamaño de los intervalos). Justifica tus respuestas.

a) 3, 2, 7, 9, 10

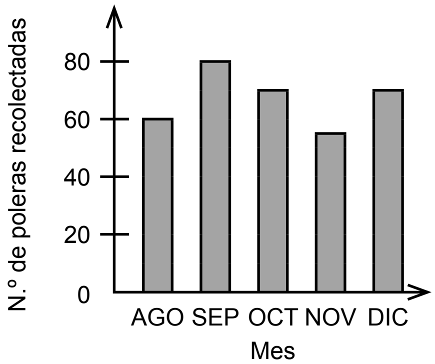
b) 14, 2, 16, 4, 8

c) 250, 1.000, 2.000

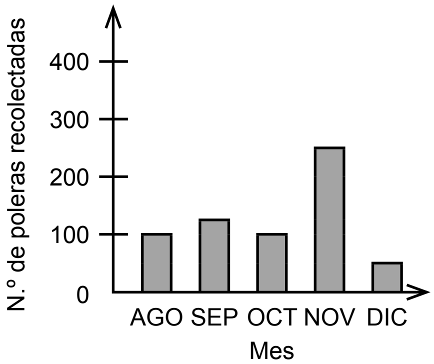
d) 12.000, 11.500, 12.500

6. Dos cursos han hecho una recolección benéfica de poleras desde agosto hasta diciembre.

Curso A



Curso B



a) Observa los diagramas. ¿Qué curso recolectó más poleras? Justifica tu respuesta.

____

b) Si te fijas bien en las escalas, ¿qué curso recolectó más poleras en realidad? _______________

c) ¿Por qué la mayoría de datos del curso B son tan bajos en el diagrama?

____

____

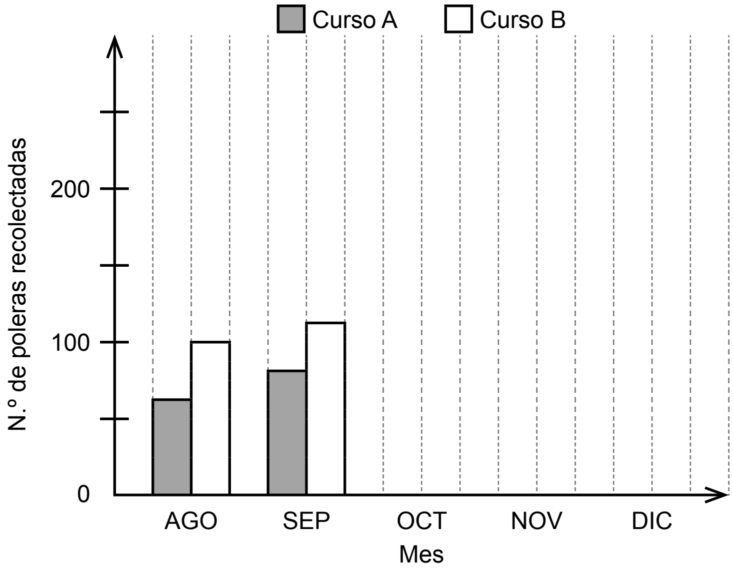
____

____

____

d) Para comparar los datos, completa el diagrama de la derecha.

Recolección mensual de poleras de dos cursos



e) ¿En qué mes o meses recolectó más poleras el curso A que el curso B? _______________________

f) Durante un mes de este período, el curso B puso un anuncio en Facebook pidiendo poleras.

¿Qué mes crees que fue? _________________

Un **diagrama de doble barra** compara dos conjuntos de datos. El diagrama que has dibujado en el ejercicio *d*) del ejercicio 6 es un diagrama de doble barra.

7. Dibuja un diagrama de doble barra utilizando los siguientes datos. Incluye un título y etiquetas.

	Deportes favoritos			
	Fútbol	**Baloncesto**	**Tenis**	**Otros**
Niñas	42	32	73	56
Niños	75	50	43	80

MD6-2 Diagramas de tallo y hojas

La **hoja** de un número es la cifra que está más a la derecha (cifra de las unidades).
El **tallo** es todas las cifras excepto la cifra de las unidades.

48<u>7</u>

tallo — hoja

El tallo de un número de una cifra es 0, ya que la única cifra es la que está más a la derecha.

1. Encierra los tallos y subraya las hojas.

a) *El tallo de* <u>5</u> *es 0* b) 3<u>7</u> c) 124 d) 51 e) 9.000 f) 7

2. Encierra los tallos. Escribe los tallos en orden de menor a mayor.

a) 23 9 8 34 65 28 25 b) 36 39 46 51 37 9 45 c) 107 88 87 75 104 96

0 *2* *3* *6* ______ ______ ______ ______ ______ ______ ______ ______

Para construir un diagrama de tallo y hojas del conjunto de datos 38 29 26 42 43 34:

Paso 1: Identificamos los tallos. Los tallos son 3, 2, 4.

Paso 2: Escribimos los tallos de menor a mayor.

Tallo	Hoja
2	
3	
4	

Paso 3: Escribimos las hojas de cada tallo en la columna "Hoja".

Tallo	Hoja
2	9 6
3	8 4
4	2 3

Paso 4: Ordenamos las hojas de cada fila de menor a mayor.

Tallo	Hoja
2	6 9
3	4 8
4	2 3

3. Ordena las hojas correctamente. A continuación, ordena los datos de menor a mayor.

a)

Tallo	Hoja
2	5 1 8 6
4	8 5 1
5	6 2 1

→

Tallo	Hoja
2	*1 5*
4	
5	

21, *25*, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______

b)

Tallo	Hoja
0	7 4 1
1	9 3 6 5 2
2	5 8 0

→

Tallo	Hoja

______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______, ______

4. Utiliza los datos para construir un diagrama de tallo y hojas. (Recuerda poner un título.)

a) Edad de los alumnos:
8, 7, 11, 11, 10, 9, 6, 7, 10

b) Puntuación de los alumnos:
89, 78, 97, 100, 88, 69, 75

MD6-3 Sistemas de coordenadas

1. Une los puntos de la columna, de la fila o de ambas.

a) Columna 2

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

b) Fila 3

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

c) Columna 3, fila 1

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

d) Columna 1, fila 2

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

2. Encierra el punto en la posición dada.

a) Columna 2, fila 1

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

b) Columna 3, fila 2

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

c) Columna 3, fila 1

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

d) Columna 2, fila 2

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

> La fila y la columna de un punto pueden escribirse entre paréntesis.
>
> La columna siempre se escribe en primer lugar.
>
> (5, 3)
>
> Columna → 5, Fila → 3

3. Encierra el punto en la posición dada.

a) (2, 1)

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

b) (3, 3)

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

c) (1, 2)

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

d) (2, 3)

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  1 2 3

> Puedes utilizar letras en lugar de números para nombrar las filas y las columnas.

4. Encierra el punto dado.

a) (A, 3)

3 ● ● ●
2 ● ● ●
1 ● ● ●
  A B C

b) (Y, B)

C ● ● ●
B ● ● ●
A ● ● ●
  X Y Z

c) (0, 2)

2 ● ● ●
1 ● ● ●
0 ● ● ●
  0 1 2

d) (0, 0)

2 ● ● ●
1 ● ● ●
0 ● ● ●
  0 1 2

e) (A, C)

D ● ● ● ●
C ● ● ● ●
B ● ● ● ●
A ● ● ● ●
  A B C D

f) (2, X)

Z ● ● ● ●
Y ● ● ● ●
X ● ● ● ●
W ● ● ● ●
  1 2 3 4

g) (4, 1)

4 ● ● ● ●
3 ● ● ● ●
2 ● ● ● ●
1 ● ● ● ●
  1 2 3 4

h) (3, 4)

4 ● ● ● ●
3 ● ● ● ●
2 ● ● ● ●
1 ● ● ● ●
  1 2 3 4

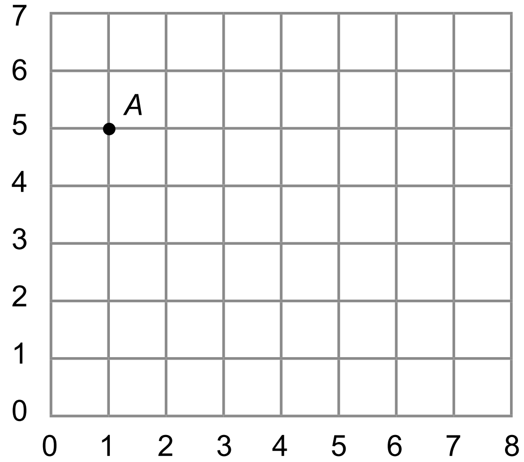
Cuando hay dos números escritos en orden entre paréntesis, se denominan **par ordenado.** El par ordenado que da la posición de un punto en una cuadrícula son las **coordenadas** de ese punto.

5. a) Ubica los puntos, con la letra correspondiente, en esta cuadrícula de coordenadas. Tacha los puntos según los utilices.

~~*A* (1, 5)~~ *B* (1, 7) *C* (3, 7) *D* (6, 4)

E (7, 4) *F* (8, 3) *G* (7, 3) *H* (5, 1)

I (5, 0) *J* (4, 1) *K* (4, 2)



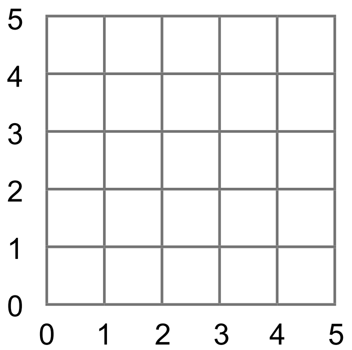
b) Une los puntos en orden alfabético. Después, une la *A* con la *K*.

c) ¿A qué se parece el dibujo que has obtenido?

____

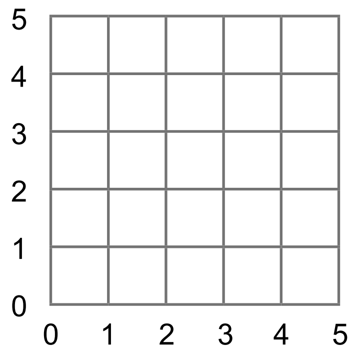
6. Dibuja en la gráfica cada conjunto de pares ordenados y une los puntos para formar un polígono. Identifica el cuadrilátero especial que has dibujado. Los cuadriláteros especiales son el paralelogramo, el rectángulo, el rombo, el trapecio y el cuadrado.

a) *A* (1, 2) *B* (4, 4) *C* (3, 2) *D* (0, 0)



ABCD es un ____________________.

b) *E* (3, 0) *F* (3, 5) *G* (1, 3) *H* (1, 1)



EFGH es un ____________________.

7. a) Ubica los puntos, con la letra correspondiente, en esta cuadrícula de coordenadas. Tacha los puntos según los utilices.

~~*A* (2, 1)~~ *B* (5, 1) *C* (5, 4) *D* (2, 4)

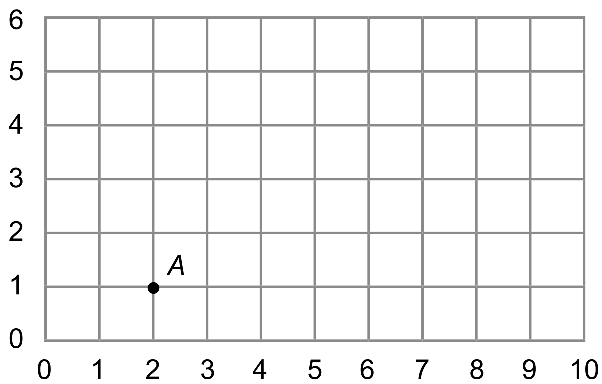
E (9, 5) *F* (7, 6) *G* (0, 0) *H* (0, 3)

b) Une los puntos adecuados para hacer un cuadrilátero e identifícalo.

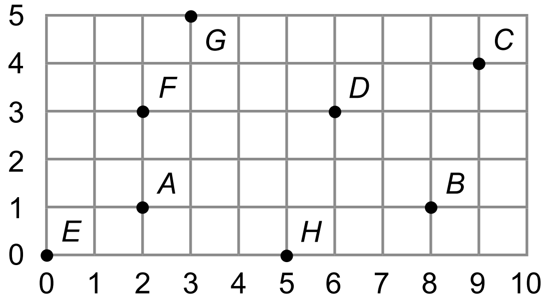
ABCD ____________________

BEFC ____________________

ADHG ____________________



8. Escribe las coordenadas de cada punto.



A (,) *B* (,)

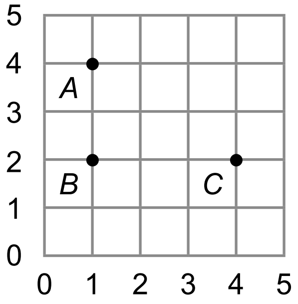
C (,) *D* (,)

E (,) F (,)

G (,) *H* (,)

9. Agrega un punto *D* para que los cuatro puntos se conviertan en los vértices del cuadrilátero *ABCD*. Después, escribe las coordenadas de los vértices.

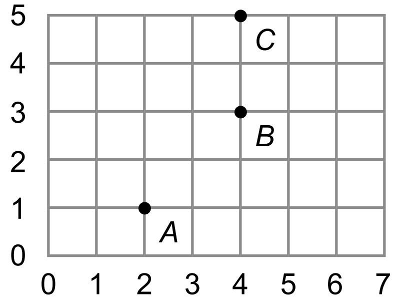
a) Rectángulo



A (,), *B* (,),

C (,), *D* (,)

b) Paralelogramo

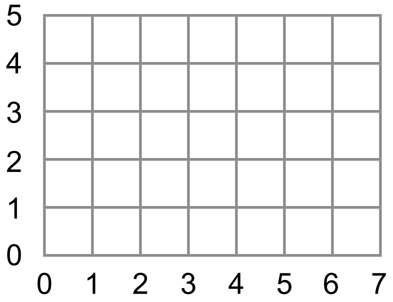


A (,), *B* (,),

C (,), *D* (,)

10. Dibuja un cuadrilátero en la cuadrícula del tipo que se indica. Escribe las coordenadas de los vértices.

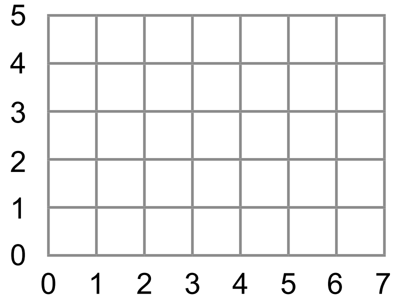
a) Trapecio



A (,), *B* (,),

C (,), *D* (,)

b) Rombo



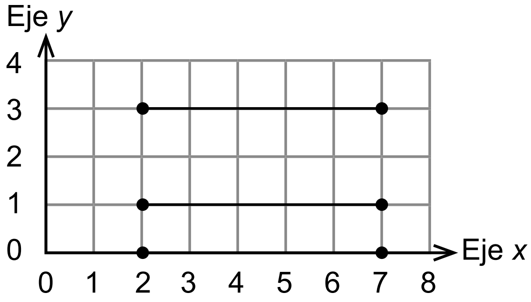
A (,), *B* (,),

C (,), *D* (,)

EXTRA ▶ Dibuja un polígono en una cuadrícula de coordenadas (utiliza una hoja de papel cuadriculado). Dile a un compañero las coordenadas de los vértices de tu polígono y pídele que te diga el nombre del polígono.

MD6-4 Distancia horizontal y vertical

1. a) Calcula la distancia horizontal entre los puntos.



i) (2, 0) y (7, 0): ___5___ unidades

ii) (2, 1) y (7, 1): ______ unidades

iii) (2, 3) y (7, 3): ______ unidades

iv) (2, *y*) y (7, *y*): ______ unidades

b) ¿Cómo calculas la distancia horizontal entre los puntos a partir de sus primeras coordenadas?

____

2. Encuentra la diferencia entre las primeras coordenadas para calcular la distancia horizontal entre los puntos.

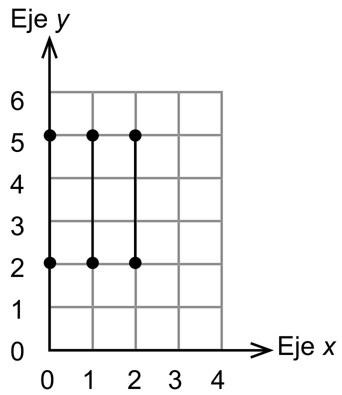
a) (3, 0) y (1, 0): ______ unidades

b) (5, 0) y (2, 0): ______ unidades

c) (1, 10) y (8, 10): ______ unidades

d) (8, 126) y (2, 126): ______ unidades

3. a) Calcula la distancia vertical entre los puntos.



i) (0, 2) y (0, 5): ______ unidades

ii) (1, 2) y (1, 5): ______ unidades

iii) (2, 2) y (2, 5): ______ unidades

iv) (*x*, 2) y (*x*, 5): ______ unidades

b) ¿Cómo calculas la distancia vertical entre los puntos a partir de las segundas coordenadas?

____

____

4. Encuentra la diferencia entre las segundas coordenadas para calcular la distancia vertical entre los puntos.

a) (1, 3) y (1, 2): ______ unidades

b) (1, 5) y (1, 2): ______ unidades

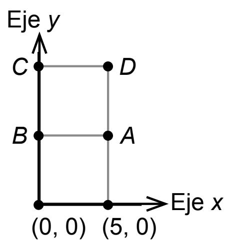
c) (10, 10) y (10, 2): ______ unidades

d) (4, 5) y (4, 2): ______ unidades

e) (14, 2) y (14, 7): ______ unidades

f) (561, 2) y (561, 5): ______ unidades

5. El diagrama de la derecha muestra una cuadrícula de coordenadas con algunas líneas y letras por ubicar.
A está en (5, 5). La distancia vertical entre *A* y *D* es 5.



Escribe las coordenadas de *B*, *C* y *D*:

B (,   )   *C* (,   )   *D* (,   )

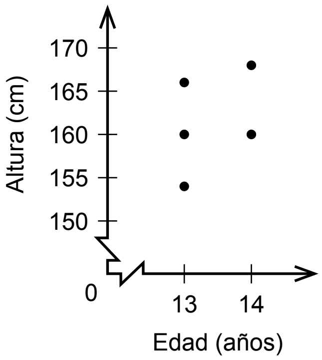
MD6-5 Representar en diagramas de dispersión

Los **datos bivariantes** son datos que tienen dos variables. Un **diagrama de dispersión** representa los datos bivariantes en un plano de coordenadas. Cada punto del diagrama de dispersión es un par ordenado con las mediciones de cada una de las dos variables.

1. Cinco alumnos anotan sus edades y alturas y hacen un diagrama de dispersión. Cada punto del diagrama de dispersión registra los datos de un alumno. Como no hay alumnos con una altura inferior a 150 cm, estos valores no se incluyen en el eje vertical.

	Edad (años)	Altura (cm)
Tania	13	160
Mónica	14	168
Kevin	13	154
María	13	166
David	14	160

Edad y altura



a) Escribe los pares ordenados (edad, altura) de los cinco alumnos.

(*13*, *160*), (*14*,), (,), (,), (,)

b) Encierra el punto de María.

c) ¿Qué dos alumnos tienen la misma altura? ______________________________

d) ¿Cómo está representado esto en el diagrama de dispersión? ______________________________

En un diagrama de dispersión, los puntos no se unen.

2. Para las siguientes tablas, escribe los pares ordenados y, a continuación, representa los puntos en los diagramas de dispersión.

a)

Experiencia (años)	1	2	3	4	5	6
Salario por hora (miles de pesos)	10	11	13	14	16	16

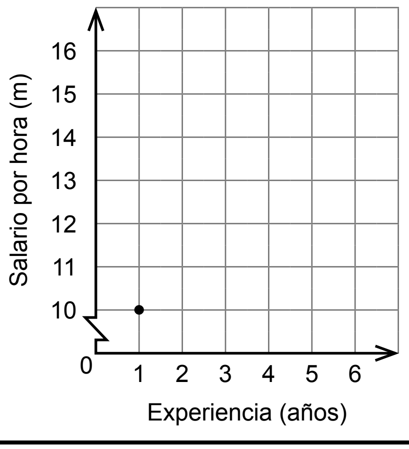
(*1, 10*), (*2*,), (*3*,), (*4*,), (*5*,), (*6*,)

b)

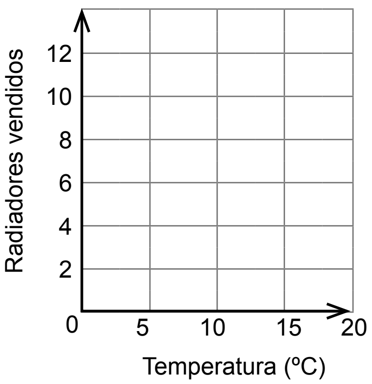
Temperatura (ºC)	0	5	10	15	20
Número de radiadores vendidos	12	11	8	2	0

(*30, 12*), (,), (,), (,), (,)

Años de experiencia y salario por hora



Temperatura y radiadores vendidos



Para dibujar un diagrama de dispersión:

Paso 1: En un papel cuadriculado, trazamos el eje horizontal y el eje vertical y escribimos sus leyendas. Escribimos un título corto y descriptivo para el diagrama.

Paso 2: Marcamos una escala adecuada para las unidades de los ejes. Si es necesario omitir alguno de los valores de la escala, marcamos el salto en el eje con ⌐⁄⌐.

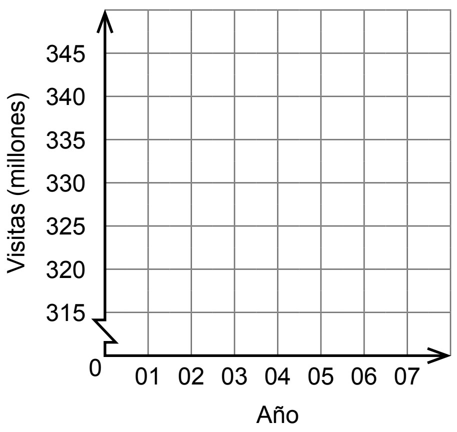
Paso 3: Representamos los puntos.

3. Esta tabla muestra el número de visitantes de los parques temáticos en los EE. UU. y los ingresos obtenidos entre 2001 y 2007.

Año	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Visitas (millones)	319	324	322	328	335	335	341
Ingresos (miles de millones de $)	9,6	9,9	10,3	10,8	11,2	11,5	12,0

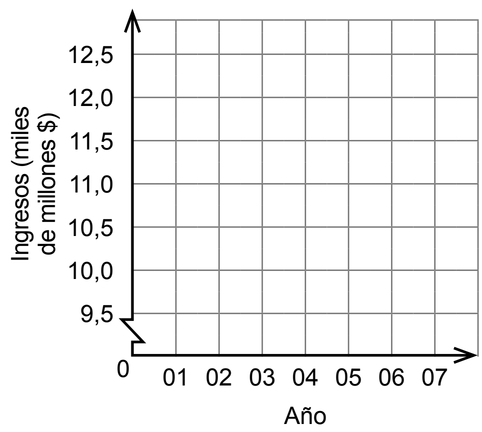
a) Representa en un diagrama de dispersión los años y las visitas.

Año y visitas



b) Representa en un diagrama de dispersión los años y los ingresos.

Año e ingresos



c) Representa en un diagrama de dispersión las visitas y los ingresos.

4. Esta tabla muestra el número de horas que ha dedicado Diana a escuchar música en los últimos 10 días. Representa en un diagrama de dispersión estos datos.

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Horas	5	3	9	5	6	4	8	2	4	2

5. Esta tabla muestra el consumo de energías renovables en Chile entre 2005 y 2015. Representa estos datos en un diagrama de dispersión.

Año	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Consumo de energías renovables (%)	425	471	534	565	592	635	596	776	826	939	1.192

MD6-6 Describir diagramas de dispersión

1. a) ¿De cuántas personas de 5 años recoge datos el diagrama de dispersión?

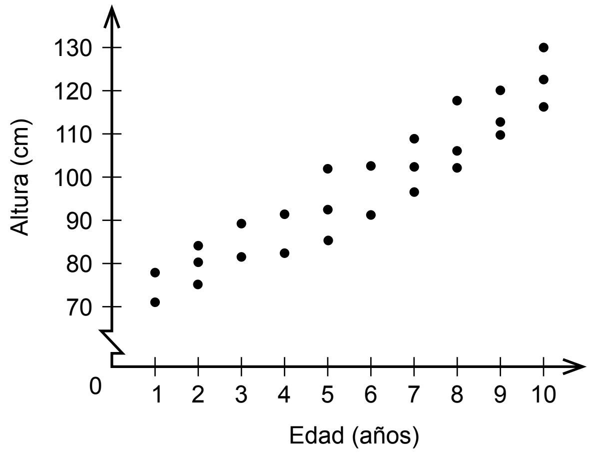
b) Según los datos, ¿es probable que las personas de 10 años sean más altas o más bajas que las de 9 años?

c) ¿Todas las personas de 10 años son más altas que las de 9 años?

d) Según los datos, ¿la altura aumenta o disminuye a medida que aumenta la edad?

e) ¿Cómo muestra el diagrama de dispersión lo que has descrito en el ejercicio *d*)?

Edad y altura



2. a) ¿De cuántas personas de 55 años recoge datos el diagrama?

____

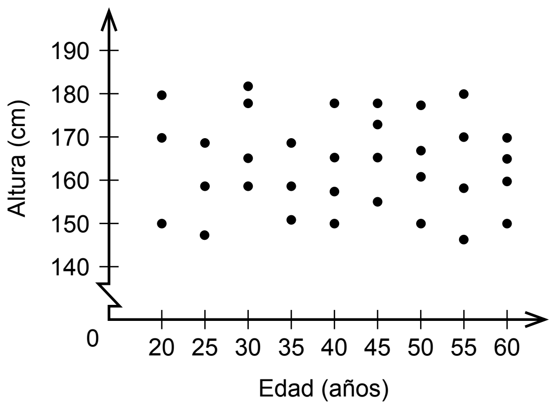
b) Según los datos, ¿es probable que las personas de 55 años sean más altas que las de 40, más bajas que las de 40 o es difícil deducirlo?

____

c) Justifica tu respuesta del ejercicio *b*) utilizando el diagrama de dispersión.

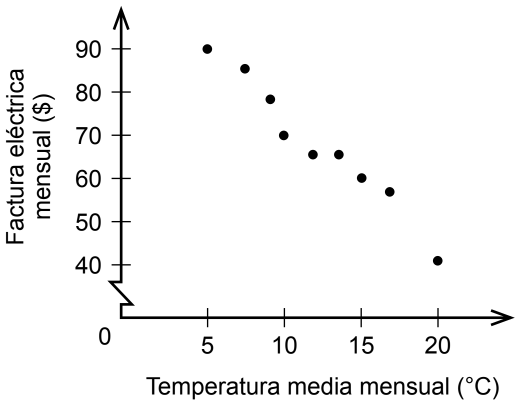
____

Edad y altura



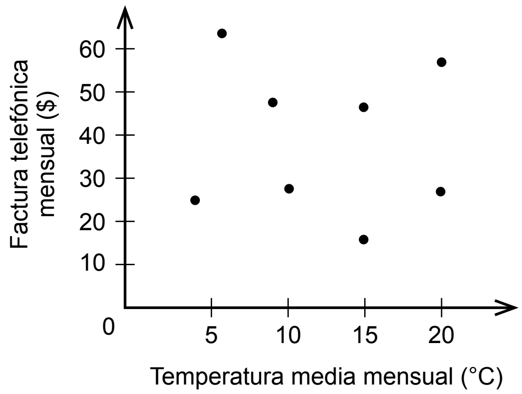
3. A partir del diagrama de dispersión, escribe *aumenta*, *disminuye* o *no se ve afectada*.

a)



Cuando aumenta la temperatura media mensual, la factura eléctrica ______________.

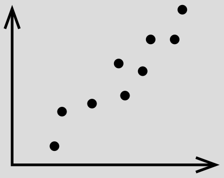
b)



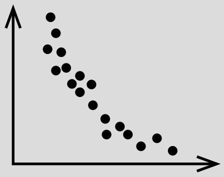
Cuando aumenta la temperatura media mensual, la factura telefónica ______________.

4. Justifica tu respuesta del ejercicio 3. ______________________________

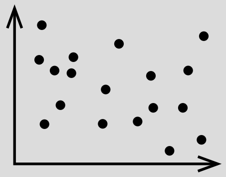
Existe una **correlación positiva** entre dos conjuntos de datos si los valores de los conjuntos de datos aumentan a la vez.



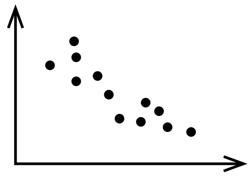
Existe una **correlación negativa** si los valores de un conjunto de datos aumentan cuando los valores del otro conjunto disminuyen.



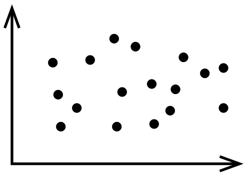
No existe **correlación** si no hay una correlación ni positiva ni negativa entre los dos conjuntos de datos.



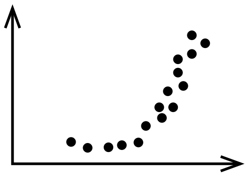
5. Escribe qué tipo de correlación presentan los datos de los diagramas de dispersión.

a) 

____

b) 

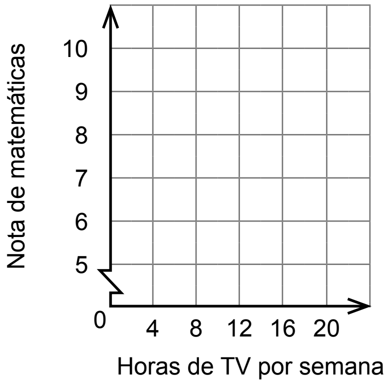
____

c) 

____

6. Nueve alumnos han sido encuestados acerca de las horas que pasan mirando la televisión y sus notas de matemáticas.

Horas de TV por semana	12	14	6	13	17	5	9	11	19
Nota de matemáticas	7,5	7,2	8,4	7	5,5	8,1	7,4	7,6	6



a) Escribe los datos como pares ordenados y, a continuación, representa los puntos en el sistema de coordenadas cartesianas.

(*12 ; 75*), (;), (;), (;), (;),

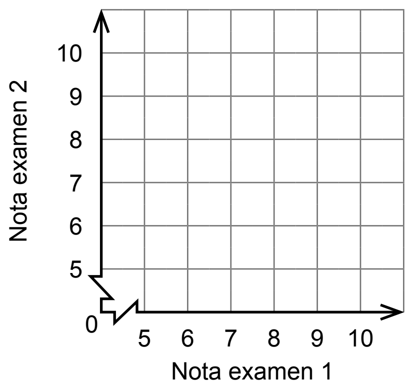
(;), (;), (;), (;)

b) ¿Existe correlación entre las horas que pasan mirando la televisión y las notas de matemáticas? ______________________

c) Si es así, describe la correlación. ______________________

7. Esta tabla muestra las notas que han obtenido once alumnos en dos exámenes.

Nota examen 1	8,8	5,1	8	9,6	6	5	6	7,4	7,6	6,8	5,7
Nota examen 2	8,6	5,6	7,6	8,4	6,2	6	5,2	7	8	7,4	7,1



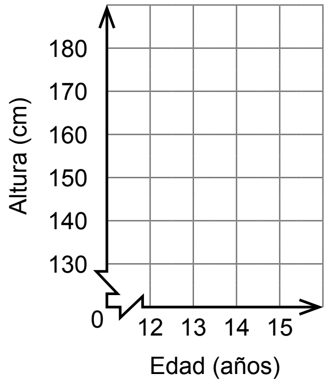
a) Representa los datos en un diagrama de dispersión.

b) Describe la correlación. ______________________

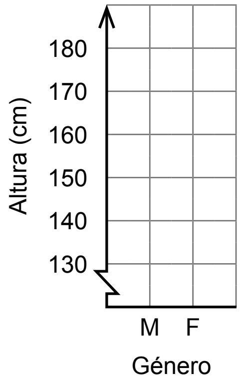
8. a) Representa en un diagrama de dispersión los siguientes datos de los jugadores de un equipo de fútbol.

Edad (años)	12	13	14	14	15	15	13	14	15	12	15	14
Altura (cm)	141	162	174	154	166	174	150	168	182	156	160	152
Género	F	M	M	F	F	M	F	M	M	M	F	F

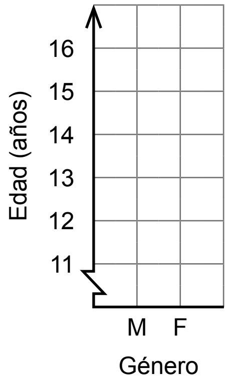
i)



ii)



iii)



b) Encierra las afirmaciones correctas según los datos.

A. Es probable que los varones del equipo de fútbol sean más altos que las damas.

B. Es probable que los mayores sean más altos.

C. Es probable que los varones sean mayores.

9. Esta tabla muestra el número de helados vendidos en una tienda la primera quincena de abril.

Día del mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Helados vendidos	45	38	51	55	42	39	44	58	41	49	40	53	36	45	43
Temperatura (ºC)	25	19	28	29	24	18	24	31	23	27	21	28	17	23	22

a) Representa en un diagrama de dispersión estos datos. Indica el día del mes en el eje horizontal y el número de helados vendidos en el eje vertical.

b) ¿Existe alguna correlación entre el día del mes y el número de helados vendidos? Justifica tu respuesta.

c) Representa en un diagrama de dispersión los datos. Indica la temperatura en el eje horizontal y el número de helados vendidos en el eje vertical.

d) ¿Existe alguna correlación entre la temperatura y el número de helados vendidos? Justifica tu respuesta.

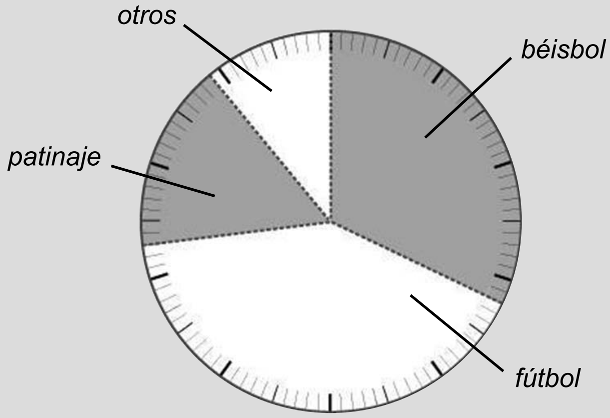
MD6-7 Gráficos circulares

Muchas personas utilizan porcentajes para mostrar datos.

Rita ha encuestado a 100 alumnos de 6.º de su ciudad sobre su deporte favorito.

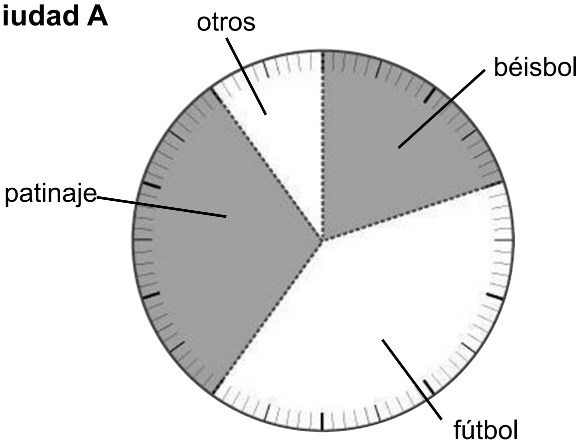
Deporte favorito	
béisbol	**32%**
fútbol	**41%**
patinaje	**16%**
otros	**11%**

Rita utiliza un círculo dividido en 100 partes iguales para mostrar los resultados.

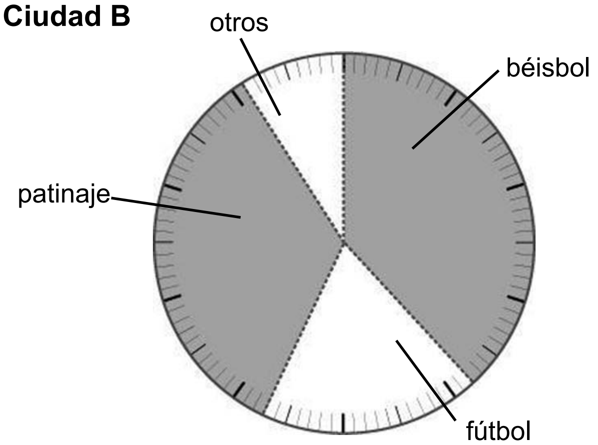


1. a) ¿A qué porcentaje de alumnos de 6.º le gusta cada deporte en cada ciudad? Completa la tabla.

Ciudad A



Ciudad B



	béisbol	**fútbol**	**patinaje**	**otros**	**total**
Ciudad A					
Ciudad B					

b) ¿Cuál es el porcentaje total de cada ciudad? ¿Por qué tiene sentido?

2. Gisela copia los siguientes porcentajes de un gráfico cicrular que ha visto en Internet.

Deporte favorito			
béisbol	**fútbol**	**patinaje**	**otros**
48%	**21%**	**26%**	**9%**

¿Qué indica que ha cometido un error?

3. Carla y Berta van a colegios diferentes.
Han encuestado a los alumnos de 6.º de sus colegios sobre sus asignaturas favoritas.

Colegio de Carla	
Asignatura	**N.º de alumnos**
Ciencias Naturales	10
Lenguaje	20
Educación física	140
Otras	30

Colegio de Berta	
Asignatura	**N.º de alumnos**
Ciencias Naturales	20
Lenguaje	15
Educación física	5
Otras	10

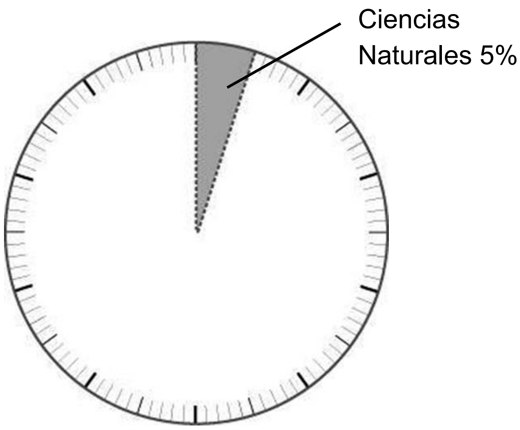
a) ¿A cuántos alumnos de 6.º ha encuestado Carla? ________ ¿Y Berta? _________

b) Encuentra a qué fracción de alumnos de cada colegio le gusta cada asignatura. Convierte la fracción en una fracción equivalente con numerador mayor que 100 y luego, a un porcentaje.

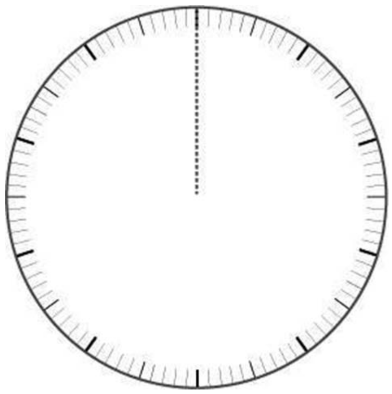
Ejemplo: $\dfrac{\text{N.º de alumnos que escogen Ciencias Naturales en el colegio de Carla}}{\text{N.º alumnos en su colegio}} = \dfrac{10}{200} = \dfrac{10}{200} = 5\%$

c) Completa los diagramas de sectores para mostrar los porcentajes del apartado *b)*.

Colegio de Carla



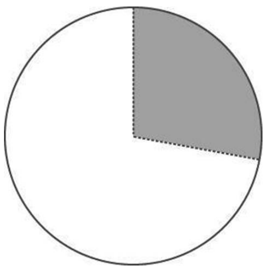
Colegio de Berta



d) A más alumnos del colegio de Carla les gusta Lenguaje que del colegio de Berta. ¿Por qué no se muestra en tu gráfico circular?

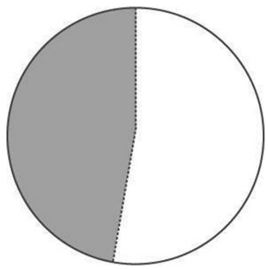
4. ¿Aproximadamente qué porcentaje de cada círculo está sombreado?

a)



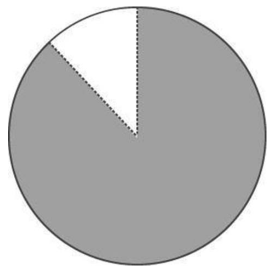
____

b)



____

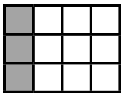
c)



____

G6-27 Apilar bloques

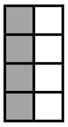
1. Utiliza el número de cuadrados que hay en la columna pintada para escribir una expresión de suma y una expresión de multiplicación que representen el número total de cuadrados.

a) 

_3_ + _3_ + _3_ + _3_ =

= _12_

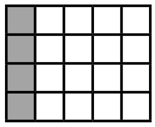
_4_ × _3_ = _12_

b) 

____ + ____ =

= ____

____ × ____ = ____

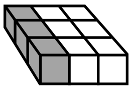
c) 

____ + ____ + ____ + ____ + ____ =

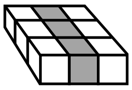
= ____

____ × ____ = ____

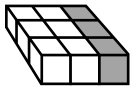
2. ¿Cuántos bloques hay en la fila pintada?

a) 

______ bloques

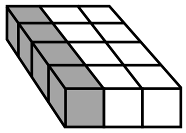
b) 

______ bloques

c) 

______ bloques

3. a) Escribe una expresión de suma que represente el número de bloques. Usa el número de bloques que hay en la fila pintada.

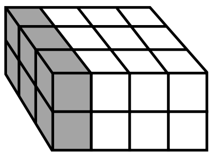


____ + ____ + ____ = ____ bloques

b) Escribe una expresión de multiplicación que represente el número de bloques.

____ × ____ = ____ bloques

4. a) ¿Cuántos bloques pintados hay? ______

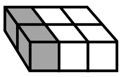


b) Escribe una expresión de suma que represente el número de bloques que hay en la figura.

____ + ____ + ____ + ____ = ____ bloques

c) Escribe una expresión de multiplicación para representar la misma figura: ____ × 4 = ____ bloques

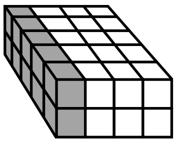
5. Escribe una expresión de suma y una expresión de multiplicación que representen el número de bloques. Usa el número de bloques que hay en la fila pintada .

a) 

____ + ____ + ____ =

= ____ bloques

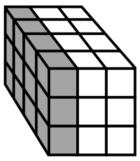
____ × _3_ = ____ bloques

b) 

____ + ____ + ____ + ____ =

= ____ bloques

____ × ____ = ____ bloques

c) 

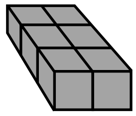
____ + ____ + ____ =

= ____ bloques

____ × ____ = ____ bloques

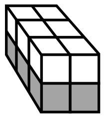
6. Clara junta bloques para construir una torre. Para encontrar el número de bloques que hay en cada torre, multiplica el número de bloques de la base por el número de capas.

a) Escribe una expresión de multiplicación para representar el número de bloques que hay en cada capa.



_____ × ____ = ____ bloques

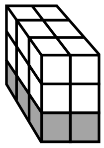
b) Escribe una expresión de multiplicación para representar el número de bloques que hay en la torre. Usa el número de bloques que hay en la capa pintada.

i) 

bloques en cada capa *número de capas*

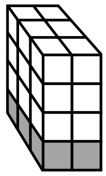
____ × ____ × ____ =

= ____ bloques

ii) 

____ × ____ × ____ =

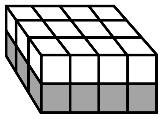
= ____ bloques

iii) 

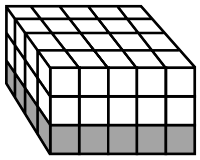
____ × ____ × ____ =

= ____ bloques

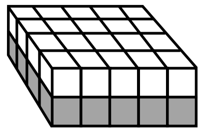
7. Escribe una expresión de multiplicación que represente el número de bloques.

a) 

____ × ____ × ____ = ____

b) 

____ × ____ × ____ = ____

c) 

____ × ____ × ____ = ____

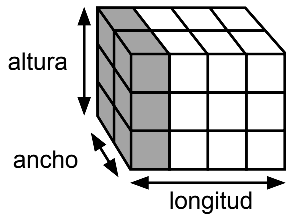
8. ¿Cuántos bloques hay en un lado de la torre? ¿Cuántos bloques hay en total?

a) Número de bloques en un lado = altura × ancho =

= *3* × *2* = *6* bloques

Número total de bloques = altura × ancho × longitud =

= ____ × ____ × ____ = ____ bloques

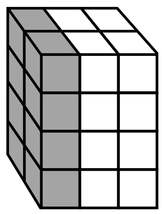


b) Número de bloques en un lado = altura × ancho =

= _____ × ____ = ____ bloques

Número total de bloques = altura × ancho × longitud =

= ____ × ____ × ____ = ____ bloques

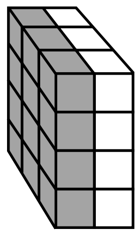


c) Número de bloques en un lado = altura × ancho =

= _____ × ____ = ____ bloques

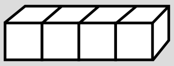
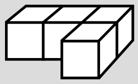
Número total de bloques = altura × ancho × longitud =

= ____ × ____ × ____ = ____ bloques

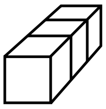


G6-28 Volumen

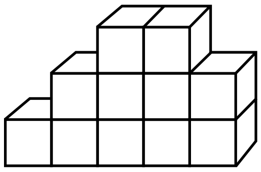
El **volumen** es la cantidad de espacio que ocupa un objeto tridimensional.
Los objetos de la derecha tienen un volumen de 4 cubos.

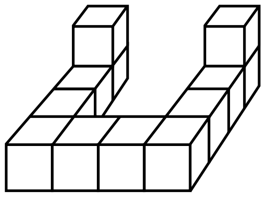
1. Cuenta el número de cubos para encontrar el volumen de cada objeto.

a) 

Volumen = ____ cubos

b) 

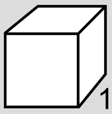
Volumen = ____ cubos

c) 

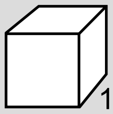
Volumen = ____ cubos

El volumen se mide en unidades cúbicas o cubos unitarios. (Los cubos no están a escala.)

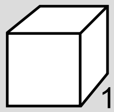
1 cm^3 = 1 centímetro cúbico



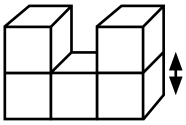
1 m^3 = 1 metro cúbico



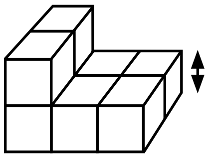
1 dm^3 = 1 decímetro cúbico



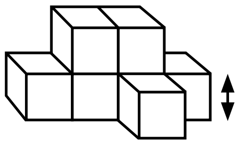
2. Encuentra el volumen de un objeto hecho con cubos unitarios. Incluye las unidades en el resultado.

a) 

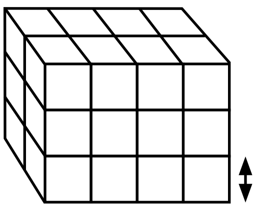
Volumen = *5 m^3*

b) 

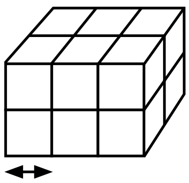
Volumen = ________

c) 

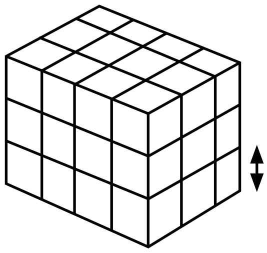
Volumen = ________

d) 

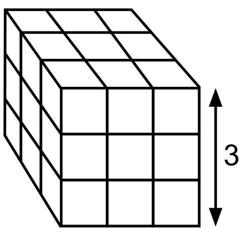
Volumen = ________

e) 

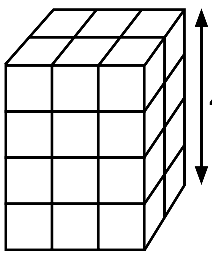
Volumen = ________

f) 

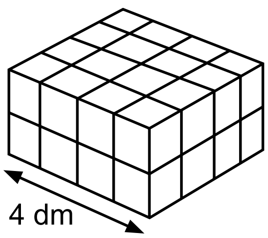
Volumen = ________

g) 

Volumen = ________

h) 

Volumen = ________

i) 

Volumen = ________

Los matemáticos llaman **prismas rectangulares** a las cajas rectangulares. Su volumen se calcula así:

volumen = longitud × ancho × altura   o $V = l \times a \times h$

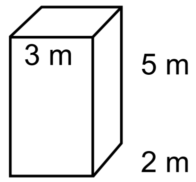
3. Encuentra el volumen del prisma.

a) Longitud = *3 m*

Ancho = *2 m*

Altura = *5 m*

Volumen = *3 m × 2 m × 5 m* = *30 m³*

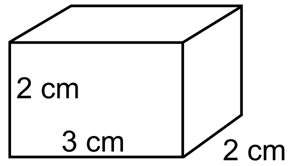


b) Longitud = ______

Ancho = ______

Altura = ______

Volumen = ________________ = _______

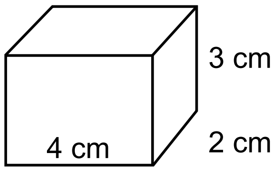


c) Longitud = ______

Ancho = ______

Altura = ______

Volumen = ________________ = _______

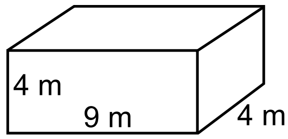


d) Longitud = ______

Ancho = ______

Altura = ______

Volumen = ________________ = _______

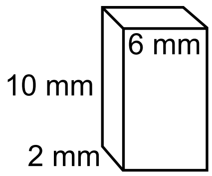


e) l = ______

a = ______

h = ______

V = ________________ = _______

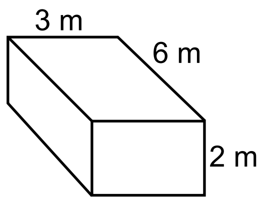


f) l = ______

a = ______

h = ______

V = ________________ = _______

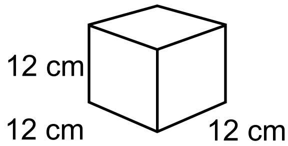


g) l = ______

a = ______

h = ______

V = ________________ = _______

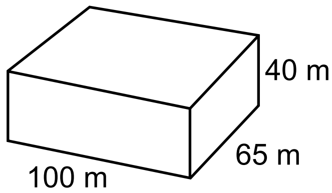


h) l = ______

a = ______

h = ______

V = ________________ = _______



4. Encuentra el volumen del prisma rectangular.

a) longitud 25 m, ancho 4 m, altura 6 m

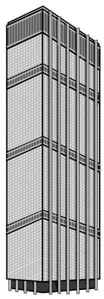
Volumen = ______________

b) longitud 15 cm, ancho 40 cm, altura 35 cm

Volumen = ______________

5. a) El rascacielos One Chase Manhattan Plaza en Nueva York es un prisma rectangular de 86 m de largo, 37 m de ancho y 248 m de alto. ¿Cuál es su volumen?

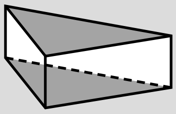
b) El rascacielos Cheung Kong Center en Hong Kong es un prisma rectangular de 46 m de ancho, 46 m de largo y 283 m de alto. ¿Cuál es su volumen?



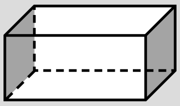
G6-29 Volumen de los prismas

Los **prismas** son poliedros, o cuerpos geométricos, que tienen dos caras iguales y paralelas, llamadas **bases**. Las bases de un prisma son polígonos congruentes (iguales y paralelos).
El prisma recibe el nombre del polígono que forma su base.

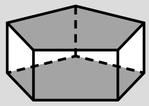
Ejemplos:



prisma triangular



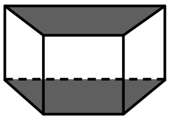
prisma rectangular (ortoedro)



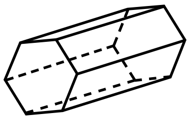
prisma pentagonal

Las bases están sombreadas. Las aristas ocultas se muestran mediante líneas discontinuas.

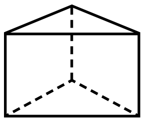
1. Sombrea las dos bases de los prismas. Identifica los polígonos que forman las bases.

a) 

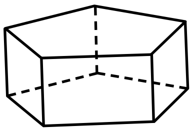
trapecio

b) 

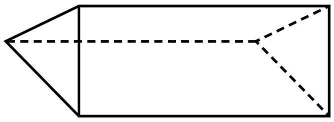
____

c) 

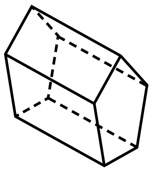
____

d) 

____

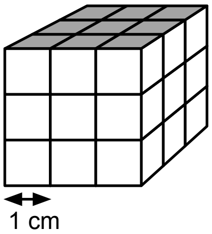
e) 

____

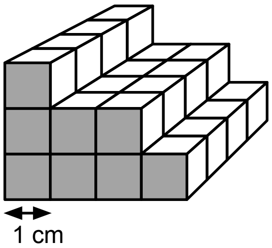
f) 

____

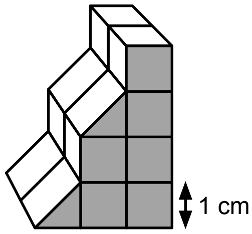
2. a) Cuenta los cubos para calcular el volumen de los prismas.

i) 

$V =$ *27 cm³*

ii) 

$V =$ ____________

iii) 

$V =$ ____________

b) Completa la tabla para cada prisma del ejercicio *a*).

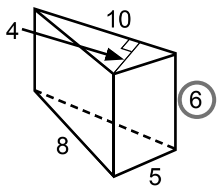
	Área de la base sombreada (cm)	Altura (cm)	Área de la base sombreada × Altura (cm³)
i)	*9 cm²*	*3 cm*	*27 cm³*
ii)			
iii)			

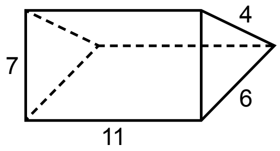
c) ¿Qué observas sobre el volumen de cada prisma del ejercicio *a*) y sobre cada producto (área de la base) × (altura) del ejercicio *b*)? Escribe una fórmula para el volumen.

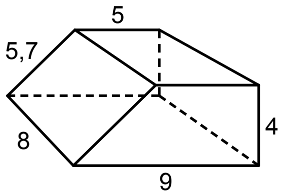
____

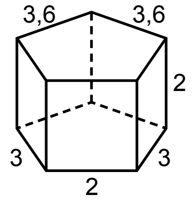
La altura de un prisma es la distancia entre sus dos bases.

3. Encierra la medida que determina la altura de cada prisma. Pista: Sombrea las dos bases.

a) 

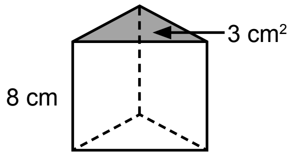
b) 

c) 

d) 

Volumen de un prisma = área de la base × altura o $V = B \times h$

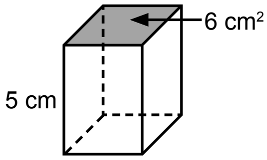
4. Calcula el volumen de los prismas.

a) 

$B =$ ______________________

$h =$ ______________________

$V =$ ______________________

b) 

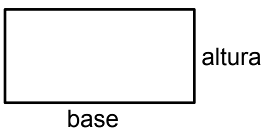
$B =$ ______________________

$h =$ ______________________

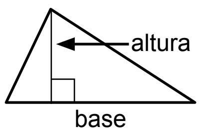
$V =$ ______________________

RECUERDA▶

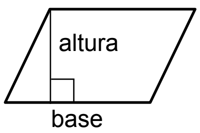
Área del rectángulo = base × altura



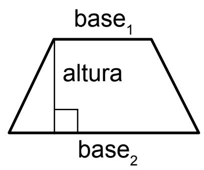
Área del triángulo = base × altura : 2



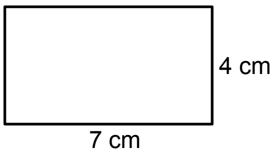
Área del paralelogramo = base × altura



Área del trapecio = $(\text{base}_1 + \text{base}_2) \times \text{altura} : 2$



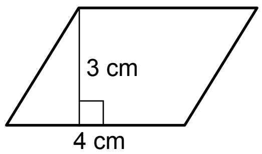
5. Los dibujos muestran bases de prismas. Calcula el área de cada base. Luego, usa la altura dada para calcular el volumen de cada prisma.

a) 

$B =$ ______________________

$h = 10$ cm

$V =$ ______________________

b) 

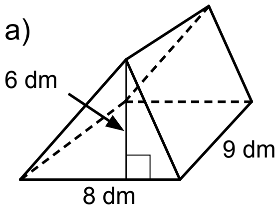
$B =$ ______________________

$h = 11$ cm

$V =$ ______________________

6. Calcula el volumen de los prismas.

a)

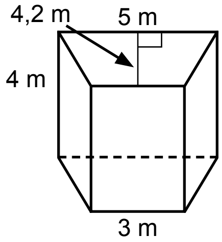


$B =$ _$8 \times 6 : 2 = 24$ dm^2_

$h =$ ________________

$V =$ ________________

b)



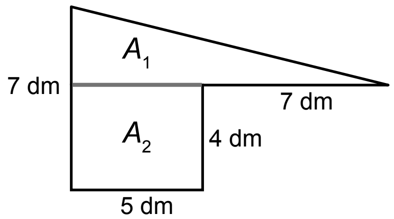
$B =$ ________________

$h =$ ________________

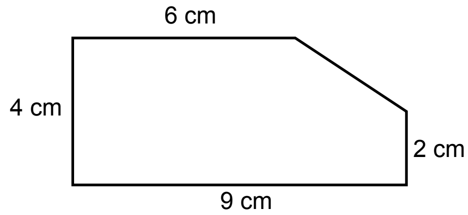
$V =$ ________________

7. a) Descompón cada base en dos polígonos. Calcula el área de cada polígono para calcular el área total de la base.

i)



ii)



i)

$A_1 =$ _12 dm $\times$ 3 dm : 2 = 18 dm^2_

$A_2 =$ ________________

$B =$ ________________

ii)

$A_1 =$ ________________

$A_2 =$ ________________

$B =$ ________________

b) Calcula el volumen de cada prisma con la base que se muestra en el ejercicio *a*) y la altura indicada.

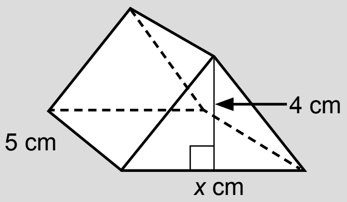
i) $h = 7$ dm

$V =$ ________________

ii) $h = 5$ cm

$V =$ ________________

Marisa necesita que el prisma triangular tenga un volumen de como mínimo 60 cm^3. La altura del triángulo es de 4 centímetros, y la del prisma es de 5. ¿Cuál es la base mínima del triángulo?



$V \geq 60$

$B \times h \geq 60$

$(2x)(5) \geq 60$

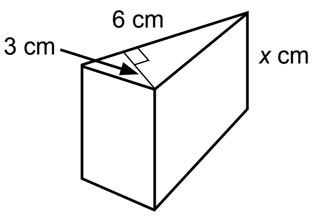
$10x \geq 60$

Área de la base: $B = x \times 4 : 2 = 2x$ $\qquad x \geq 60 : 10$

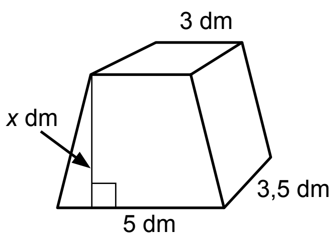
Altura del prisma: $h = 5$ $\qquad x \geq 6$ cm $\qquad$ La base del triángulo debe ser al menos de 6 cm.

8. Dado el volumen del prisma, calcula la dimensión que falta. Escribe el resultado en forma de desigualdad.

a) El volumen es de al menos 45 cm^3.



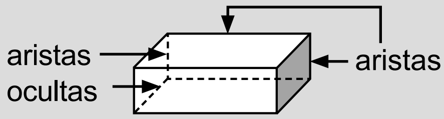
b) El volumen es como máximo de 56 dm^3.



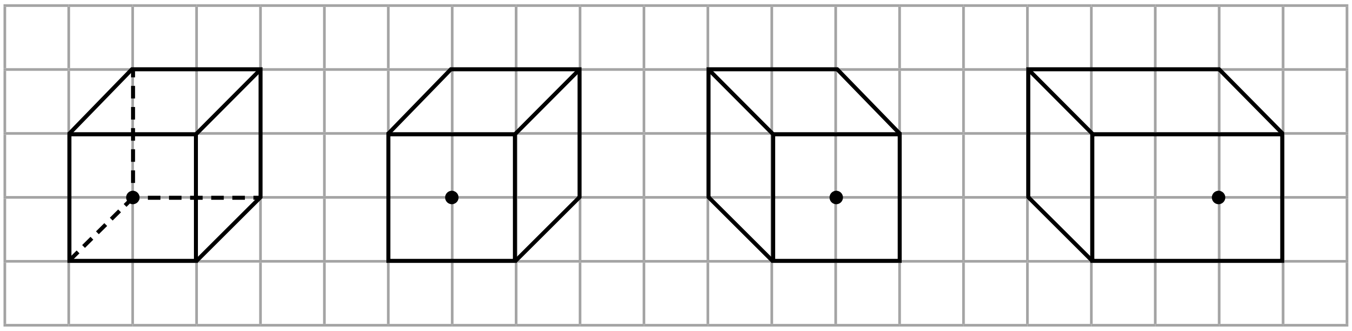
G6-30 Vértices, aristas y caras

Las caras se encuentran en las **aristas**.

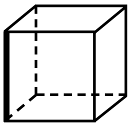
Las aristas que no se ven están marcadas con rayas discontinuas.



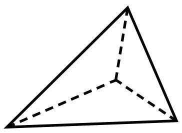
1. Dibuja líneas de puntos para señalar las aristas que quedan ocultas.



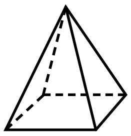
2. Pinta y cuenta todas las aristas (el primer apartado ya está empezado).

a) 

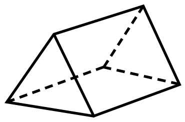
______ aristas

b) 

______ aristas

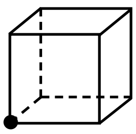
c) 

______ aristas

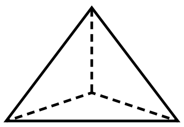
d) 

______ aristas

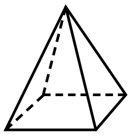
3. Las aristas se encuentran en los **vértices**. Dibuja un punto en cada vértice. Cuenta los vértices.

a) 

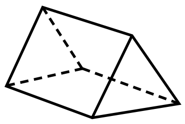
______ vértices

b) 

______ vértices

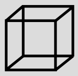
c) 

______ vértices

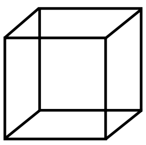
d) 

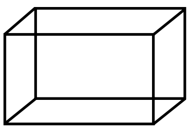
______ vértices

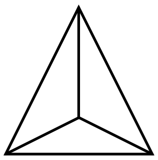
Las aristas y los vértices de una figura forman su **esqueleto**. Esto es el esqueleto de un cubo.

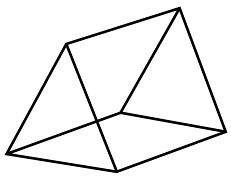


4. Imagina el esqueleto de las figuras siguientes recubierto de papel y colocado encima de una mesa. Pinta las aristas que quedarían ocultas.

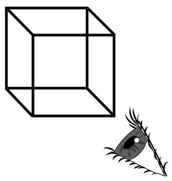
a) 

b) 

c) 

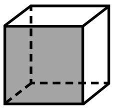
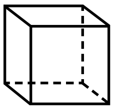
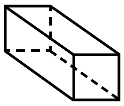
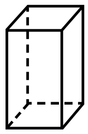
d) 

EXTRA ▶ Imagina el esqueleto recubierto de papel y colgando del techo. Pinta las aristas que quedarían ocultas cuando lo mirases desde abajo.

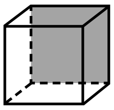
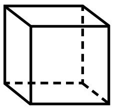
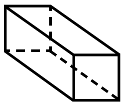
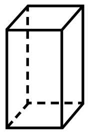


5. Pinta las caras indicadas.

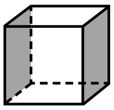
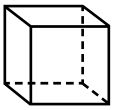
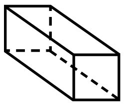
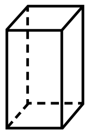
cara frontal

a)  b)  c)  d) 

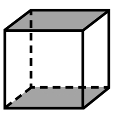
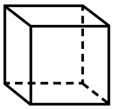
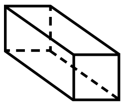
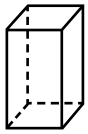
cara posterior

e)  f)  g)  h) 

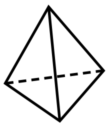
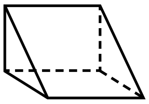
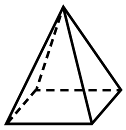
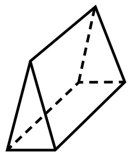
caras laterales

i)  j)  k)  l) 

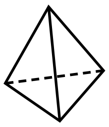
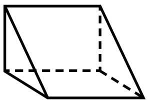
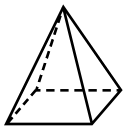
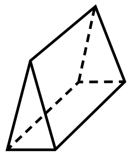
caras superior e inferior

m)  n)  ñ)  o) 

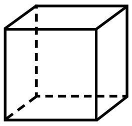
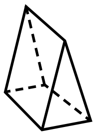
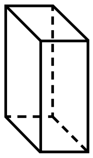
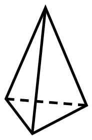
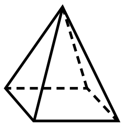
cara posterior

p)  q)  r)  s) 

cara inferior

t)  u)  v)  w) 

6. a) Completa la tabla.

	Cubo 	**Prisma triangular** 	**Prisma rectangular** 	**Pirámide triangular** 	**Pirámide rectangular** 
Número de caras	*6*				
Número de aristas	*12*				
Número de vértices	*8*				

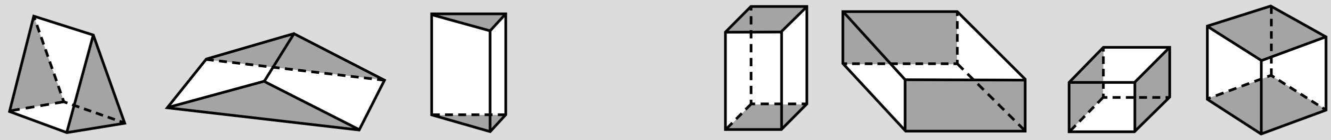
b) ¿Qué dos figuras de la tabla tienen el mismo número de caras, aristas y vértices?

______________________________ y ______________________________

G6-31 Prismas y pirámides

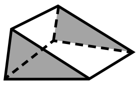
Los prismas tienen dos caras opuestas idénticas llamadas **bases**.

Las bases de los prismas **triangulares** son triángulos. Las bases de los prismas **rectangulares** son rectángulos.



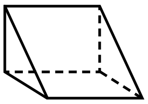
En los prismas rectangulares, cualquier pareja de caras opuestas se pueden llamar bases.

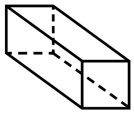
1. Pinta las bases del prisma. Luego, di el nombre del prisma.

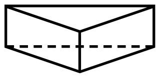
a) 

prisma

triangular

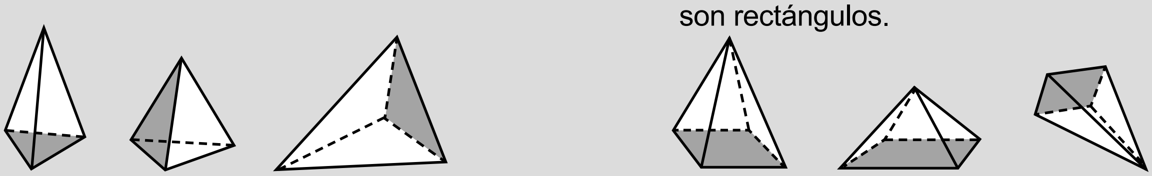
b) 

c) 

d) 

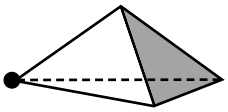
Las **pirámides** tienen una base y un vértice opuesto a la base.

Las bases de las pirámides **triangulares** son triángulos. Las bases de las pirámides **rectangulares** son rectángulos.



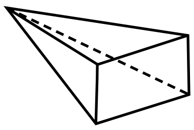
Cualquier cara de una pirámide triangular se puede llamar base.

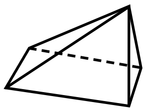
2. Pinta la base y dibuja un punto en el vértice opuesto a la base. Luego, di el nombre de la pirámide.

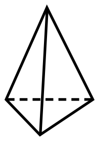
a) 

pirámide

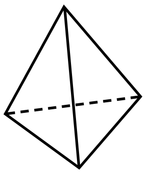
triangular

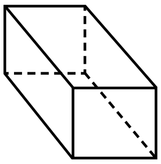
b) 

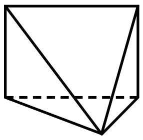
c) 

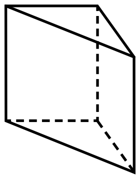
d) 

3. Pinta la base o las bases. Después, di el nombre del prisma o de la pirámide.

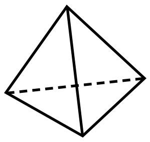
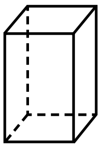
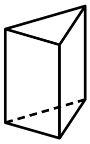
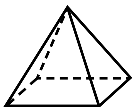
a) 

b) 

c) 

d) 

4. a) Completa la tabla. Usa figuras en 3D reales como ayuda.

	Figura	Nombre	Número de…			Dibujo de las caras
			Vértices	Aristas	Caras	
i)						
ii)						
iii)						
iv)						

b) Encierra las bases en la última columna de la tabla.

c) Cuenta el número de lados que hay en la base de cada pirámide. Compáralo con el número de vértices de cada pirámide. ¿Qué observas?

____

____

d) Cuenta el número de lados que hay en la base de cada prisma. Compáralo con el número de vértices de cada prisma. ¿Qué observas?

____

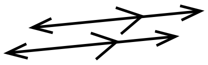
____

e) Las caras que no son bases se llaman **caras laterales**.

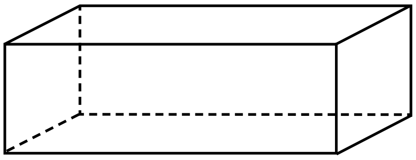
Las caras laterales de estos prismas son ________________________.

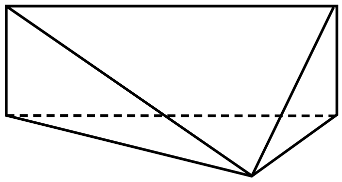
Las caras laterales de estas pirámides son ________________________.

G6-32 Aristas y caras paralelas y perpendiculares

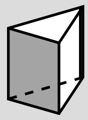
RECUERDA ▶ Usamos flechas para marcar las líneas que son paralelas. 

1. Señala las aristas que son paralelas en las siguientes figuras en 3D.

a) 

b) 

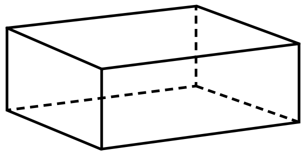
Las aristas pueden ser paralelas a una cara entera.

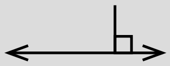
Ejemplo: La arista gruesa es paralela a la cara pintada. 

2. a) Numera las cuatro aristas que son paralelas a la cara inferior.

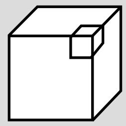
b) ¿Cuáles de las aristas que has numerado son paralelas entre sí?

______ y ______, ______ y ______

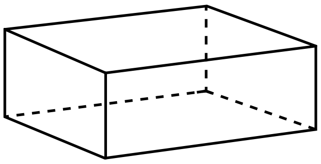


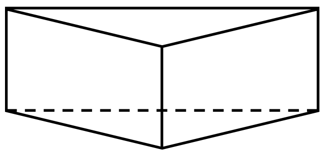
Usamos cuadrados para marcar las líneas que son perpendiculares. 

En una imagen de una figura en 3D, algunas líneas perpendiculares no lo parecen.
Por ejemplo, todos los ángulos de las caras de un cubo son ángulos rectos.



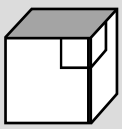
3. Señala todos los ángulos rectos que hay en las siguientes figuras en 3D.

a) 

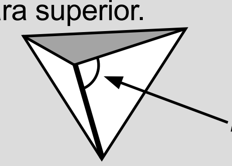
b) 

Las aristas también pueden ser perpendiculares a las caras.
Cuando una arista es perpendicular a una cara, es perpendicular a todas las aristas de esta cara.

La arista gruesa es perpendicular a la cara superior.

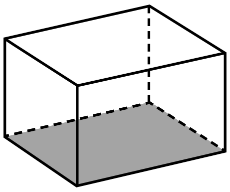


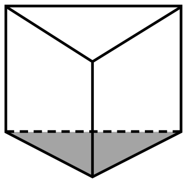
La arista gruesa no es perpendicular a la cara superior.

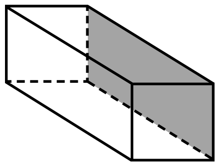


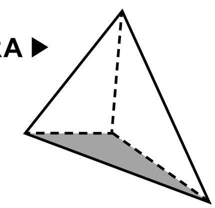
¡No es un ángulo recto!

4. Marca todas las aristas perpendiculares a la cara pintada.

a) 

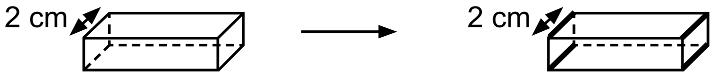
b) 

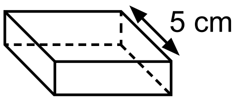
c) 

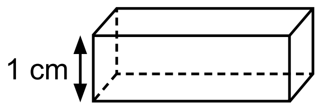
EXTRA ▶ 

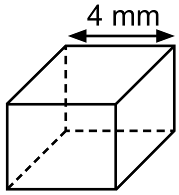
G6-33 Área de los prismas rectangulares

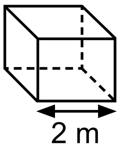
1. Pinta **todas** las aristas que tienen la misma longitud que la arista indicada.

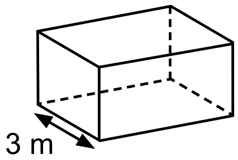
Ejemplo: 

a) 

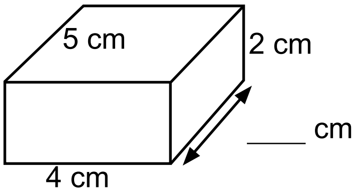
b) 

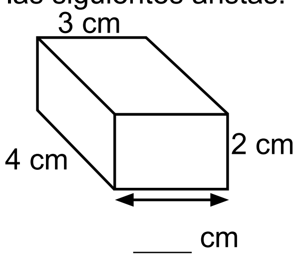
c) 

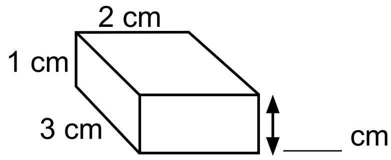
d) 

e) 

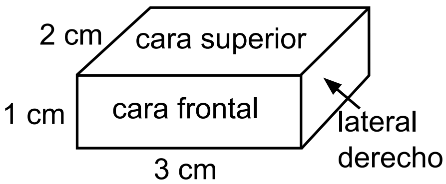
2. Encuentra la longitud desconocida de las siguientes aristas.

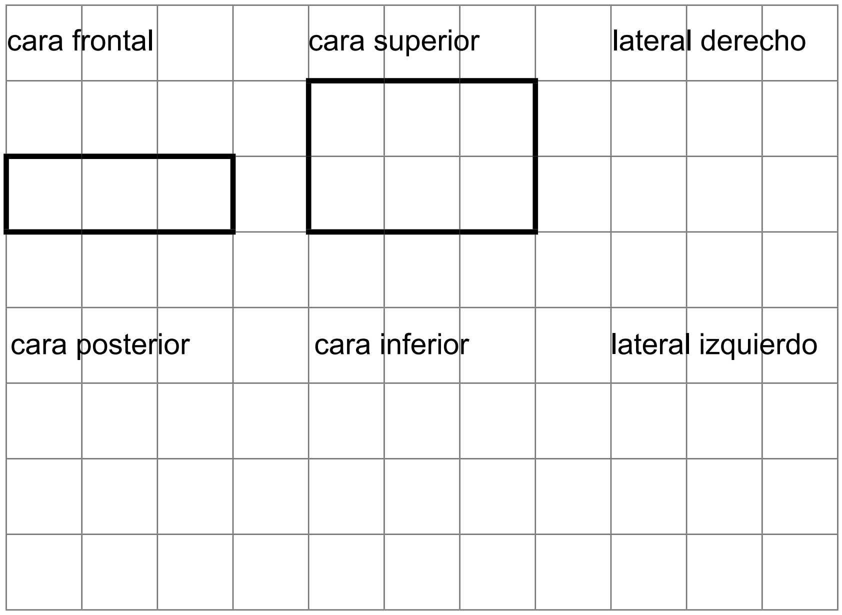
a) 

b) 

c) 

3. a) Termina de dibujar las caras del prisma en esta cuadrícula de 1 cm.





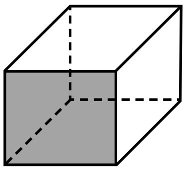
b) ¿Qué área tiene cada cara del prisma?

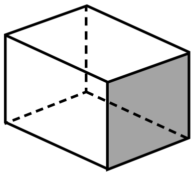
cara frontal *3 cm²* ______ cara superior ____________ lateral derecho ____________

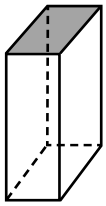
cara posterior __________ cara inferior ____________ lateral izquierdo ____________

c) ¿Cuál es el área total de todas las caras del prisma? ____________

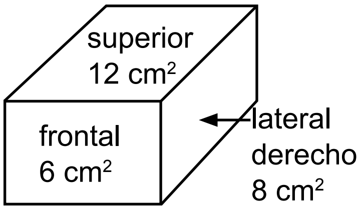
4. Pinta la cara que tiene la misma área que la cara que ya está pintada.

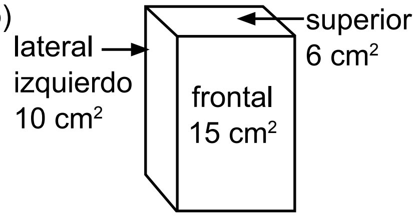
a) 

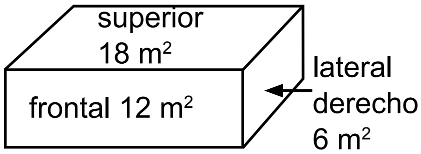
b) 

c) 

5. El área de cada cara visible está indicada. ¿Cuáles son las áreas de las caras que no se ven?

a) 

b) 

c) 

a) posterior ___________

inferior ___________

lateral izquierdo ___________

b) posterior ___________

inferior ___________

lateral derecho ___________

c) posterior ___________

inferior ___________

lateral izquierdo ___________

El **área** de una figura en 3D es el área total de todas las caras de la figura.

6. Usa las figuras de la derecha para completar los pasos *a)-c)* de los subapartados *i)* y *ii)*.

a) Escribe el área de cada cara visible directamente en la cara.

b) Encuentra el doble de cada área para obtener el área total de cada pareja de caras opuestas.

c) Encuentra el área del prisma.

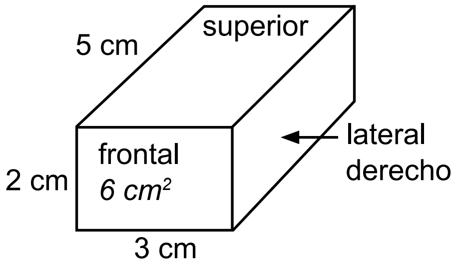
i) frontal $+$ posterior $=$ *$6\ cm^2 \times 2$* $=$ *$12\ cm^2$*

superior $+$ inferior $=$ ________________ $=$ _________

________________ $+$ ________________ $=$

$=$ ________________ $=$ _________

área $=$ _________ $+$ _________ $+$ _________ $=$ _________



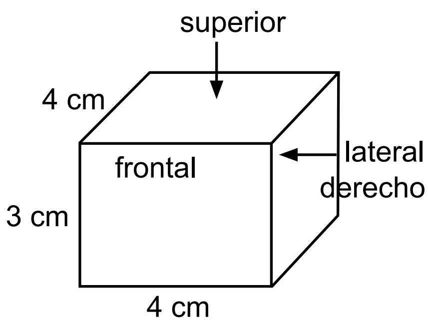
ii) ____

____

____

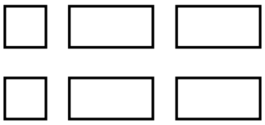
____

área $=$ _________ $+$ _________ $+$ _________ $=$ _________



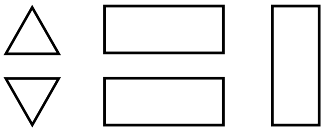
G6-34 Desarrollos planos de prismas

1. Mario ha dibujado todas las caras de un prisma. Di el nombre de cada uno.

a) 

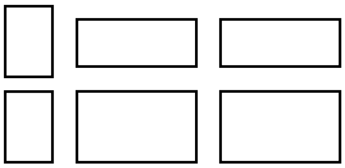
____

____

b) 

____

____

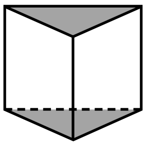
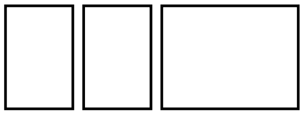
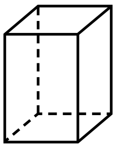
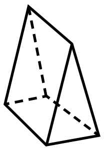
c) 

____

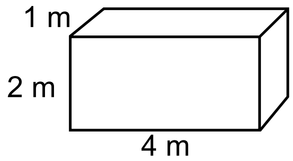
____

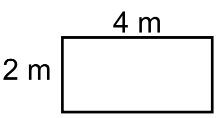
RECUERDA ▶ Las caras que no son bases se llaman **caras laterales**. Las caras laterales de los prismas son rectángulos.

2. Pinta las bases de cada figura en 3D y luego, haz un dibujo de las caras en la tabla. El apartado *a)* ya está hecho.

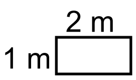
	Figura	Bases	Caras laterales
a)			
b)			
c)			

3. ¿Cuántas caras de cada tipo necesitarías para hacer estos prismas?

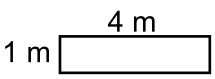
a) 



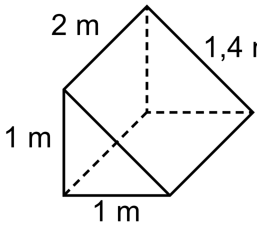
____

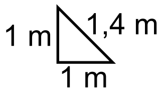


____

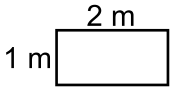


____

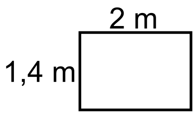
b) 



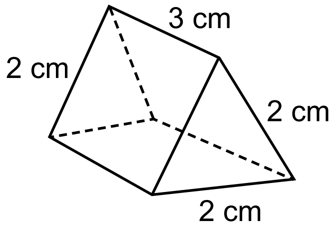
____

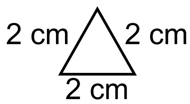


____

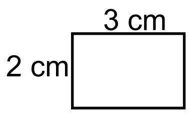


____

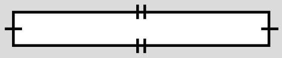
c) 



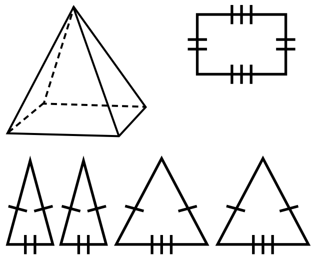
____



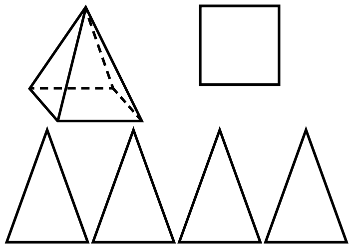
____

Para indicar que dos lados son iguales se usan unas líneas cortas llamadas *marcas*. 

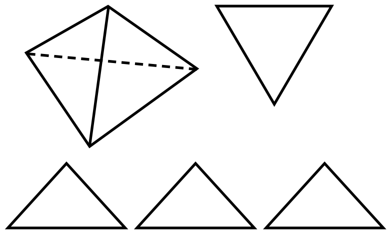
4. Carmen ha dibujado todas las caras de las pirámides que tienes a continuación. Señala los lados iguales en todas las caras. Di los nombres de las pirámides que ha trazado.

a) 

pirámide
rectangular

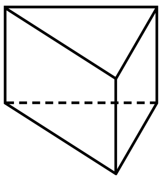
b) 

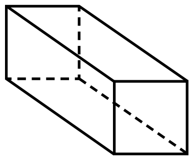
____
____

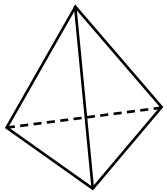
c) 

____
____

5. Pinta la base o las bases de las siguientes figuras en 3D. Haz un dibujo de las caras. Señala los lados iguales en las caras.

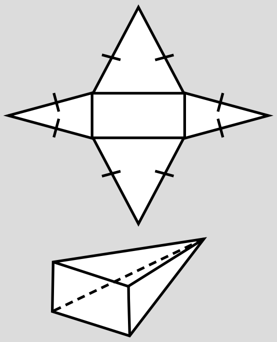
a) 

b) 

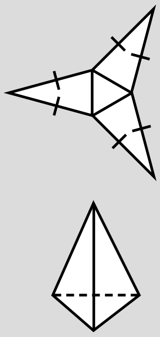
c) 

Un **desarrollo plano** de una figura en 3D es un modelo que se puede doblar para crearla. Ejemplos:

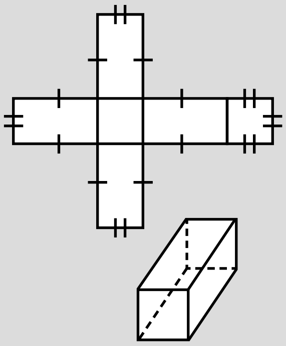
Pirámide rectangular



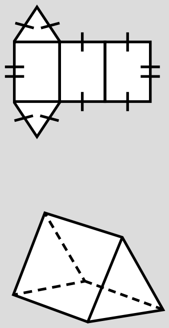
Pirámide triangular



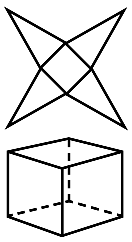
Prisma cuadrado

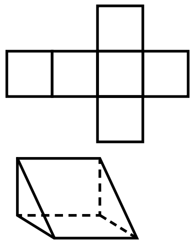


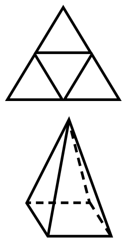
Prisma triangular

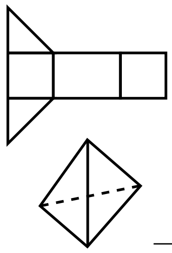


6. Relaciona la figura con el desarrollo plano correspondiente.

A.  ______

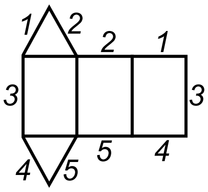
B.  ______

C.  ______

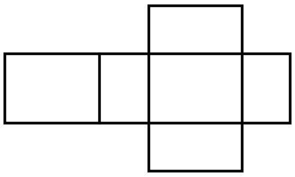
D.  ______

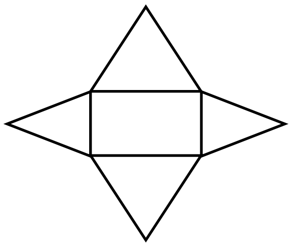
EXTRA ▶ Señala los lados iguales en los desarrollos planos.

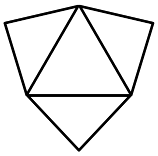
7. Señala con el mismo número las aristas que se juntan cuando se dobla el desarrollo plano. Luego, identifica la figura en 3D.

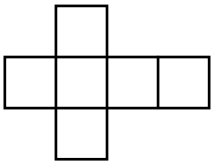
a) 

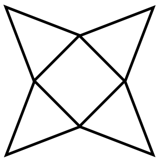
prisma
triangular

b) 

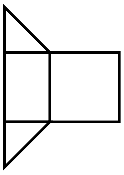
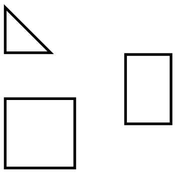
c) 

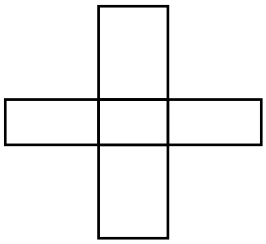
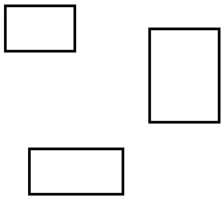
d) 

e) 

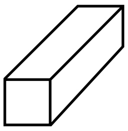
f) 

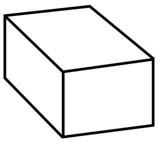
8. Encierra con un círculo la figura que podría ser la cara que falta en el desarrollo plano. Luego, agrega esta cara al desarrollo plano.

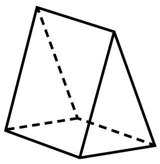
a) 


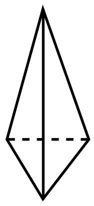
b) 


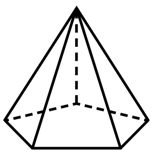
9. Dibuja un desarrollo plano para la figura en 3D. Señala en tu dibujo las aristas que son iguales.

a) 

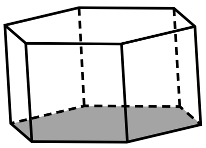
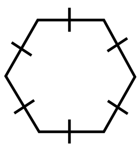
b) 

c) 

d) 

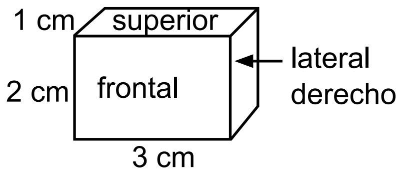
EXTRA ▶ 

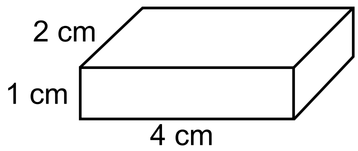
EXTRA ▶ Dibuja las caras del prisma hexagonal de la derecha. (La cara sombreada ya está dibujada.) Señala en los dibujos las aristas que son iguales.

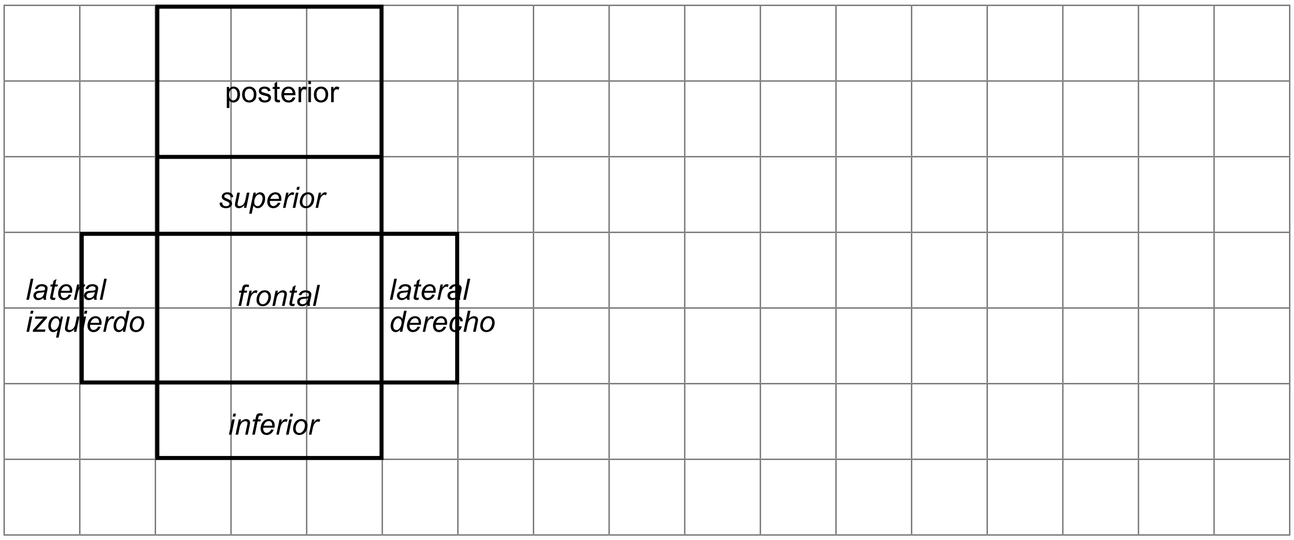



G6-35 Desarrollos planos y área de prismas rectangulares

1. Dibuja un desarrollo plano para el prisma en la siguiente cuadrícula. Luego, di el nombre de cada cara.

a) 

b) 



RECUERDA ▶ El área de una figura en 3D es el área total de todas sus caras.

2. Escribe una multiplicación para representar el área de cada cara de los prismas del ejercicio 1. Luego, encuentra el área del prisma.

a) cara frontal *$2 \times 3 = 6$ cm²*

cara posterior ____________________

lateral derecho ____________________

lateral izquierdo ____________________

cara superior ____________________

cara inferior ____________________

área del prisma ____________

b) cara frontal ____________________

cara posterior ____________________

lateral derecho ____________________

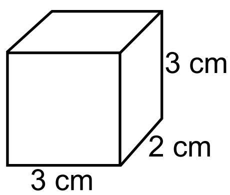
lateral izquierdo ____________________

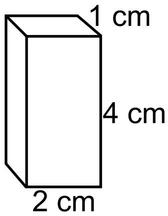
cara superior ____________________

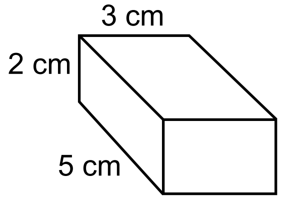
cara inferior ____________________

área del prisma ____________

3. Dibuja el desarrollo plano de cada prisma en un papel cuadriculado de 1 cm. Encuentra el área del prisma.

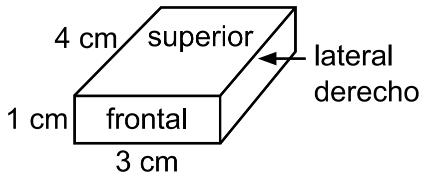
a) 

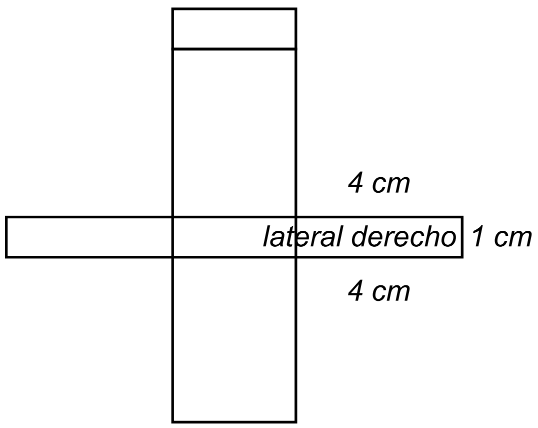
b) 

c) 

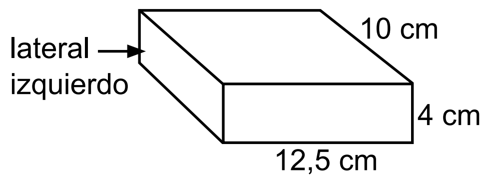
4. a) Escribe el nombre de cada cara y la longitud de cada arista de los desarrollos planos de los siguientes prismas.

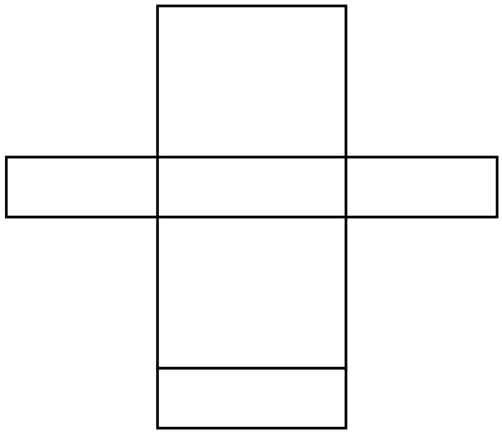
i)





ii)





b) Encuentra el área de cada cara. Incluye las unidades.

i) superior ___*cm²*___ inferior ________ frontal ________ posterior ________ lateral derecho ______ lateral izquierdo ________

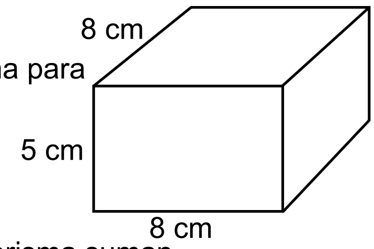
ii) superior ________ inferior ________ frontal ________ posterior ________ lateral derecho ______ lateral izquierdo ______

c) Suma las áreas para encontrar el área del prisma.

i) área ____________ ii) área ____________

5. a) Ana dice que solo necesita encontrar el área de dos caras del prisma para calcular el área total. ¿Es correcto? Justifica tu respuesta.

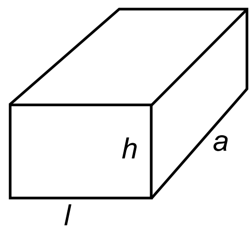
b) ¿Cuál es el área total del prisma?



6. Álex sabe que las áreas de las caras frontal, superior y derecha de un prisma suman 20 cm². ¿Cómo puede encontrar el área total del prisma? Justifica tu respuesta.

7. Describe dos maneras diferentes de encontrar el área de un prisma rectangular. ¿Cuál de las dos prefieres?

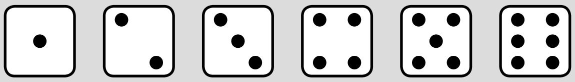
8. Escribe una fórmula para encontrar el área total de un prisma usando la longitud (l), el ancho (a) y la altura (h).



MD6-8 Sucesos y sucesos elementales

Cuando hacemos algo que tiene diferentes resultados posibles, estamos realizando un **experimento**.

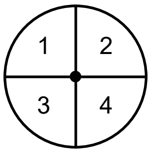
Ejemplo: Si Ricardo lanza un dado común, hay 6 posibles resultados. Puede salir 1, 2, 3, 4, 5 o 6.



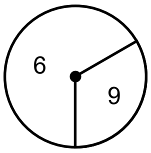
Los diferentes resultados de un experimento se llaman **sucesos elementales**.

1. ¿Cuáles son los sucesos elementales posibles si lanzas una moneda al aire? ___*cara*___, _______

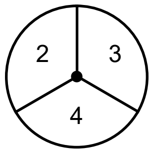
2. ¿Cuáles son los sucesos elementales posibles si giras las ruletas?

a) 

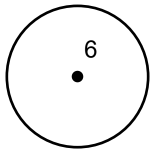
___*1, 2, 3, 4*___

b) 

____

c) 

____

d) 

____

3. ¿Cuáles son los sucesos elementales posibles si tiras un avión de papel?

Puede caer ____________________ o __________________ o __________________.

Un **suceso** es cualquier conjunto de sucesos elementales. Por ejemplo, cuando lanzamos un dado común, el suceso "sacar un número par" se compone del conjunto de sucesos elementales 2, 4 y 6.

4. Susana lanza un dado. ¿Qué sucesos elementales componen el suceso?

a) Susana saca un número impar: ___________ b) Susana saca un múltiplo de 3: _____________

c) Susana saca un múltiplo de 5: ____________ d) Susana saca un número primo: ____________

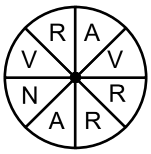
e) Susana saca un número mayor que 4: ____________

f) Susana saca un número menos que 3: ____________

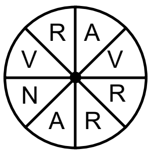
Los sucesos elementales que componen un suceso se llaman **sucesos elementales favorables** del suceso.

5. Sombrea los sucesos elementales favorables de los sucesos.

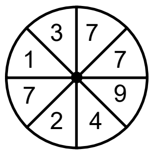
a) Sacar rojo (R)



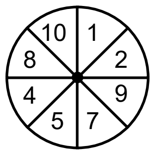
b) Sacar azul (A)



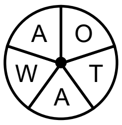
c) Sacar 7



d) Sacar un múltiplo de 3



6. ¿Cuántos sucesos elementales favorables hay para cada suceso?

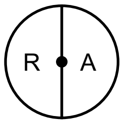


a) Sacar la letra A ______ b) Sacar la letra W ______

c) Sacar la letra C ______ d) Sacar una letra de *Victoria* ______

> Un suceso es **imposible** si no hay sucesos elementales que lo produzcan.
>
> Ejemplo: Sacar un 7 con un dado común es imposible porque ninguna cara tiene 7 puntos.
>
> Un suceso es **seguro** si todos los sucesos elementales lo producen.
>
> Ejemplo: Sacar un número menor que 10 con un dado común es seguro porque en cada cara hay menos de 10 puntos.
>
> Cualquier otro suceso que no sea ni imposible ni seguro es **intermedio**.

7. En la ruleta puede salir rojo (R) o azul (A). ¿El suceso es seguro, imposible o intermedio?

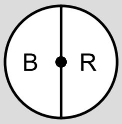
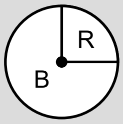


a) Sacar rojo es ____________________________.

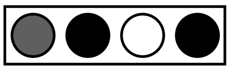
b) Sacar verde es ____________________________.

c) Sacar azul es ____________________________.

d) Sacar un color que se use para hacer el lila ____________________________.

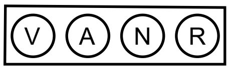
> Ambas ruletas tienen dos sucesos elementales. Se puede parar en la B o en la R.
>
> 
>
>
> La ruleta se parará en la B tanto como en la R. Los sucesos elementales son **igual de probables**.
>
> 
>
>
> La ruleta se parará más en la B que en la R. Los sucesos elementales no son **igual de probables**.

8. María saca una bolita de la caja sin mirar. ¿Cuánto sucesos elementales hay?¿Son todos igual de probables?

a) 

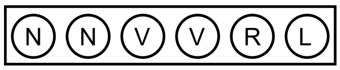
__*4*__ sucesos elementales

¿Igual de probables? __*Sí*__

b) 

______ sucesos elementales

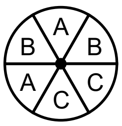
¿Igual de probables? ______

c) 

______ sucesos elementales

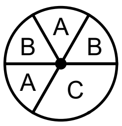
¿Igual de probables? ______

9. ¿Cuántos sucesos elementales diferentes hay en las ruletas? ¿Son igual de probables?

a) 

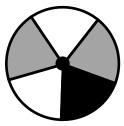
______ sucesos elementales

¿Igual de probables? ______

b) 

______ sucesos elementales

¿Igual de probables? ______

c) 

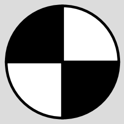
______ sucesos elementales

¿Igual de probables? ______

MD6-9 Probabilidad

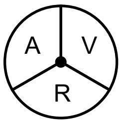
Cuando todos los sucesos elementales son igual de probables, la **probabilidad** de un suceso es:

$$\frac{\text{n.º sucesos elementales favorables}}{\text{n.º total de sucesos elementales}}$$



Ejemplo: Probabilidad de sacar blanco $= \frac{2}{4}$ ← 2 modos de sacar blanco ← 4 sucesos elementales igual de probables

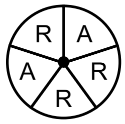
1. Completa los espacios en blanco. ¿Cuál es la probabilidad de sacar rojo?

a) 

______ modos de sacar rojo

______ sucesos elementales en total

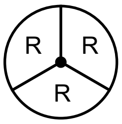
La probabilidad de sacar rojo es ______.

b) 

______ modos de sacar rojo

______ sucesos elementales en total

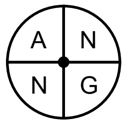
La probabilidad de sacar rojo es ______.

c) 

______ modos de sacar rojo

______ sucesos elementales en total

La probabilidad de sacar rojo es ______.

d) 

______ modos de sacar rojo

______ sucesos elementales en total

La probabilidad de sacar rojo es ______.

2. a) ¿En qué ejercicio de la actividad 1 es imposible sacar rojo? ______ ¿Cuál es la probabilidad? ____

b) ¿En qué ejercicio de la actividad 1 es seguro sacar rojo? ______ ¿Cuál es la probabilidad? ______

La probabilidad de un suceso imposible es 0. La probabilidad de un suceso seguro es 1. La probabilidad de un suceso posible es un número entre 0 y 1.

3. Los seis sucesos elementales de lanzar un dado común son: 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Completa la tabla. Expresa la probabilidad como una fracción con los números menores.

	Suceso	**Suceso elemental favorable del suceso**	**Probabilidad del suceso**
a)	Sacar un número par	*2, 4, 6*	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
b)	Sacar un número mayor que 4		
c)	Sacar un número primo		
d)	Sacar un múltiplo de 5		
e)	Sacar un divisor de 12		

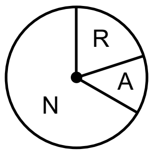
4. Carola tiene 10 bolitas en una caja. Saca una bolita sin mirar. Completa la tabla. Expresa la probabilidad en forma de fracción. Utiliza los números menores.

A A A A A R R V V V

	Suceso	N.º de sucesos elementales favorables	Probabilidad
a)	Sacar una bolita roja		
b)	Sacar una bolita que no sea roja		
c)	No sacar una bolita amarilla		
d)	Sacar una bolita que sea verde o amarilla		
e)	Sacar una bolita de un color de la bandera de España		

EXTRA ▶ Dos probabilidades de la tabla son iguales. Explica por qué ocurre.

5. Cuando Dani gira la ruleta, dice que la probabilidad de sacar rojo es $\frac{1}{3}$ porque es 1 de 3 sucesos elementales posibles. Explica por qué está equivocado.

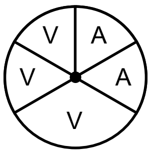


____

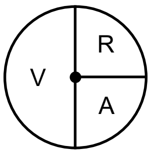
____

____

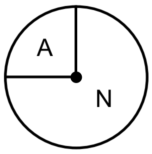
6. Traza líneas para dividir las ruletas en partes iguales. Escribe la probabilidad de los sucesos indicados.

a) 

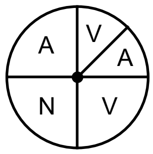
Sacar A: ______

b) 

Sacar R: ______

c) 

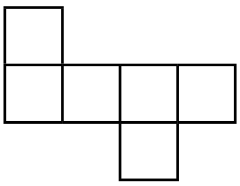
Sacar N: ______

d) 

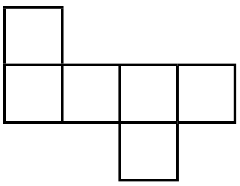
Sacar V: ______

7. Señala los lados de un dado en el desarrollo plano para obtener la probabilidad indicada.

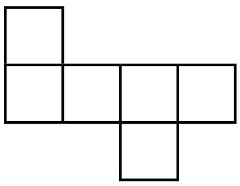
a) Sacar R: $\frac{1}{6}$



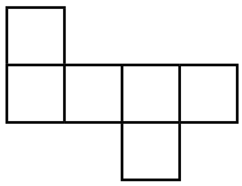
b) Sacar V: $\frac{1}{2}$



c) Sacar A: $\frac{1}{6}$, R: $\frac{1}{3}$



d) Sacar N: $\frac{1}{3}$, B: $\frac{1}{2}$



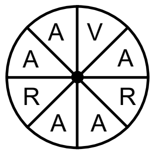
MD6-10 Describir la probabilidad

Recuerda, si todos los sucesos elementales son igual de probables, la probabilidad de un suceso es:

$$\frac{\text{n.º de sucesos elementales favorables}}{\text{número total de sucesos elementales}}$$

Una **recta de probabilidad** es una recta numérica entre 0 y 1. Podemos utilizarla para comparar cómo de probables son los sucesos.

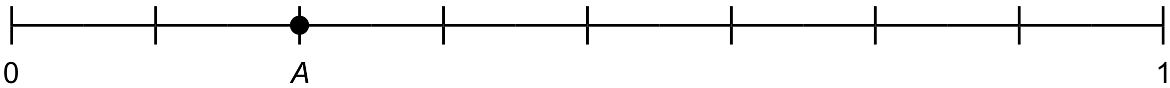
1. a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar cada color?



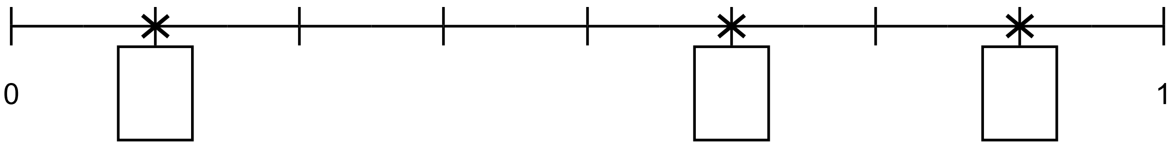
i) Rojo ______ ii) Azul ______ iii) Verde ______

b) Representa la probabilidad de cada suceso en la recta de probabilidad.

A. Sacar rojo **B.** Sacar azul **C.** Sacar verde **D.** Sacar negro



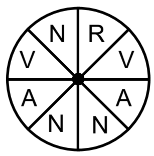
2. Olivia juega en un equipo de básquetbol. Expresa cada probabilidad en forma de fracción.



Cuanto mayor es la probabilidad, **más probable** es un suceso.

Cómo de probable	Imposible	**Improbable**	**Medianamente probable**	**Probable**	Seguro
Probabilidad (*P*)	$P = 0$	$P < \frac{1}{2}$	$P = \frac{1}{2}$	$P > \frac{1}{2}$	$P = 1$

3. a) Completa la tabla utilizando la ruleta.



Color	**Probabilidad**
Negro	
Rojo	
Verde	
Amarillo	

b) Escribe *más probable que*, *tan probable como* o *menos probable que*.

i) Sacar verde es ______________________ sacar negro.

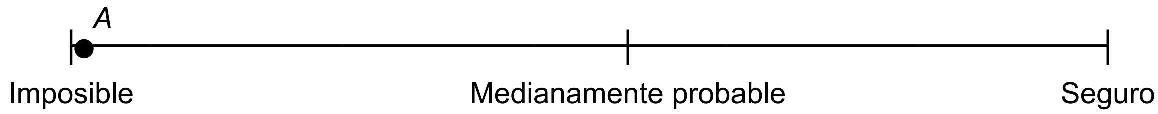
ii) Sacar verde es ______________________ sacar rojo.

iii) Sacar verde es ______________________ sacar amarillo.

EXTRA ▶ Sacar un color de la bandera de España es ______________________ sacar azul.

c) Usa *probable* e *improbable* para describir la probabilidad de sacar cada color en la ruleta.

4. Marca un punto en la recta para representar cómo de probable es cada suceso.



A. Nevará en Coyhaique en agosto.

B. Sacas un 6 con un dado común.

C. Hoy verás a un desconocido.

D. Hoy verás un lobo.

E. Sacas cara al lanzar una moneda.

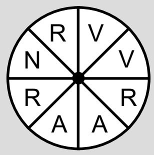
F. Sacas un 8 con un dado común.

G. El sol se pondrá por el este.

H. El sol se pondrá por el oeste.

Cuando todos los sucesos elementales son igual de probables, podemos comparar cómo de probables son dos sucesos contando sus sucesos elementales.

Ejemplo: En la ruleta, sacar rojo (3 sucesos elementales) es más probable que sacar azul (2 sucesos elementales) porque 3 es más que 2.



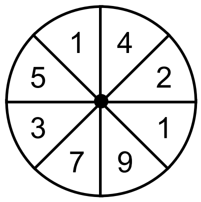
5. a) ¿Cuántos sucesos elementales hay para cada suceso?

i) Sacar un número par _________

ii) Sacar un número impar _________

iii) Sacar un número mayor que 5 _________

iv) Sacar un divisor de 5 _________



b) Encierra el suceso que es más probable.

i) Sacar un número impar o sacar un número par

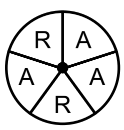
ii) Sacar un número mayor que 5 o sacar un divisor de 5

RECUERDA ▶ Podemos expresar una fracción como un decimal o como un porcentaje.

Ejemplos: $\frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\%$ $\quad \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0{,}8 = 80\%$ $\quad \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0{,}75 = 75\%$

6. Expresa la probabilidad como una fracción, un decimal y un porcentaje.

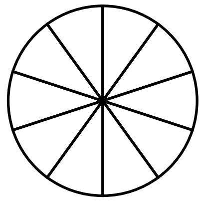
a) Sacar R = $\frac{2}{5}$ = *0,4* = *40%*



b) Sacar A = = ______ = ______

c) Sacar V = = ______ = ______

7. Escribe las letras A, B y C en la ruleta de modo que la probabilidad de sacar una A sea 0,3, una B sea 0,5 y una C sea 0,2.



8. La probabilidad de lluvia suele darse en forma de porcentaje. Escribe una fracción para las predicciones. Utiliza los números menores.

a) 60% de probabilidad de lluvia b) 35% de probabilidad de lluvia c) 75% de probabilidad de lluvia

______________________ ______________________ ______________________

9. Describe un suceso que tenga la probabilidad de que ocurra indicada.

a) 100% ____

b) 50% ____

c) 0% ____

En béisbol, un **promedio de bateo** es la razón del número de batazos con respecto al número de veces que el jugador tiene oportunidad de batear. Los promedios de bateo son decimales que pueden transformarse en fracciones con denominador 1.000.

Ejemplo: Un promedio de bateo de 0,427 ($= \frac{427}{1.000}$) significa que un jugador consigue 427 batazos en 1.000 oportunidades de batear.

10. Expresa la probabilidad de un batazo según los promedios dados en forma de fracción.

a) 0,125 b) 0,300 c) 0,475 d) 0,256 e) 0,324

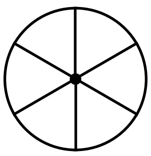
11. ¿Qué jugador es más probable que consiga un batazo?

a) Jugador A:
Promedio de bateo de 0,425.
Jugador B:
Golpea en 4 de los 10 turnos de bateo.
Jugador C:
42% de batazos en los turnos de bateo.

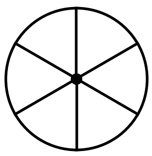
b) Jugador A:
Golpea en un cuarto de los turnos de bateo.
Jugador B:
Promedio de bateo de 0,230.
Jugador C:
23% de batazos en los turnos de bateo.

12. Escribe los números en las ruletas para relacionar la probabilidad. La probabilidad de que salga…

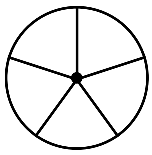
a) un 3 es 50%



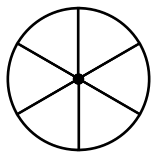
b) un 2 es $\frac{1}{3}$



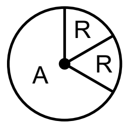
c) un 3 es 0,4



d) un número par es $\frac{5}{6}$



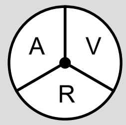
13. Rosa dice que sacar rojo es más probable que sacar azul porque dos sucesos elementales son rojos y solo uno es azul. ¿Tiene razón? Justifica tu respuesta.



EXTRA ▶ ¿Puedes crear una ruleta en la que sacar un número mayor que 3 sea menos probable que sacar un número mayor que 5? Justifica tu respuesta.

MD6-11 Valores esperados

Susana piensa girar la ruleta 15 veces para ver cuántas veces saldrá amarillo.
Como $\frac{1}{3}$ de la ruleta es amarillo, Susana espera que se pare en el amarillo $\frac{1}{3}$ de las veces.
Susana calcula $\frac{1}{3}$ de 15 dividiendo: $15 : 3 = 5$.
Por tanto, espera que la ruleta se pare en el amarillo 5 veces.



1. Si lanzas una moneda repetidamente, ¿qué fracción de lanzamientos esperarías que fueran cara?____

2. ¿Cuántas veces esperarías que saliera cara si lanzas una moneda el número de veces indicado?

a) 12 veces ______ b) 40 veces ______ c) 68 veces ______

3. a) Divide.

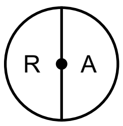
i) $96 : 2 =$ ______ ii) $96 : 3 =$ ______ iii) $96 : 4 =$ ______ iv) $96 : 6 =$ ______

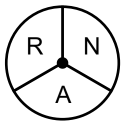
b) ¿Cómo has resuelto las divisiones de *a*)?

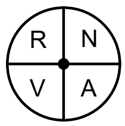
A. Mentalmente **B.** Calculadora **C.** División larga

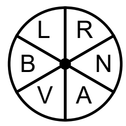
i) ______ ii) ______ iii) ______ iv) ______

c) ¿Cuántas veces esperarías que la ruleta parara en el rojo en 96 giros?

i) 

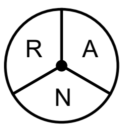
ii) 

iii) 

iv) 

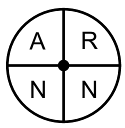
__________ __________ __________ __________

4. ¿Cuántas veces esperarías que la ruleta parara en el amarillo si la giras las veces indicadas?

a) 

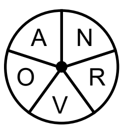
18 veces ______

69 veces ______

b) 

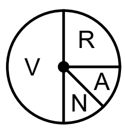
24 veces ______

92 veces ______

c) 

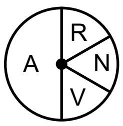
15 veces ______

40 veces ______

d) 

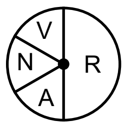
8 veces ______

80 veces ______

e) 

12 veces ______

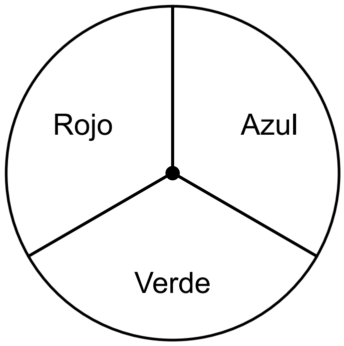
30 veces ______

f) 

12 veces ______

30 veces ______

5. Coloca la punta de tu lápiz dentro de un clip en el centro de la ruleta. Mantén el lápiz derecho de modo que puedas girar el clip alrededor del lápiz.



a) Si giras la ruleta 30 veces, ¿cuántas veces predices que saldrá rojo?

b) Gira la ruleta 30 veces. Haz un recuento de tus resultados. ¿Tus resultados son exactamente iguales que tus predicciones? ¿Se acercan?

La probabilidad de un suceso según las lecciones anteriores es la probabilidad **teórica**.

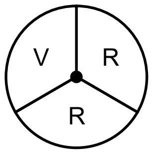
La probabilidad **experimental** de un suceso $= \dfrac{\text{n.º de veces que ocurre el suceso realmente}}{\text{n.º total de veces que se realiza el experimento}}$

6. a) ¿Cuál es la probabilidad experimental de que salga rojo en el ejercicio 5? ______

b) ¿La probabilidad experimental de que salga rojo es igual que la probabilidad teórica de que salga rojo? ______

RECUERDA ▶ Como $\frac{1}{3}$ de 15 es 5, sabemos que $\frac{2}{3}$ de 15 es $2 \times 5 = 10$.

7. Supón que giras la ruleta 18 veces.



a) ¿En cuántos giros esperas que salga el verde? ______

b) ¿Qué tabla muestra un resultado que sería el más probable de obtener? ______

A.

Verde	𝍸 ||
Rojo	𝍸 𝍸 |

B.

Verde	𝍸 𝍸
Rojo	𝍸 |||

C.

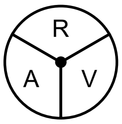
Verde	𝍸 𝍸 𝍸 ||
Rojo	|

c) Encuentra la probabilidad experimental de sacar verde y de sacar rojo en la tabla que has escogido en *b*).

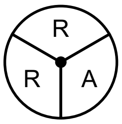
Sacar verde: ______ Sacar rojo: ______

d) ¿Qué resultado te sorprendería? Justifica tu respuesta.

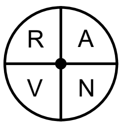
8. ¿Cuántas veces esperas que la ruleta se pare en el rojo si la giras 300 veces?

a) 

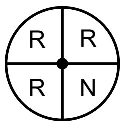
______

b) 

______

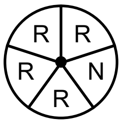
c) 

______

d) 

______

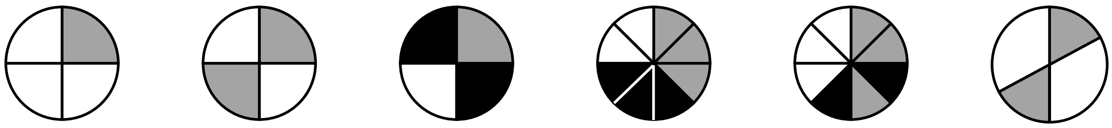
9. ¿Cuántas veces esperarías que la ruleta parara en el rojo en 300 giros? Explica cómo encontraste tu respuesta.



MD6-12 Juegos y valores esperados

En un **juego equitativo**, todos los jugadores tienen la misma probabilidad teórica de ganar.

1. El jugador A gana si la ruleta se para en el gris. El jugador B gana si la ruleta se para en el blanco. Encierra las ruletas que hacen que el juego sea equitativo.



2. Iván y Laura juegan con un dado común. Si sale un 1 o un 2, Iván gana. Si sale un 5 o un 6, Laura gana.

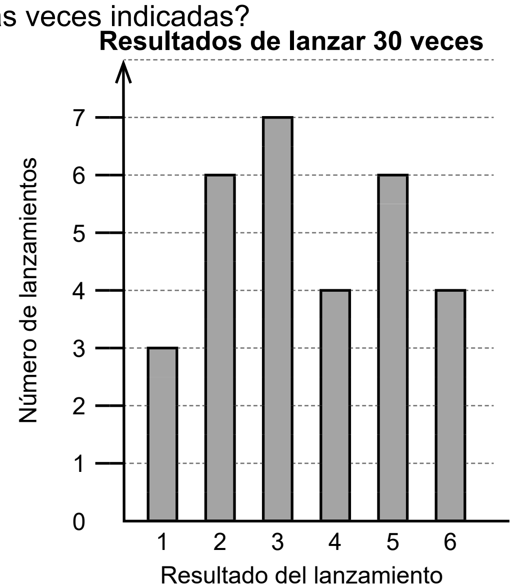
a) ¿Cuál es la probabilidad de que gane Iván? _____ ¿Y de que gane Laura? _____

¿Es un juego equitativo? _____

b) ¿Cuántas veces esperas que gane cada jugador si lanzan las veces indicadas?

30 veces: Iván _____ Laura _____

60 veces: Iván _____ Laura _____



c) Iván y Laura lanzan el dado 30 veces. El primer diagrama de barras muestra los resultados.

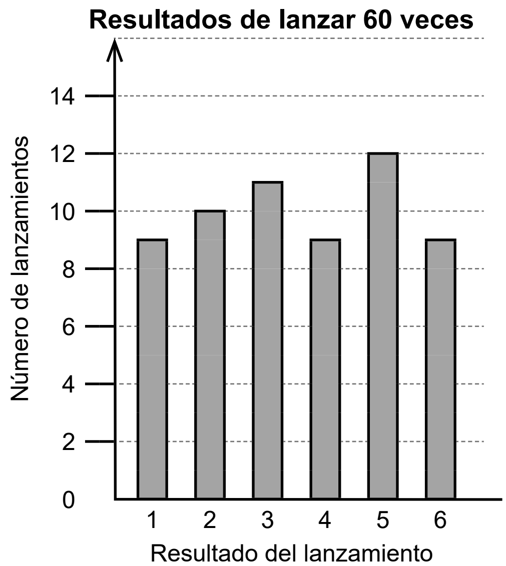
¿Quién gana más lanzamientos, Iván o Laura? _________

d) ¿Cuál es la probabilidad experimental de ganar después de 30 lanzamientos?

Iván _____ Laura _____

e) Iván y Laura lanzan un dado 30 veces más, para un total de 60. El segundo diagrama muestra los resultados.

¿Quién gana más lanzamientos, Iván o Laura? _____



f) ¿Cuál es la probabilidad experimental de ganar después de 60 lanzamientos?

Iván _____ Laura _____

EXTRA► ¿La probabilidad experimental de que Iván gane es cercana a la probabilidad teórica después de 30 lanzamientos o 60 lanzamientos? ___________

3. Alicia, Borja y Celia tienen 10 tarjetas con números del 1 al 10. Toman una tarjeta sin mirar. Cada jugador puntúa según el número de la tarjeta.

- Alicia gana un punto si el número es primo.
- Borja gana un punto si el número es un divisor de 10.
- Celia gana un punto si el número es par.

a) ¿Cuál es la probabilidad de cada jugador de ganar un punto? Utiliza decimales.

Alicia: ______ Borja: ______ Celia: ______

b) ¿El juego es equitativo? ______ Justifica tu respuesta. ____________________________________

____

c) ¿Cuántos puntos esperas que gane cada jugador después de 20 rondas? Encierra el ganador esperado.

Alicia: ______ Borja: ______ Celia: ______

d) Alicia, Borja y Celia toman una tarjeta 20 veces. Este es el recuento de los resultados:

<table>
<tr><th>Número de la tarjeta</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th></tr>
<tr><td>Recuento de tarjetas tomadas</td><td>|||</td><td>|</td><td></td><td>|||</td><td>||||</td><td>|</td><td>||</td><td>|</td><td>|||</td><td>||</td></tr>
</table>

¿Cuánto puntúa cada uno? Encierra el ganador.

Alicia: ______ Borja: ______ Celia: ______

e) ¿El ganador es el mismo que el esperado en *c*)? Justifica tu respuesta.

____

____

4. a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar cara al lanzar una moneda? ______

b) Si lanzas una moneda 20 veces, ¿cuántas veces esperas que salga cara? ______

c) Si lanzas una moneda 35 veces, ¿cuántas veces esperas que salga cara? ______ o ______

d) Ordena las tablas de más probable a menos probable. _______________

A: Resultado del lanzamiento

<table>
<tr><td>Cara</td><td>𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸</td></tr>
<tr><td>Sello</td><td>𝍸 𝍸</td></tr>
</table>

B: Resultado del lanzamiento

<table>
<tr><td>Cara</td><td>𝍸 𝍸 ||||</td></tr>
<tr><td>Sello</td><td>𝍸 𝍸 𝍸 |</td></tr>
</table>

C: Resultado del lanzamiento

<table>
<tr><td>Cara</td><td>𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||</td></tr>
<tr><td>Sello</td><td>𝍸 𝍸 ||</td></tr>
</table>

EXTRA ▶ ¿La probabilidad experimental de que salga cara al lanzar una moneda después de 35 lanzamientos puede ser igual a la probabilidad teórica? Justifica tu respuesta.