JUMP Math 7.2

Libro 7 - 2 de 2

Índice

Unidad 1: El sistema numérico: multiplicar y dividir números racionales	1
Unidad 2: Razones y relaciones proporcionales: razones y proporciones en varios pasos	35
Unidad 3: Expresiones y ecuaciones: ecuaciones, razones y desigualdades	64
Unidad 4: Geometría: ángulos y áreas	104
Unidad 5: El sistema numérico: decimales periódicos y decimales exactos	137
Unidad 6: Geometría: volumen, área total y secciones transversales	152
Unidad 7: Estadística y probabilidad: estadística	174

jump math™

MULTIPLYING POTENTIAL.

UpSocial
www.upsocial.org
www.jumpmath.cl

Autor: Dr. Sindi Sabourin
Editores: Megan Burns, Liane Tsui, Natalie Francis, Janice Dyer, Wendy Scavuzzo, Joe Zingrone
Maquetación e ilustración: Linh Lam, Gabriella Kerr, Marijke Friesen, Pam Lostracco
Diseño de la portada: Blakeley Words+Pictures
Fotografía de la portada: © Gary Blakeley, Blakeley Words+Pictures

Primera edición en español: septiembre de 2016.

Publicado por UpSocial bajo acuerdo de licencia con JUMP Math (www.jumpmath.org).
Publicado originalmente por JUMP Math en inglés en Estados Unidos en 2015 bajo el título
JUMP Math Assessment & Practice Book 7.2 (ISBN 978-1-927457-47-4).

Traducción, corrección y revisión: L'Apòstrof, SCCL (Alícia Almonacid, Núria Dordal, Iris Osorio, Àfrica Rubiés, Núria Vila)

Re - edición general: Paula Torres Ahumada

Impresión: Salesianos Impresores S. A.

ISBN: 978-84-945498-6-1
Depósito legal: B 14760-2016

Impreso en Santiago, Chile, 2021.

Nota para educadores, familias y todos los que piensen que las matemáticas son tan importantes como las lenguas para el pleno funcionamiento de la sociedad.

Bienvenido a JUMP Math

Entrar en el mundo de JUMP Math significa creer que todos los niños y niñas tienen habilidades para la aritmética y para disfrutar de las matemáticas. Su fundador y matemático John Mighton ha utilizado esta premisa para desarrollar este programa innovador. Los recursos disponibles, secuencian y describen los conceptos matemáticos de una manera tan clara y gradual que cualquiera puede entenderlos.

El programa JUMP Math consta de guías para los docentes (constituyen el núcleo del programa), lecciones interactivas para pizarras, libros de práctica y evaluación para los alumnos, material manipulativo y de evaluación, acciones de divulgación y formación para docentes, entre otros. Para más información visiten la web de JUMP Math: **www.jumpmath.cl**

Los educadores de los centros que implantan JUMP Math tienen acceso a las guías para docentes en nuestra web. Recomendamos que lean la introducción antes de utilizar estos recursos para poder entender la filosofía y la metodología de JUMP Math. Los libros de práctica y evaluación están pensados para que los alumnos los usen con la ayuda de adultos. Cada estudiante tiene unas necesidades únicas y es importante darle apoyo y animarlo a medida que trabaja el material.

Siempre que sea posible, dejen que los alumnos descubran los conceptos por sí mismos. En el ámbito de las matemáticas, los descubrimientos se pueden realizar de manera progresiva. Descubrir un paso nuevo es como encajar piezas de un rompecabezas: emocionante y gratificante.

Los ejercicios marcados con el dibujo  se tienen que realizar en un cuaderno. Es necesario que los alumnos dispongan de un cuaderno de papel cuadriculado para resolver los ejercicios extra o por si necesitan espacio adicional para realizar cálculos.

Índice

PARTE 1

Unidad 1: Razones y relaciones proporcionales: fracciones y razones

RP7-1	Series	1
RP7-2	Tablas	3
RP7-3	Mínimo común múltiplo	5
RP7-4	Fracciones	7
RP7-5	Comparar fracciones usando fracciones equivalentes	9
RP7-6	Fracciones y razones	12
RP7-7	Razones equivalentes	14
RP7-8	Tablas de razones	17
RP7-9	Razones unitarias	20
RP7-10	Diagramas de cinta y problemas de razones	22
RP7-11	Resolución de proporciones	25

Unidad 2: El sistema numérico: sumar y restar números enteros y fracciones

NS7-1	Números enteros	27
NS7-2	Números enteros en contextos cotidianos	30
NS7-3	Sumar pérdidas y ganancias	32
NS7-4	Acciones opuestas y números enteros opuestos	34
NS7-5	Sumar enteros en la recta numérica	36
NS7-6	Utilizar dibujos para restar números enteros	38
NS7-7	Restar números enteros en la recta numérica	40
NS7-8	Series en las rectas	43
NS7-9	Sumar y restar números enteros de varias cifras	45
NS7-10	Divisores	48
NS7-11	Sumar y restar fracciones con el mismo denominador	51
NS7-12	Números mixtos y fracciones impropias	53
NS7-13	Sumar y restar números mixtos	56
NS7-14	Sumar y restar fracciones con denominadores distintos	59
NS7-15	Estimar sumas y restas de números mixtos	61
NS7-16	Multiplicar una fracción por un número natural	63
NS7-17	Problemas y rompecabezas	66

Unidad 3: Expresiones y ecuaciones: expresiones equivalentes

EE7-1	Jerarquía de las operaciones	68
EE7-2	Propiedades asociativa y conmutativa	71
EE7-3	La propiedad distributiva	74
EE7-4	Más propiedades de las operaciones	77
EE7-5	La multiplicación	79
EE7-6	Variables y expresiones	83

EE7-7	Expresiones con dos operaciones	85
EE7-8	Sumar y restar expresiones	88
EE7-9	Términos semejantes	90
EE7-10	Coeficientes y términos constantes	92
EE7-11	Expresiones equivalentes	94
EE7-12	Representar con dibujos expresiones equivalentes	96

Unidad 4: El sistema numérico: los números racionales

NS7-18	Fracciones decimales	99
NS7-19	Valor posicional y decimales	102
NS7-20	Decimales positivos y negativos	105
NS7-21	Comparar fracciones y decimales	108
NS7-22	Sumar y restar decimales de varias cifras	110
NS7-23	División con resultados fraccionarios y decimales	113
NS7-24	División larga	115

Unidad 5: Razones y relaciones proporcionales: problemas de razones y porcentajes

RP7-12	Redondear	119
RP7-13	Cota superior y cota inferior	122
RP7-14	Multiplicar decimales por potencias de 10	124
RP7-15	Multiplicar y dividir por potencias de 10	126
RP7-16	Multiplicar decimales por números naturales	128
RP7-17	Porcentajes	131
RP7-18	Decimales, fracciones y porcentajes	133
RP7-19	Calcular porcentajes (introducción)	135
RP7-20	Más porcentajes	137
RP7-21	Cálculo mental y porcentajes	139
RP7-22	Problemas	141
RP7-23	Problemas con diagramas de cinta, fracciones y porcentajes	143
RP7-24	Porcentaje mayor	146
RP7-25	Problemas de razones, fracciones y porcentajes	149

Unidad 6: Geometría: construir triángulos y dibujos a escala

G7-1	Ángulos	152
G7-2	Medir y dibujar ángulos	154
G7-3	Construir triángulos a partir de sus ángulos y lados	157
G7-4	Dibujar triángulos en papel cuadriculado	159
G7-5	Construir triángulos a partir de sus tres lados o tres ángulos	161
G7-6	Construir triángulos a partir de tres medidas	163
G7-7	Contraejemplos	165
G7-8	Dibujos a escala y figuras semejantes	168

G7-9	Dibujos a escala y tablas de razones	170
G7-10	Dibujos a escala en situaciones reales	173

Unidad 7: El sistema numérico: multiplicar y dividir números enteros

NS7-25	Multiplicar números enteros (introducción)	176
NS7-26	Multiplicar números enteros	178
NS7-27	Usar la propiedad distributiva en la multiplicación de números enteros (ampliación)	180
NS7-28	Multiplicar números enteros en contextos cotidianos	182
NS7-29	Dividir números enteros	185
NS7-30	Potencias	187
NS7-31	La jerarquía de las operaciones con potencias y números negativos	189

Unidad 8: Estadística y probabilidad: modelos de probabilidad

SP7-1	Sucesos y sucesos elementales	192
SP7-2	Probabilidad	195
SP7-3	Valor esperado	198
SP7-4	Diagramas en árbol	200
SP7-5	Tablas y listas organizadas	202
SP7-6	Más diagramas en árbol, tablas y listas organizadas	205
SP7-7	Probabilidad empírica	207
SP7-8	Simulación de problemas en contextos cotidianos	210
SP7-9	Simulación de experimentos	213

PARTE 2

Unidad 1: El sistema numérico: multiplicar y dividir números racionales

NS7-32	Multiplicar fracciones	1
NS7-33	Multiplicar decimales	4
NS7-34	Dividir fracciones entre enteros	6
NS7-35	Dividir números enteros entre fracciones unitarias	8
NS7-36	Dividir fracciones entre fracciones unitarias	11
NS7-37	Dividir enteros entre fracciones	13
NS7-38	Dividir entre fracciones	16
NS7-39	Problemas con fracciones	18
NS7-40	Dividir decimales entre enteros	20
NS7-41	Dividir entre decimales	23
NS7-42	Jerarquía de las operaciones con fracciones y decimales	25
NS7-43	Operaciones con fracciones y decimales	28
NS7-44	Fracciones compuestas	30
NS7-45	Problemas con números racionales	32

Unidad 2: Razones y relaciones proporcionales: razones y proporciones en varios pasos

RP7-26	Cancelar factores en una fracción	35
RP7-27	Razones y proporciones con términos fraccionarios	37
RP7-28	Problemas con razones de términos fraccionarios	39
RP7-29	Constante de proporcionalidad	41
RP7-30	Constante de proporcionalidad y fracciones compuestas	44
RP7-31	Usar proporciones para resolver problemas de porcentajes I	46
RP7-32	Usar proporciones para resolver problemas de porcentajes II	49
RP7-33	Resolver ecuaciones (introducción)	51
RP7-34	Multiplicación en cruz (introducción)	54
RP7-35	Usar ecuaciones para resolver proporciones	56
RP7-36	Reconocer proporciones	58
RP7-37	Problemas con razones y porcentajes: diagramas de cinta, descuentos y beneficios	60
RP7-38	Problemas en varios pasos	62

Unidad 3: Expresiones y ecuaciones: ecuaciones, razones y desigualdades

EE7-13	Resolver ecuaciones: estima y comprueba	64
EE7-14	Conservar la igualdad al resolver ecuaciones	66
EE7-15	Resolver ecuaciones en dos pasos: atajo	69
EE7-16	Resolver problemas de forma algebraica	72
EE7-17	Comparar resultados numéricos y algebraicos	74
EE7-18	Razones unitarias, ecuaciones y descripciones verbales	76
EE7-19	Ecuaciones, problemas con razones y constante de proporcionalidad	79
EE7-20	Gráficas de razones en planos de coordenadas	82
EE7-21	Relaciones, ecuaciones y sistemas de coordenadas	85
EE7-22	Constante de proporcionalidad (ampliación)	87
EE7-23	Introducción a las desigualdades	89
EE7-24	Más desigualdades	92
EE7-25	Resolver desigualdades con balanzas y lógica	94
EE7-26	Utilizar ecuaciones para resolver desigualdades	96
EE7-27	Resolver desigualdades (ampliación)	99
EE7-28	Problemas con desigualdades	102

Unidad 4: Geometría: ángulos y áreas

G7-11	Ángulos complementarios y suplementarios	104
G7-12	Ángulos adyacentes y ángulos opuestos por el vértice	107
G7-13	Resolver problemas usando las propiedades de los ángulos	109
G7-14	Área de rectángulos y triángulos	112
G7-15	Área de los paralelogramos	115

G7-16	Área de los trapecios	117
G7-17	Área de figuras compuestas	119
G7-18	Área de dibujos a escala	121
G7-19	Círculos	124
G7-20	Circunferencia	127
G7-21	Área del círculo	130
G7-22	Usar un dibujo para resolver problemas	132
G7-23	Usar una fórmula	134

Unidad 5: El sistema numérico: decimales periódicos y decimales exactos

NS7-46	Divisiones entre dos cifras	137
NS7-47	Divisiones entre números de dos cifras: estima y comprueba	140
NS7-48	Expresar fracciones como decimales	143
NS7-49	Decimales periódicos y decimales exactos	145
NS7-50	Decimales periódicos y decimales exactos en la recta numérica	146
NS7-51	¿Una fracción es un decimal periódico o un decimal exacto?	148
NS7-52	Operaciones con decimales periódicos (ampliación)	150

Unidad 6: Geometría: volumen, área total y secciones transversales

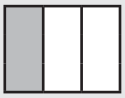
G7-24	Volumen de los ortoedros	152
G7-25	Volumen de los prismas	156
G7-26	Desarrollo plano y área de los prismas	159
G7-27	Área de los ortoedros	161
G7-28	Área de los prismas y las pirámides	163
G7-29	Volumen y área	166
G7-30	Cortes transversales de figuras tridimensionales (introducción)	169
G7-31	Secciones transversales de cubos, ortoedros y pirámides rectangulares	171

Unidad 7: Estadística y probabilidad: estadística

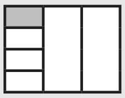
SP7-10	Media, mediana y frecuencia	174
SP7-11	Media, mediana y diagramas de puntos	176
SP7-12	Forma y simetría de los diagramas de puntos	178
SP7-13	Rangos intercuartílicos y diagramas de caja	181
SP7-14	Desviación media absoluta (DMA)	184
SP7-15	Sesgo en una muestra o en un censo	188
SP7-16	Usar muestras para establecer inferencias	190
SP7-17	Dispersión del muestreo	192
SP7-18	Solapamiento de dos poblaciones con la misma dispersión	194
SP7-19	Utilizar la media y la DMA para comparar poblaciones	197

NS7-32 Multiplicar fracciones

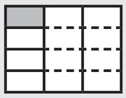
Esto es $\frac{1}{3}$ del rectángulo.



Esto es $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$.

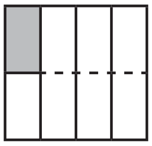


¿Cuánto es $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$? Alarga las líneas para verlo.

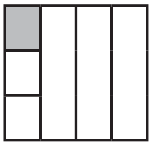


$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

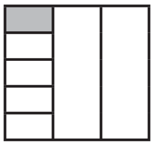
1. Alarga las líneas horizontales de la figura. Formula igualdades con fracciones usando la palabra *de*.

a) 

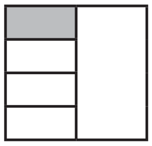
$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

b) 

$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4} =$

c) 

$\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{3} =$

d) 

RECUERDA: La palabra *de* puede significar 'multiplicar'.

2. Reformula las igualdades con las fracciones del ejercicio 1 usando el signo $\times$ en lugar de la palabra *de*.

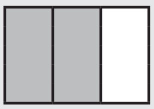
a) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ b) c) d)

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15} \longleftarrow 3 \times 5$

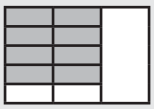
3. Multiplica.

a) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{7} =$ b) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} =$ c) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{6} =$ d) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} =$

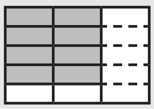
Esto son $\frac{2}{3}$ del rectángulo.



Esto son $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$.

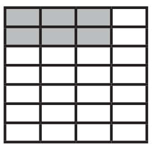


¿Cuánto es $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$? Alarga las líneas para verlo.

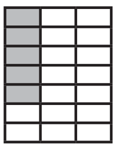


$\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3} = \frac{8}{15}$

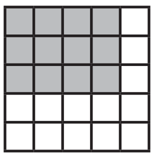
4. Formula una igualdad con fracciones para cada figura. Emplea el signo $\times$ en lugar de la palabra *de*.

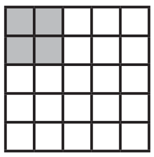
a) 

$\frac{2}{7} \times \frac{3}{4} =$

b) 

$\frac{5}{7} \times \frac{1}{3} =$

c) 

d) 

$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$ ← Multiplica los numeradores: 4×2
← Multiplica los denominadores: 5×3

Por tanto, $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3}$

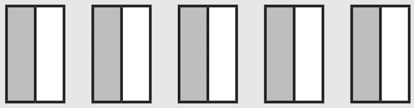
5. Multiplica.

a) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{21}$ b) $\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} =$ c) $\frac{6}{7} \times \frac{2}{5} =$ d) $\frac{4}{9} \times \frac{5}{7} =$

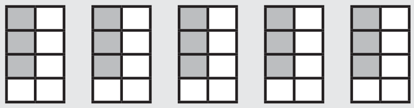
e) $\frac{2}{3} \times \frac{7}{9} =$ f) $\frac{2}{9} \times \frac{5}{8} =$ **Extra ▶** $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} \times \frac{6}{7} =$

Podemos multiplicar las fracciones impropias y los números mixtos como hacemos con las fracciones propias.

$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ ← $2 \times 2 + 1$



$\frac{3}{4} \times \frac{5}{2} =$



$= \frac{15}{8}$ ← Hay 5 grupos de 3 sombreados.
← Hay 2 grupos de 4 en cada unidad.

6. Multiplica y simplifica los resultados.

a) $\frac{3}{2} \times \frac{5}{4}$ b) $\frac{2}{3} \times \frac{11}{4}$ c) $1\frac{3}{5} \times \frac{3}{8}$ d) $\frac{13}{9} \times \frac{3}{8}$

e) $\frac{4}{3} \times 3\frac{1}{2}$ f) $\frac{6}{5} \times \frac{11}{4}$ g) $\frac{9}{7} \times \frac{14}{3}$ h) $\frac{8}{9} \times 3\frac{3}{4}$

7. Ramón quiere hacer $\frac{3}{5}$ de una tarta de fresa.

La receta contiene $\frac{1}{2}$ taza de fresas.

¿Qué fracción de una taza de fresas necesita Ramón?

8. Sobran $\frac{2}{5}$ de una tarta. Marina se come $\frac{1}{3}$ de la tarta sobrante.

¿Qué fracción de la tarta entera se come?

9. Javi pasa $\frac{5}{8}$ de su tiempo libre fuera. Pasa $\frac{3}{4}$ de este tiempo jugando básquetbol. ¿Qué fracción de este tiempo pasa jugando básquetbol?

¡También podemos multiplicar fracciones positivas por fracciones negativas!

Recuerda: $(+) \times (-) = -$ $\quad$ $(-) \times (+) = -$

$\frac{4}{5}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{4\times 2}{5\times 3}=-\frac{8}{15}$ y $-\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}=-\frac{3\times 1}{5\times 4}=-\frac{3}{20}$

10. Multiplica.

a) $-\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=-\frac{15}{28}$ b) $\frac{1}{3}\times\left(-\frac{2}{5}\right)=$ c) $\frac{2}{3}\times\left(-\frac{4}{5}\right)=$ d) $-\frac{2}{7}\times\frac{3}{5}=$

e) $\frac{6}{7}\times\left(-\frac{4}{5}\right)=$ f) $-\frac{3}{7}\times\frac{8}{11}=$ **Extra ▶** $-\frac{1}{3}\times\frac{4}{7}\times\frac{2}{5}=$

RECUERDA: $(+) \times (+) = +$ $\quad$ $(-) \times (-) = +$

11. Multiplica.

a) $-\frac{1}{3}\times\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{2}{15}$ b) $-\frac{3}{10}\times\left(-\frac{7}{8}\right)=$ **Extra ▶** $-\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=$

RECUERDA: $-\frac{3}{4}=\frac{-3}{4}=\frac{3}{-4}$ $\quad$ $\frac{-3}{-4}=\frac{3}{4}$

12. Multiplica.

a) $\frac{-2}{7}\times\frac{4}{5}=-\frac{2}{7}\times\frac{4}{5}=-\frac{8}{35}$ b) $\frac{1}{4}\times\frac{3}{-5}=$ c) $\frac{4}{-9}\times\frac{2}{5}=$

d) $\frac{2}{3}\times\frac{-6}{11}=$ e) $-\frac{2}{9}\times\frac{-4}{5}=$ f) $\frac{-5}{7}\times\frac{2}{-3}=$

g) $\frac{4}{5}\times\frac{-2}{-7}=$ h) $\frac{-3}{-7}\times\frac{-2}{5}=$ **Extra ▶** $\frac{2}{-3}\times\frac{-4}{5}\times\left(-\frac{8}{5}\right)$

Podemos multiplicar los números mixtos negativos y las fracciones impropias negativas como hacemos con las fracciones propias negativas.

Ejemplos: $-\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{2}=-\frac{3\times 7}{4\times 2}=-\frac{21}{8}$ $\quad$ $\frac{3}{4}\times\left(-3\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{\overset{3\times 2+1}{7}}{2}\right)=-\frac{3\times 7}{4\times 2}=-\frac{21}{8}$

13. Multiplica y simplifica los resultados.

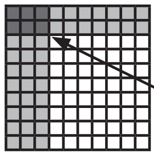
a) $-\frac{2}{3}\times\frac{9}{5}$ b) $\frac{3}{4}\times\left(-1\frac{5}{7}\right)$ c) $\frac{1}{3}\times\frac{6}{-5}$ d) $\frac{3}{-2}\times\frac{-8}{7}$

e) $-\frac{3}{4}\times\frac{6}{-5}$ f) $-\frac{3}{5}\times 1\frac{1}{6}$ g) $\frac{-8}{3}\times\left(-\frac{6}{5}\right)$ h) $-\frac{5}{4}\times\frac{-9}{-5}$

NS7-33 Multiplicar decimales

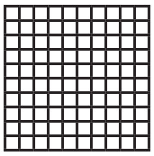
RECUERDA: Para representar $\frac{2}{10}$ de $\frac{3}{10}$, sombreamos 3 columnas (3 décimos) y 2 filas (2 décimos).

$\frac{2}{10}$ de $\frac{3}{10}$ es $\frac{6}{100}$, por tanto $\frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{6}{100}$

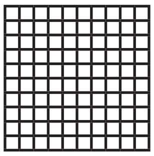


$\frac{6}{100}$

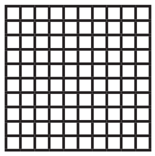
1. Sombrea recuadros para representar cada igualdad. Calcula el producto.

a) 

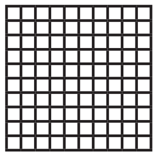
$\frac{2}{10} \times \frac{8}{10} =$

b) 

$\frac{5}{10} \times \frac{4}{10} =$

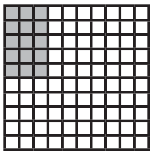
c) 

$\frac{3}{10} \times \frac{5}{10} =$

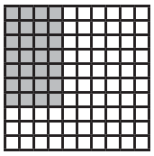
d) 

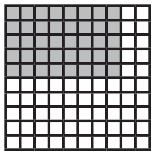
$\frac{6}{10} \times \frac{1}{10} =$

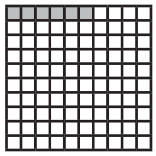
2. Formula una multiplicación para cada figura.

a) 

$\frac{5}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{15}{100}$

b) 

c) 

d) 

3. Multiplica.

a) $\frac{7}{100} \times \frac{3}{10} = \frac{21}{1.000}$

b) $\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} =$

c) $\frac{7}{1.000} \times \frac{3}{10} =$

d) $\frac{7}{100} \times \frac{3}{100} =$

e) $\frac{7}{1.000} \times \frac{3}{100} =$

f) $\frac{7}{100} \times \frac{3}{10.000} =$

4. Observa los resultados del ejercicio 3. ¿Cómo se puede saber el número de ceros que debe haber en el denominador del producto antes de multiplicar?

5. Multiplica los decimales tal como se muestra en el ejercicio *a*).

a) $0{,}3 \times 0{,}7 = \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{21}{100} = 0{,}21$

b) $0{,}6 \times 0{,}3 =$

c) $0{,}4 \times 0{,}03 =$

d) $0{,}006 \times 0{,}3 =$

e) $0{,}07 \times 0{,}04$

f) $0{,}03 \times 0{,}008$

Para multiplicar decimales, seguimos estos pasos.

Ejemplo: $13{,}5 \times 0{,}08$

Paso 1: Multiplicamos los decimales como si fueran números naturales:

$135 \times 8 = 1.080$

Paso 2: 13,5 tiene **1 cifra** después del decimal y 0,08 tiene **2**. Desplazamos la coma decimal **1** + **2** = **3** posiciones a la izquierda:

1 0 8 0

Así que $13{,}5 \times 0{,}08 = 1{,}080$ o $1{,}08$

6. Utiliza los pasos 1 y 2 para multiplicar los decimales.

a) $0{,}2 \times 0{,}6 =$ *0,12*

					1	2 ,

2×6

b) $0{,}3 \times 0{,}07 =$ ________

					2	1 ,

3×7

c) $0{,}7 \times 0{,}9 =$ ________

						,

d) $0{,}02 \times 0{,}08 =$ ________

						,

e) $0{,}16 \times 0{,}9 =$ ________

						,

1	6	×	3

f) $2{,}6 \times 0{,}007 =$ ________

						,

			×	

g) $3{,}7 \times 5{,}4$

h) $9{,}2 \times 0{,}65$

Extra ▶ $0{,}03 \times 0{,}04 \times 0{,}0002$

7. Sara compra 7,3 porciones de mantequilla. Cada porción de mantequilla trae 0,25 kilogramos. ¿Cuántos kilogramos de mantequilla compra en total?

Multiplicamos los decimales negativos igual que los decimales positivos.

Recuerda: $(-) \times (+) = -$ $(+) \times (-) = -$ $(-) \times (-) = +$

Ejemplo: $-0{,}3 \times 0{,}5 = -0{,}\underbrace{15}_{3 \times 5}$

8. Multiplica.

a) $0{,}4 \times (-0{,}7) =$ *– 0,28*

b) $-0{,}5 \times 0{,}4 =$ ________

c) $-0{,}2 \times (-0{,}8) =$ ________

d) $0{,}05 \times (-0{,}4) =$ ________

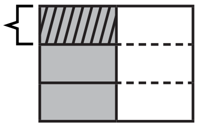
e) $-0{,}05 \times 0{,}03 =$ ________

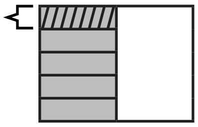
f) $-0{,}02 \times (-0{,}007) =$ ________

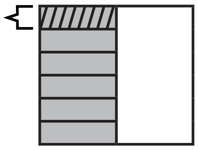
9. Encuentra dos números cuyo producto sea –0,18. ¿Cuántas combinaciones puedes encontrar?

NS7-34 Dividir fracciones entre enteros

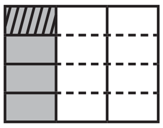
1. La mitad del rectángulo está sombreado ¿Qué fracción del rectángulo está rayada?
Pista: ¿Cuántas piezas rayadas cabrían en el rectángulo entero?

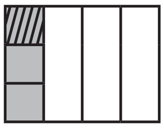
a) $\frac{1}{6}$ 

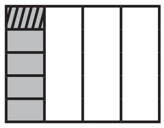
b) ___ 

c) ___ 

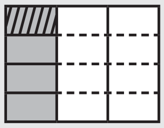
2. ¿Qué área ocupa la parte rayada? Pista: Alarga las líneas para dividir el rectángulo en partes más pequeñas.

a) $\frac{1}{12}$ 

b) ___ 

c) ___ 

La figura del ejercicio 2 *a*) demuestra que $\frac{1}{3} : 4 = \frac{1}{12}$ porque $\frac{1}{3}$ del rectángulo entero está dividido en 4 partes iguales.



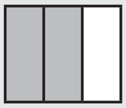
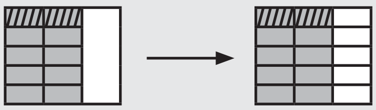
3. Representa con una división las figuras del ejercicio 2.

a) $\frac{1}{3} : 4 = \frac{1}{12}$

b)

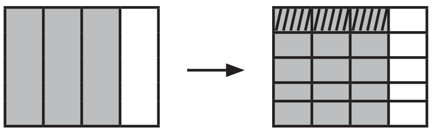
c)

Cinco personas comparten $\frac{2}{3}$ de una tarta. ¿Qué fracción de la tarta recibe cada persona?
Divide $\frac{2}{3}$ en 5 grupos iguales. ¿Cuánto corresponde a cada grupo?

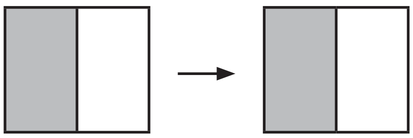
 $: 5 =$ 

Por tanto, $\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{15}$

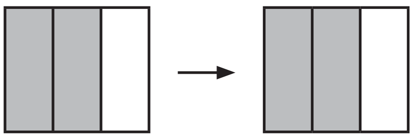
4. Utiliza las figuras para dividir las fracciones.

a) 

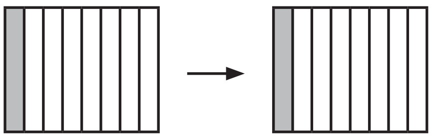
$\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{20}$

b) 

$\frac{1}{2} : 4 =$

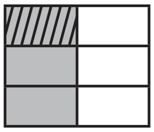
c) 

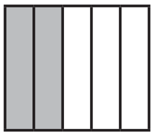
$\frac{2}{3} : 5 =$

d) 

$\frac{1}{8} : 3 =$

5. Completa las figuras y divide.

a)  $\frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{6}$

b)  $\frac{2}{5} : 3 =$

c)  $\frac{1}{4} : 6 =$

d)  $\frac{3}{4} : 2 =$

RECUERDA: Comprobamos la división con una multiplicación: $8 : 2 = 4$ porque $4 \times 2 = 8$.

Para multiplicar un número natural por una fracción multiplicamos el número natural por el numerador. $3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

6. Comprueba los resultados del ejercicio 5 con multiplicaciones. Ejemplo: ¿Es verdad que $3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$?

$$\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$$

7. Divide.

a) $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4 \times 5} = \frac{3}{20}$ b) $\frac{5}{7} : 2 =$ c) $\frac{4}{5} : 3 =$

Dividimos las fracciones entre números negativos igual que las fracciones entre números naturales.

Recuerda: $(-) : (+) = -$ $(+) : (-) = -$ $(-) : (-) = +$

Ejemplos: $\frac{3}{5} :-(\ 2) = -\left(\frac{3}{5} : 2\right) = -\frac{3}{10}$ $-\frac{3}{5} : (-2) = \frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$

8. Deduce los signos de las divisiones y escríbelos en los círculos.

a) $\frac{3}{5} : (-2) = - \left(\frac{3}{5} : 2\right)$ b) $-\frac{3}{4} : (-5) = + \left(\frac{3}{4} : 5\right)$ c) $-\frac{2}{7} : (-4) = \bigcirc \left(\frac{2}{7} : 4\right)$

d) $\frac{3}{-4} : 5 = \bigcirc \left(\frac{3}{4} : 5\right)$ e) $\frac{-1}{8} : (-3) = \bigcirc \left(\frac{1}{8} : 3\right)$ f) $\frac{-5}{-9} : (-2) = \bigcirc \left(\frac{5}{9} : 2\right)$

9. Divide. Para comprobar tus resultados, multiplica y simplifica los resultados.

a) $-\frac{2}{3} : 7 = -\frac{2}{3 \times 7} = -\frac{2}{21}$ b) $-\frac{3}{7} : (-4) =$ c) $\frac{-2}{3} : (-5) =$

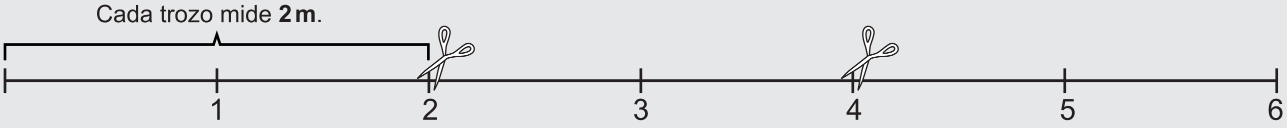
Comprueba: $-\frac{2}{21} \times 7 = -\frac{14}{21} = -\frac{2}{3}$ ✓ Comprueba: Comprueba:

d) $-\frac{2}{3} : (-7)$ e) **Extra ▶** $-\left(\frac{-4}{9}\right) : (-5)$ f) **Extra ▶** $-\left(\frac{-2}{-5}\right) : (-4)$

NS7-35 Dividir números enteros entre fracciones unitarias

Amir divide un cordel de 6 m en trozos de 2 m:

Cada trozo mide **2 m**.



3 trozos de 2 m caben en 6 m, así que **6 : 2 = 3**.

Elena divide un cordel de 3 m en trozos de $\frac{1}{2}$ m:

Cada trozo mide $\frac{1}{2}$ m.

2 trozos de $\frac{1}{2}$ m caben en 1 m, así que 6 trozos caben en 3 m ($3 \times 2 = 6$) y $\mathbf{3 : \frac{1}{2} = 6}$.

1. Resuelve los ejercicios y completa las divisiones.

a) ¿Cuántos trozos de $\frac{1}{3}$ caben en 1? *3* $\qquad 1 : \frac{1}{3} =$ *3*

¿Cuántos trozos de $\frac{1}{3}$ caben en 2? *$2 \times 3 = 6$* $\qquad 2 : \frac{1}{3} =$ *6*

¿Cuántos trozos de $\frac{1}{3}$ caben en 5? ______ $\qquad 5 : \frac{1}{3} =$ ______

b) ¿Cuántos trozos de $\frac{1}{4}$ caben en 1? ______ $\qquad 1 : \frac{1}{4} =$ ______

¿Cuántos trozos de $\frac{1}{4}$ caben en 3? ______ $\qquad 3 : \frac{1}{4} =$ ______

¿Cuántos trozos de $\frac{1}{4}$ caben en 7? ______ $\qquad 7 : \frac{1}{4} =$ ______

c) ¿Cuántos trozos de $\frac{1}{5}$ caben en 1? ______ $\qquad 1 : \frac{1}{5} =$ ______

¿Cuántos trozos de $\frac{1}{5}$ caben en 4? ______ $\qquad 4 : \frac{1}{5} =$ ______

¿Cuántos trozos de $\frac{1}{5}$ caben en 5? ______ $\qquad 5 : \frac{1}{5} =$ ______

2. Calcula los cocientes.

a) $9 : \frac{1}{5} =$ *9* $\times$ *5* $=$ *45*

b) $8 : \frac{1}{4} =$ ______ $\times$ ______ $=$ ______

c) $8 : \frac{1}{3} =$ ______ $\times$ ______ $=$ ______

d) $7 : \frac{1}{7} =$ ______ $\times$ ______ $=$ ______

e) $8 : \frac{1}{9} =$ ______ $\times$ ______ $=$ ______

f) $9 : \frac{1}{8} =$ ______ $\times$ ______ $=$ ______

Llibre7.2.indb 8 21/7/16 9:36

Para calcular $2 : \frac{1}{4}$, nos preguntamos: ¿Cuántos cuartos caben en 2 unidades?

Hay 4 cuartos en cada unidad, así que hay 8 cuartos en 2 unidades.

Por tanto, $2 : \frac{1}{4} = 8$

1				1			
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

3. ¿Cuántos caben en 2 unidades?

a)

1		1	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$2 : \frac{1}{2} =$ ______

b)

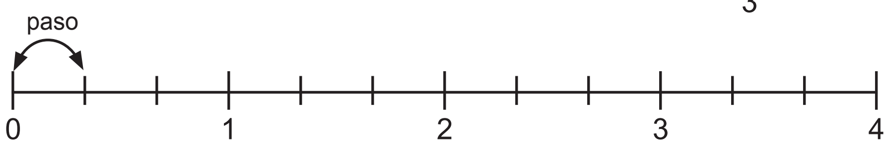
1			1		
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$2 : \frac{1}{3} =$ ______

c) $2 : \frac{1}{5} =$ ______

d) $2 : \frac{1}{10} =$ ______

4. Utiliza la recta numérica para deducir cuántos pasos de $\frac{1}{3}$ caben en 4 unidades.



Formula la división. ________________________________

5. Traza una recta numérica para dividir $4 : \frac{1}{2}$. Luego formula la división.

¿Cuántos tercios caben en 5 unidades? Si en 1 unidad caben 3 tercios, en 5 caben 5 veces $\frac{1}{3}$.

$5 : \frac{1}{3} = 5 \times 3 = 15$

6. Divide.

a) $3 : \frac{1}{3} =$ ______ $\times$ ______ $=$ ______

b) $4 : \frac{1}{3} =$ ______ $\times$ ______ $=$ ______

c) $3 : \frac{1}{2} =$ ______ $\times$ ______ $=$ ______

d) $5 : \frac{1}{2} =$ ______ $\times$ ______ $=$ ______

e) $4 : \frac{1}{5} =$ ______ $\times$ ______ $=$ ______

f) $5 : \frac{1}{4} =$ ______ $\times$ ______ $=$ ______

RECUERDA:	$(-):(+) = -$	$(+):(-) = -$	$(-):(-) = +$

7. Deduce los signos de cada fracción y escríbelos en los círculos.

a) $\frac{-3}{-5} = + \frac{3}{5}$ b) $\frac{-4}{5} = \bigcirc \frac{4}{5}$ c) $\frac{2}{-7} = \bigcirc \frac{2}{7}$ d) $-\frac{3}{-4} = \bigcirc \frac{3}{4}$

e) $-\frac{-7}{4} = \bigcirc \frac{7}{4}$ f) $-\frac{-2}{-3} = \bigcirc \frac{2}{3}$ g) $\frac{-9}{-5} = \bigcirc \frac{9}{5}$ h) $-\frac{-4}{-11} = \bigcirc \frac{4}{11}$

Dividimos los enteros entre fracciones unitarias igual que los naturales entre fracciones unitarias.

Ejemplos: $-2 : \frac{1}{5} = -2 \times 5 = -10$ $-2 : \left(-\frac{1}{5}\right) = 2 \times 5 = 10$

8. Deduce si el resultado es positivo o negativo. Luego, divide.

a) $-2 : \frac{1}{-3} = +$ 2 × 3 = 6 b) $-2 : \frac{1}{-3} = \bigcirc$ ______ × ______ = ______

c) $3 : \frac{-1}{2} = \bigcirc$ ______ × ______ = ______ d) $5 : \frac{1}{-2} = \bigcirc$ ______ × ______ = ______

e) $4 : \frac{-1}{-5} = \bigcirc$ ______ × ______ = ______ **Extra ▶** $-5 : \left(-\frac{-1}{-4}\right) = \bigcirc$ ______ × ______ = ______

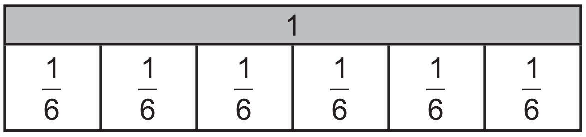
9. Miguel tiene una cuchara que mide $\frac{1}{2}$ taza. Necesita 3 tazas de harina. ¿Cuántas cucharadas de harina necesita?

10. Mercedes tiene 3 tabletas de chocolate. Si parte cada tableta de chocolate en cuartos, ¿cuántos trozos obtiene?

NS7-36 Dividir fracciones entre fracciones unitarias

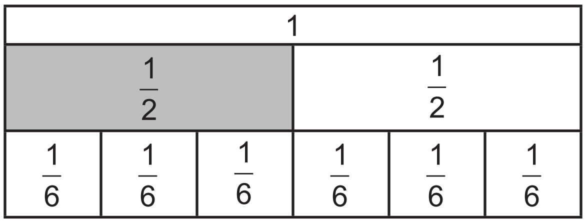
1. ¿Cuántos sextos caben en el número sombreado?

a)



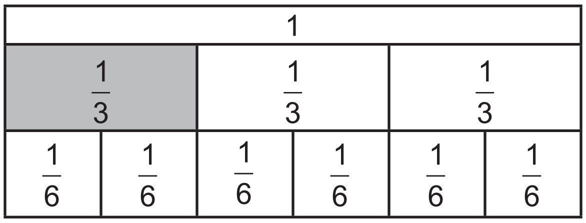
$1 : \frac{1}{6} =$ ______

b)



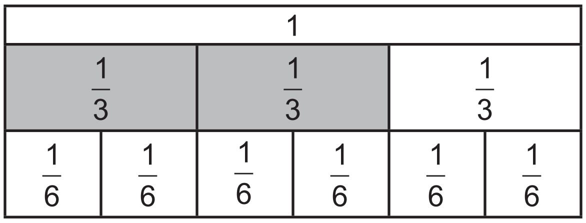
$\frac{1}{2} : \frac{1}{6} =$ ______

c)



$\frac{1}{3} : \frac{1}{6} =$ ______

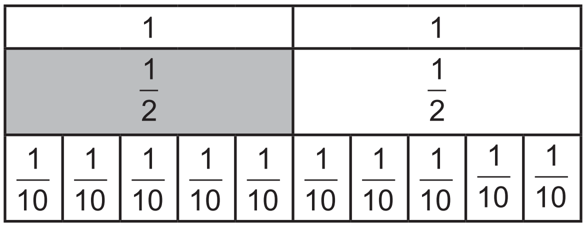
d)



$\frac{2}{3} : \frac{1}{6} =$ ______

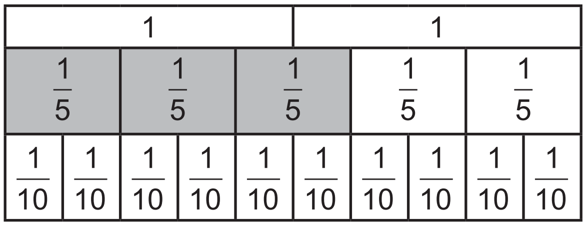
2. ¿Cuántos décimos caben en el número sombreado? Formula las divisiones.

a)



____

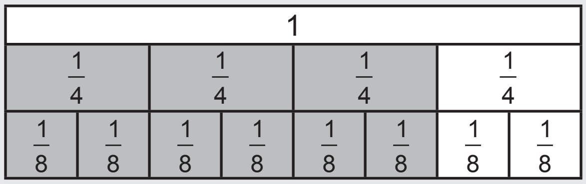
b)



____

Para calcular $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$, nos preguntamos: ¿Cuántos octavos caben en $\frac{3}{4}$?

Caben 8 octavos en 1 unidad, así que $\frac{3}{4}$ de 8 octavos caben en $\frac{3}{4}$. $\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$ de $8 = \frac{3}{4} \times 8 = 6$.



3. Expresa las divisiones en forma de multiplicación.

a) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \times 6$

b) $\frac{3}{4} : \frac{1}{12} =$

c) $\frac{3}{2} : \frac{1}{10} =$

d) $\frac{5}{3} : \frac{1}{6} =$

RECUERDA: $\frac{3}{4}\times 8 = 8\times\frac{3}{4} = \frac{24}{4} = \xleftarrow{\quad} 8 \times 3$

$= 6$

4. Multiplica las fracciones por los números naturales.

a) $\frac{3}{5}\times 10 = \frac{30}{5} =$ ← 3×10

$= 6$

b) $\frac{1}{4}\times 8 =$

c) $\frac{2}{5}\times 15 =$

d) $\frac{3}{4}\times 24 =$

5. Utiliza la multiplicación para hacer las divisiones.

a) $\frac{2}{3} : \frac{1}{9} = \frac{2}{3}\times 9 =$

$= \frac{18}{3} =$

$= 6$

b) $\frac{5}{3} : \frac{1}{6} =$

c) $\frac{9}{5} : \frac{1}{20} =$

d) $\frac{5}{4} : \frac{1}{12} =$

Dividimos las fracciones negativas entre fracciones unitarias igual que las fracciones positivas entre fracciones unitarias.

Recuerda: $(-) : (+) = -$ $\quad (+) : (-) = -$ $\quad (-) : (-) = +$

Ejemplos: $-\frac{3}{4} : \frac{1}{5} = -\frac{3}{4}\times 5 = -\frac{15}{4}$ $\qquad -\frac{3}{4} : \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{3}{4} : \frac{1}{8} = \frac{3}{4}\times 8 = \frac{\quad}{\quad} =$

6. Deduce si los resultados son positivos o negativos y luego haz las divisiones.

a) $-\frac{2}{5} : \frac{1}{3} =$ (−) ______ × ______ = ______

b) $\frac{2}{5} : \left(-\frac{1}{3}\right) =$ ◯ ______ × ______ = ______

c) $\frac{1}{3} : \frac{-1}{2} =$ ◯ ______ × ______ = ______

d) $-\frac{3}{4} : \frac{1}{-3} =$ ◯ ______ × ______ = ______

e) $-\frac{4}{7} : \left(-\frac{1}{5}\right) =$ ◯ ______ × ______ = ______

Extra ▸ $\frac{2}{5} : \left(-\frac{-1}{-4}\right) =$ ◯ ______ × ______ = ______

7. Divide. Primero convierte los números mixtos en fracciones impropias.

a) $-1\frac{2}{3} : \frac{1}{4} = -\frac{5}{3}\times 4 =$

$= -\frac{20}{3} = -6\frac{2}{3}$

b) $1\frac{3}{4} : \left(-\frac{1}{5}\right) =$

c) $1\frac{5}{7} : \left(-\frac{1}{2}\right) =$

d) $-3\frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{3}\right)$

e) $1\frac{2}{7} : \frac{1}{3}$

f) $-1\frac{1}{5} : \left(-2\frac{1}{3}\right)$

NS7-37 Dividir enteros entre fracciones

1. Señala bloques de $\frac{3}{4}$. ¿Cuántos caben en 3 unidades?

1				1				1			
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$3 : \frac{3}{4} =$ ______

2. Señala bloques de $\frac{2}{3}$. ¿Cuántos caben en 4 unidades?

1			1			1			1		
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$4 : \frac{2}{3} =$ ______

¿Cuántas barras de $\frac{2}{5}$ m caben en una barra que mide 4 m?

Paso 1: Calculamos cuántas barras de $\frac{1}{5}$ m caben en una barra que mide 4 m.

1					1					1					1				
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

$4 : \frac{1}{5} = 20$

Paso 2: Dado que $\frac{2}{5}$ m es el doble de $\frac{1}{5}$ m, cabrán la mitad de barras de $\frac{2}{5}$ m.

1					1					1					1				
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

Dividimos el resultado del paso 1 entre 2, $20 : 2 = 10$, por tanto $4 : \frac{2}{5} = 10$.

3. Deduce cuántos trozos caben.

a) ¿Cuántos trozos de $\frac{2}{3}$ caben en 4 unidades?

En 4 caben *$4 \times 3 = 12$* trozos de $\frac{1}{3}$, así que caben *$12 : 2 = 6$* trozos de $\frac{2}{3}$.

b) ¿Cuántos trozos de $\frac{3}{4}$ caben en 6?

En 6 unidades caben ____________ trozos de $\frac{1}{4}$, así que caben ____________ trozos de $\frac{3}{4}$.

c) Cuántos trozos de $\frac{3}{5}$ caben en 6 unidades?

En 6 unidades caben ____________ trozos de $\frac{1}{5}$, así que caben ____________ trozos de $\frac{3}{5}$.

4. Formula cada resultado del ejercicio 3 en forma de división.

a) *$4 : \frac{2}{3} = 6$*　　b)　　c)

RECUERDA: Comprobamos la división con una multiplicación: $8 : 2 = 4$ porque $2 \times 4 = 8$.

5. Para comprobar los resultados del ejercicio 4, haz las multiplicaciones y simplifica los resultados.

a) $6 \times \frac{2}{3} = \frac{12}{3} = 4$ ✓ b) c)

6. Haz las divisiones.

a) $6 : \frac{2}{3} = (\underline{\ 6\ } \times \underline{\ 3\ }) : \underline{\ 2\ } = 18 : 2 = 9$

b) $8 : \frac{2}{5} = (\underline{\ 8\ } \times \underline{\ 5\ }) : \underline{\ 2\ } =$

c) $10 : \frac{2}{5} = (\_\_\_ \times \_\_\_) : \_\_\_ =$

d) $5 : \frac{1}{4} = (\_\_\_ \times \_\_\_) : \_\_\_ =$

e) $6 : \frac{1}{2} = (\_\_\_ \times \_\_\_) : \_\_\_ =$

f) $12 : \frac{3}{4} = (\_\_\_ \times \_\_\_) : \_\_\_ =$

Para encontrar la **fracción inversa** de una fracción, le damos la vuelta.

Ejemplos: La fracción inversa de $\frac{7}{5}$ es $\frac{5}{7}$ y la fracción inversa de $\frac{1}{4}$ es $\frac{4}{1}$ o 4.

La fracción inversa de $-\frac{3}{4}$ es $-\frac{4}{3}$ y la fracción inversa de $\frac{8}{-5}$ es $\frac{-5}{8}$ o $-\frac{5}{8}$.

7. Expresa la fracción inversa de cada fracción.

a) La fracción inversa de $\frac{3}{2}$ es $\frac{\ }{\ }$

b) La fracción inversa de $\frac{4}{9}$ es $\frac{\ }{\ }$

c) La fracción inversa de $-\frac{2}{5}$ es $\frac{\ }{\ }$

d) La fracción inversa de $\frac{7}{-2}$ es $\frac{\ }{\ }$

e) La fracción inversa de $\frac{1}{8}$ es $\frac{\ }{\ } =$

Extra ▶ La fracción inversa de -3 es $\frac{\ }{\ }$

Teresa emplea la regla de **invertir y multiplicar** para calcular $8 : \frac{4}{5}$

$$8 : \frac{4}{5} = 8 \times \frac{5}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

Así, ha llegado al mismo resultado que con el método anterior: $8 : \frac{4}{5} = (8 \times 5) : 4 = 40 : 4 = 10$ ✓

8. Emplea la regla de invertir y multiplicar para resolver el ejercicio 6.
¿Has obtenido el mismo resultado? En caso contrario, busca tu error.

a) $6 : \frac{2}{3} = 6 \times \frac{3}{2} = \frac{18}{2} = 9$ ✓

b) $8 : \frac{2}{5} =$

c) $10 : \frac{2}{5} =$

d) $5 : \frac{1}{4} =$

e) $6 : \frac{1}{2} =$

f) $12 : \frac{3}{4} =$

Dividimos los enteros negativos entre fracciones igual que los enteros positivos (o naturales) entre fracciones. Recuerda: $(+):(-)=-$ $(-):(-)=+$ $(-):(+)=-$

Ejemplo: $-8 : \frac{2}{5} = -(8 \times 5) : 2 = -40 : 2 = -20$

O usamos la regla de invertir y multiplicar: $-8 : \frac{2}{5} = -\left(8 \times \frac{5}{2}\right) = -\frac{40}{2} = -20$ ✓

9. Emplea la regla de invertir y multiplicar para hacer las divisiones.

a) $2 : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\left(2 \times \frac{3}{2}\right) = -\frac{6}{2} = -3$

b) $-8 : \left(-\frac{4}{5}\right) =$

c) $15 : \frac{5}{-2} =$

d) $12 : \left(-\frac{4}{-5}\right) =$

10. Emplea la regla de invertir y multiplicar para hacer las divisiones. Simplifica los resultados.

a) $6 : \left(-\frac{4}{5}\right) = -\left(6 \times \frac{5}{4}\right) = -\frac{30}{4} = -\frac{15}{2}$

b) $2 : \frac{-6}{5} =$

c) $-9 : \frac{6}{5} =$

d) $-15 : \frac{9}{-2} =$

e) $12 : \left(-\frac{8}{-3}\right) =$

Extra ▶ $30 : \left(-\frac{-15}{-4}\right) =$

RECUERDA: Comprobamos la división con una multiplicación: $-8 : 2 = -4$ porque $-4 \times 2 = -8$.

11. Para comprobar los resultados del ejercicio 10, multiplica y simplifica los resultados.

a) $-\frac{15}{2} \times \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{60}{10} = 6$ ✓

b)

c)

d)

e)

Extra ▶

12. Divide. Primero convierte los números mixtos en fracciones impropias.

a) $-3 : 1\frac{3}{4} = -3 : \frac{7}{4} = -3 \times \frac{4}{7} =$

$= -\frac{12}{7} = -1\frac{5}{7}$

b) $2 : \left(-1\frac{4}{5}\right) =$

c) $-5 : \left(-1\frac{1}{3}\right)$

d) $-2 : \left(-2\frac{1}{3}\right)$

e) $-4 : \left(-1\frac{2}{3}\right)$

f) $6 : \left(-3\frac{3}{4}\right)$

NS7-38 Dividir entre fracciones

1. Emplea la regla de invertir y multiplicar para hacer las divisiones.

a) $1 : \frac{4}{5} = 1 \times \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$ b) $1 : \left(-\frac{5}{8}\right) =$ c) $1 : \frac{3}{-5} =$

RECUERDA: Comprobamos la división con una multiplicación: $-8 : 2 = -4$ porque $-4 \times 2 = -8$.

Para multiplicar fracciones, multiplicamos numeradores por denominadores:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{5 \times 7} = \frac{6}{35}$$

2. Encuentra las fracciones inversas para dividir. Comprueba tus resultados con una multiplicación.

a) $1 : \left(-\frac{8}{3}\right) = -\frac{3}{8}$ b) $1 : \frac{7}{5} =$ c) $1 : \frac{5}{9} =$

Comprueba: $-\frac{3}{8} \times \left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{24}{24} = 1$ ✓ Comprueba: Comprueba:

3. ¿Cuántos $\frac{2}{5}$ de taza hay en 1 taza de nata? ¿Entre qué dos números naturales se encuentra el resultado?

4. Un campo rectangular con un área de 1 km² tiene $\frac{2}{3}$ de 1 km de ancho. ¿Cómo es de largo?

Mercedes calcula $\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$ en dos pasos.

Paso 1: Mercedes calcula cuántos $\frac{2}{3}$ caben en 1.

$$1 : \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$$

Paso 2: Mercedes calcula $\frac{4}{5}$ de $\frac{3}{2}$.

$$\frac{4}{5} \text{ de } \frac{3}{2} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

5. Expresa las divisiones en forma de multiplicación.

a) $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times$ ___ b) $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times$ ___ c) $\frac{7}{8} : \frac{1}{3} = \frac{7}{8} \times$ ___

6. Emplea la regla de invertir y multiplicar para hacer las divisiones. Simplifica los resultados.

a) $\frac{3}{4} : \frac{5}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} =$

$= \frac{6}{20} =$

$= \frac{3}{10}$

b) $\frac{4}{7} : \frac{3}{5} =$ c) $\frac{7}{9} : \frac{9}{12} =$

7. Utiliza la multiplicación para comprobar los resultados del ejercicio 6.

a) $\frac{3}{10} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{20} =$

$= \frac{3}{4}$

b)

c)

8. Divide. Primero convierte los números mixtos en fracciones impropias.

a) $4\frac{2}{3} : \frac{3}{5} = \frac{14}{3} \times \frac{5}{3} =$

$= \frac{70}{9} = 7\frac{7}{9}$

b) $2\frac{3}{5} : \frac{4}{7} =$

c) $\frac{2}{5} : 2\frac{1}{3} =$

d) $3\frac{2}{5} : \frac{3}{4}$

e) $1\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2}$

f) $4\frac{1}{5} : 1\frac{1}{4}$

Dividimos las fracciones negativas entre fracciones igual que las fracciones positivas.

Recuerda: $(-) : (+) = -$ $(+) : (-) = -$ $(-) : (-) = +$

Ejemplo: $-\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = -\frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = -\frac{15}{8}$

9. Divide. Pista: Deduce primero si el resultado es positivo o negativo.

a) $-\frac{2}{5} : \frac{3}{2} = -\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} =$

$= -\frac{4}{15}$

b) $-\frac{7}{5} : \left(-\frac{3}{4}\right) =$

c) $\frac{3}{4} : \left(-\frac{6}{5}\right) =$

10. Divide. Pista: Convierte los números mixtos en fracciones impropias.

a) $-2\frac{1}{3} : \frac{3}{4} = -\frac{7}{3} \times \frac{4}{3} =$

$= -\frac{28}{9} = -3\frac{1}{9}$

b) $2\frac{3}{4} : \left(-\frac{3}{5}\right) =$

c) $-1\frac{3}{5} : \left(-1\frac{1}{2}\right) =$

11. Álex hace una tarta con $\frac{1}{3}$ de taza de azúcar. La tarta se divide en 12 porciones. ¿Cuánto azúcar hay en cada porción?

12. Yuri ha comprado $\frac{4}{5}$ kg de lasaña. Cada persona come $\frac{2}{35}$ kg. ¿Cuántas personas pueden comer?

13. Un cordel que mide $2\frac{2}{5}$ m se divide en trozos de 40 cm. ¿Cuántos trozos se obtienen?
Pista: Convierte 40 cm a una fracción de un metro.

NS7-39 Problemascon fracciones

Resuelve todos los problemas en tu cuaderno.

1. 1 pie mide 12 pulgadas. 1 yarda mide 3 pies. ¿Qué fracción de 1 yarda son 8 pulgadas?
   Pista: Primero, calcula cuántas pulgadas hay en una yarda.

2. 1 año tiene 12 meses. 1 decenio tiene 10 años.
   ¿Qué fracción de un decenio son 8 meses?

3. ¿Qué fracción de un día son 45 minutos?

4. Si 1 año tiene 52 semanas, ¿qué fracción de 1 siglo son 13 semanas?

5. ¿Qué fracción de 1 día son 40 segundos?

6. 3 personas se reparten $\frac{4}{5}$ de una lasaña. ¿Qué fracción de lasaña se come cada una?

7. Carla ha comprado $\frac{8}{3}$ de tazas de azúcar. Ha utilizado $\frac{1}{4}$ para hacer una tarta.
   Después, se ha comido $\frac{3}{10}$ de la tarta. ¿Cuánto azúcar se ha comido?

8. 5 personas se reparten $\frac{1}{2}$ kg de almendras. ¿Cuánto le toca a cada persona?

9. Un cordel que mide $3\frac{1}{2}$ m se divide en 5 partes iguales. ¿Cuánto mide cada parte?
   Pista: Convierte el número mixto en una fracción impropia.

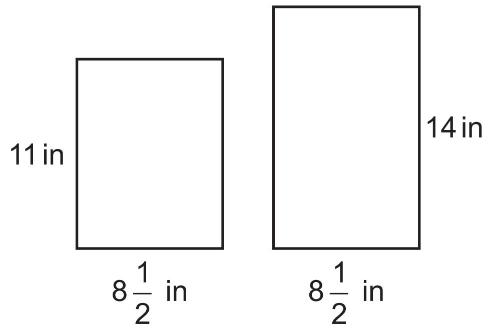
10. ¿Cuántas $\frac{1}{2}$ de taza hay en $\frac{3}{4}$ de una taza de yogur?

11. ¿Qué ancho tiene un terreno rectangular de $1\frac{3}{4}$ km de largo y $\frac{1}{2}$ km^2 de área?

12. Tadeo necesita $1\frac{1}{3}$ de taza para hacer una tarta. Tiene una cuchara que mide $\frac{1}{4}$ de taza. ¿Cuántas cucharadas necesita?

13. Samuel pedalea $\frac{2}{3}$ km en 4 minutos. ¿Cuánto pedalea en 1 minuto?

14. La hoja holandesa mide $8\frac{1}{2}$ por 11 pulgadas y el folio mide $8\frac{1}{2}$ por 14 pulgadas. ¿En cuánto supera el folio a la hoja holandesa?



15. La temperatura actual es de 0 °C. La temperatura aumenta $2\frac{1}{2}$ °C cada hora.

Formula expresiones que representen cuál era o será la temperatura…

a) hace 3 horas $(-3)\times\left(2\frac{1}{2}\right)=\left(-7\frac{1}{2}\right)$ b) dentro de 3 horas ____________

c) hace 5 horas ____________ d) dentro de 5 horas ____________

16. La temperatura actual es de 0 °C y desciende $1\frac{1}{2}$ °C cada hora.

Formula expresiones que representen cuál era o será la temperatura…

a) hace 3 horas $(-3)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)=\left(+4\frac{1}{2}\right)$ b) dentro de 3 horas ____________

c) hace 5 horas ____________ d) dentro de 5 horas ____________

17. La temperatura actual es de 0 °C. Formula expresiones que demuestren tus resultados.

a) La temperatura desciende una media de $3\frac{1}{4}$ °C cada hora. ¿Cuál será la temperatura dentro de 8 horas? ____________

b) La temperatura aumenta una media de $1\frac{3}{4}$ °C cada día. ¿Cuál será la temperatura dentro de una semana? ____________

c) La temperatura aumenta $3\frac{1}{2}$ °C cada semana. ¿Cuál era la temperatura hace 6 semanas?

____

d) La temperatura desciende $\frac{1}{2}$ °C cada minuto. ¿Cuál era la temperatura hace $3\frac{1}{2}$ minutos?

____

Llibre7.2.indb 19 21/7/16 9:36

Dividir decimales entre enteros

> RECUERDA: Para dividir entre 10, 100 o 1.000, desplazamos la coma decimal 1, 2, 3 posiciones a la izquierda.
>
> Ejemplo: 85 = 85,0; por tanto,
>
> 85 : 10 = 8,5 85 : 100 = 0,85 85 : 1.000 = 0,085

1. Divide.

a) 7 : 100 = ______ b) 26 : 10 = ______ c) 51 : 100 = ______

d) 923 : 1.000 = ______ e) 923 : 100 = ______ f) 923 : 10 = ______

2. Cuenta cuántas posiciones desplazarías la coma decimal para obtener un número natural. Después, formula las divisiones.

a)

	0,	0	6

_2_ cifras

dos ceros

0,06 = 6 : _100_

b)

0,	0	3	2

______ cifras

0,032 = 32 : ________

c)

	7	0,	1

______ cifras

70,1 = 701 : ________

d)

0,	2	0	7

0,207 = ___________

e)

0,	0	1	9

0,019 = ___________

f)

1,	0	0	3

1,003 = ___________

3. Expresa en forma de división de números naturales entre 10, 100 o 1.000.

a) 2,4 : 4 =
= (_24_ : _10_) : _4_ =
= (_24_ : _4_) : _10_

b) 0,35 : 7 =
= (_____ : _____) : _____ =
= (_____ : _____) : _____

c) 0,42 : 6 =
= ______________________ =
= ______________________

d) 5,6 : 7 e) 0,016 : 8 f) 14,08 : 2

4. Reformula cada división en un solo paso y luego divide.

a) 3,2 : 4 =
= _(32 : 4) : 10_ =
= _8 : 10 = 0.8_

b) 0,15 : 5 =
= ____________________ =
= ____________________

c) 0,054 : 9 =
= ____________________ =
= ____________________

d) 5,6 : 7 e) 8,46 : 2 f) 0,00015 : 5

5. Eli pedalea 0,63 kilómetros en 7 minutos. ¿Cuánto pedalea en 1 minuto?

Para calcular 5,12 : 2 con la división larga:

Paso 1: Dividimos sin tener en cuenta la coma, como si se tratase de números naturales.

Paso 2: Cuando bajamos la primera cifra decimal del dividendo, colocamos la coma en el cociente.

Por tanto, 5,12 : 2 = 2,56

	5	1	2	: 2 = 2 5 6
−	4			
	1	1		
−	1	0		
		1	2	
−		1	2	
			0	

	5,	1	2	: 2 = 2, 5 6
−	4			
	1	1		
−	1	0		
		1	2	
−		1	2	
			0	

6. Si 438 : 3 = 146, coloca la coma decimal en el lugar correcto. Añade los ceros que necesites.

a) 4,3 8 : 3 = 1 4 6 b) 4 3,8 : 3 = 1 4 6

c) 0,4 3 8 : 3 = 1 4 6 d) 0 4 3 8, : 3 = 1 4 6

7. Divide sin tener en cuenta la coma. Luego coloca la coma decimal en el lugar correcto.

a) 2,5 5 : 3 = ___ , ___

b) 7 1,6 : 4 = ___ ___ ,

c) 9 3,6 : 9 = ___ ___ ,

d) 8,4 : 3 e) 1,28 : 3 f) 35,6 : 4 g) 10,4 : 2

8. Cuatro mandarinas pesan 0,2 kilogramos. ¿Cuánto pesa cada mandarina?

Usamos dos métodos para expresar $\frac{3}{5}$ como decimal:

Método 1: Con fracciones equivalentes

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

Método 2: Con la división larga

Escribimos 3 como 3,0 y calculamos 3,0 : 5. $\frac{3}{5} = 0{,}6$

	3,	0	: 5 = 0,6
−	3	0	
	0	0	

9. Utiliza la división larga para expresar las fracciones como números decimales.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{2}{4}$ d) $\frac{2}{5}$

Carlos utiliza la división larga para expresar $\frac{3}{4}$ como decimal:

Carlos expresa 3 como 3,00 y luego calcula 3,00 : 4.

$$\frac{3}{4} = 0{,}75$$

	3,	0	0	: 2 =	0,	7 5
−	2	8	↓			
	0	2	0			
−	0	2	0			
	0	0	0			

10. Utiliza la división larga para expresar las fracciones como decimales.

a) $\frac{1}{4} =$

1,00 : 4 = 0,

b) $\frac{5}{4} =$

5,00 : 4 = 1,

c) $\frac{1}{8} =$

1,000 : 8 = 0

11. Utiliza la división larga para expresar las fracciones como decimales.
Recuerda: $(-) : (+) = -$, $(+) : (-) = -$, $(-) : (-) = +$

a) $-\frac{1}{5} =$

1,0 : 5 = 0,

b) $-\frac{7}{4} =$

7,00 : 4 = 1,

c) $\frac{7}{-8} =$

7,000 : 8 = 0,

12. 5 trozos de madera miden 2,8 metros en total. ¿Cuántos metros mide cada trozo si todos miden lo mismo?

13. La mejor marca en relevos 4×100 m masculinos en los JJ.OO. de Londres 2012 fue de 36,84 s. ¿Cuál fue el tiempo medio de cada atleta?

NS7-41 Dividir entre decimales

1. a) Muestra cuántos 4 caben en 8.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

8 : 4 = ______

b) Muestra cuántos 0,4 caben en 0,8.

0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0

0,8 : 0,4 = ______

2. a) Muestra cuántos 2 caben en 6.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

6 : 2 = ______

b) Muestra cuántos 0,2 caben en 0,6.

0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0

0,6 : 0,2 = ______

RECUERDA: (–) : (+) = –   (+) : (–) = –   (–) : (–) = +

3. Expresa como divisiones con enteros que tengan el mismo resultado. Después, divide.

a) – 0,8 : 0,4 =
= *– 8 : 4* ______ =
= ______

b) 0,4 : (– 0,2) =
= ______ =
= ______

c) – 0,6 : (– 0,3) =
= ______ =
= ______

d) 1 : (– 0,5) =
= ______ =
= ______

RECUERDA: Para multiplicar un entero por 10, añadimos un 0.

Para multiplicar un decimal por 10, desplazamos la coma decimal una posición a la derecha.

Ejemplos: – 23 × 10 = – 230   – 2,04 × 10 = – 20,4

4. Multiplica por 10.

a) – 34 × 10 =
= *– 340*

b) 0,005 × 10 =
= ______

c) – 0,26 × 10 =
= ______

d) – 0,009 × 10 =
= ______

Para calcular – 1,4 : 0,2, multiplicamos ambos números por 10: – 1,4 : 0,2 = – (1,4 : 0,2) =
= – (14 : 02) = – 7

5. Multiplica ambos números por 10 o 100 para eliminar la coma del divisor. Luego, divide.

a) 0,12 : (– 0,4) =
= *1,2 : (– 4)* =
= *– 0,3*

b) – 2,4 : 0,6 =
= ______ =
= ______

c) – 35 : 0,5 =
= ______ =
= ______

d) 0,45 : (– 0,9) =
= ______ =
= ______

e) – 24 : 0,06   f) 56 : (– 0,07)   g) – 0,3 : 0,02   h) – 2,1 : (– 0,03)

Para dividir entre un decimal, convertimos el divisor en un número natural multiplicando el dividendo y el divisor por la misma potencia de 10.

Ejemplos: 2,4 : 0,6 → 24, : 6   0,24 : 0,6 → 2,4 : 6   24, : 0,06 → 24 , : 0,06

Luego, dividimos entre el número natural usando la división larga.

6. Utiliza 238 : 14 = 17 para hacer las divisiones. Coloca las comas en la posición correcta en los resultados.

a) 23,8 : 1,4 = 17   b) 2,38 : 1,4 = 17   c) 2,38 : 14 = 17

Es posible que tengas que añadir ceros.

d) 23,80 : 1,40 = 170   e) 238 : 1,4 = 17   f) 2,38 : 0,014 = 17

Extra ▶ 2,38 : 0,000014 = 17

7. Utiliza la división larga para hacer las divisiones.

a) 3,33 : 0,9

3 3,3 : 9 = ,

b) 31,2 : 0,06

3 1 2 0, : 6 = ,

c) – 24,51 : 0,03   d) 0,243 : (– 0,09)   e) 31,65 : (– 0,5)   f) – 114,72 : (– 0,004)

8. Antonio tiene 1,44 kg de queso. Necesita 0,08 kg de queso para hacerse un bocadillo. ¿Cuántos bocadillos puede hacerse?

9. Nerea puede cargar 2,85 kg. ¿Cuántos melones de 0,5 kg puede cargar?

NS7-42 Jerarquía de las operaciones con fracciones y decimales

1. Calcula estas operaciones. Realiza primero las operaciones entre paréntesis.

a) $\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{5}\times 4\right)$ b) $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)\times 4$ c) $\frac{1}{5}+\left(\frac{4}{3} : 2\right)$ d) $\left(\frac{1}{5}+\frac{4}{3}\right) : 2$

e) $\frac{4}{3}-\left(\frac{2}{5}\times 3\right)$ f) $\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{5}\right)\times 3$ g) $\frac{4}{3}-\left(\frac{2}{5} : 2\right)$ h) $\frac{4}{3}-\left(\frac{2}{5} : 2\right)$

2. Compara las operaciones del ejercicio 1 que sean similares. ¿El orden en que realizas las operaciones afecta al resultado? _______

RECUERDA: Los matemáticos han establecido un orden en las operaciones para ahorrar paréntesis.

Realiza las operaciones en este orden:
1. Operaciones entre paréntesis
2. Multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha
3. Sumas y restas, de izquierda a derecha

Ejemplos: $10-5\times\frac{2}{5}+4=10-2+4=$ $=8+4=12$ pero $(10-5)\times\left(\frac{2}{5}+4\right)=5\times\frac{22}{5}=$ $=22$

3. Calcula.

a) $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=$
$=\frac{8}{12}-\frac{3}{12}+\frac{6}{12}=$
$=\frac{8-3+6}{12}=\frac{11}{12}$

b) $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{2}\times\left(8 : \frac{3}{4}\right)$

e) $\frac{5}{2} : 5\times\frac{4}{5}$ f) $\frac{5}{2} : \left(5\times\frac{4}{5}\right)$ g) $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ h) $\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)$

4. Elimina todos los paréntesis que no sean necesarios.
Pista: En alguna operaciones, son necesarios todos los paréntesis.

a) $\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=$ b) $\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=$

c) $\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=$ d) $\left(\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\right)\times\frac{1}{5}=$

RECUERDA: Las multiplicaciones repetidas se expresan en forma de potencia.

Ejemplos: $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$ y $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{16}{81} \begin{array}{l} \leftarrow 2^4 \\ \leftarrow 3^4 \end{array}$

5. Expresa las potencias en forma de producto.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ b) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 =$ c) $\left(\frac{3}{2}\right)^5 =$

6. Calcula las potencias.

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 =$ b) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 =$ c) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 =$

Presta atención al calcular operaciones que parezcan similares: $\frac{3}{5^2} = \frac{3}{25}$ $\frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}$ $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

7. Calcula las fracciones. Rodea con un círculo los resultados que sean iguales a $\left(\frac{5}{3}\right)^2$.

a) $\frac{5}{3^2} =$ b) $\frac{5^2}{3} =$ c) $\frac{5^2}{3^2} =$

RECUERDA: El orden correcto de las operaciones es:

1. Operaciones entre paréntesis
2. Potencias
3. Multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha
4. Sumas y restas, de izquierda a derecha

8. Utiliza el orden correcto de las operaciones para calcular.

a) $4 + \frac{2^3}{5} =$ b) $4 + \left(\frac{2}{5}\right)^3 =$ c) $4 \times \frac{9}{10^3} =$

d) $4 \times \left(\frac{9}{10}\right)^3 =$ e) $\left(\frac{3}{10} : 5\right)^2 =$ f) $\frac{3}{10} : 5^2 =$

RECUERDA: Para multiplicar decimales, multiplica primero los números naturales, luego desplaza la coma del resultado tantas posiciones como cifras decimales tengan los números que multiplicas.

Ejemplo: $12 \times 12 = 144$; por tanto, $1{,}2 \times 1{,}2 = 1{,}44$

$1 + 1 = 2$

9. a) Calcula $0{,}6^2 = 0{,}6 \times 0{,}6$.

b) Calcula $\left(\frac{3}{5}\right)^2$. Expresa el resultado con un número decimal.

c) Compara los resultados de los ejercicios *a*) y *b*). ¿Qué observas? ¿A qué es debido?

Realizamos las operaciones con decimales negativos y fracciones siguiendo la misma jerarquía que con los números naturales.

¡Las multiplicaciones repetidas de números negativos también se expresan en forma de potencia!

Ejemplos: $(-3)^4 = -3 \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$ y $\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = -\frac{3}{5} \times \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{3 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 5} = -\frac{27}{125}$

10. Expresa las potencias en forma de producto.

a) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

b) $\left(\frac{-1}{3}\right)^4 =$

c) $1{,}3^5 =$

d) $\left(\frac{-2}{-7}\right)^5 =$

11. Calcula las potencias.

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5 =$

b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 =$

c) $(-0{,}3)^4 =$

d) $\left(\frac{-2}{-5}\right)^2 =$

12. Calcula. Simplifica los resultados.

a) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) =$

b) $2\frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) : \left(-2\frac{1}{3}\right) =$

c) $-\frac{4}{9} \times \left(-\frac{9}{8}\right) + \left(-\frac{7}{8}\right) \times \frac{2}{14} =$

d) $\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) =$

e) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{5}{4} =$

f) $\left(-\frac{3}{4} - \left(-\frac{5}{6}\right)\right) : \left(\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{2}\right)\right) =$

NS7-43 Operaciones con fracciones y decimales

1. Sustituye las variables por los números dados y resuelve las operaciones.

a) $t + 2\frac{1}{5},\ \ t = \frac{3}{5}$

$\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5} =$

$= 2\frac{4}{5}$

b) $n + 1\frac{2}{10},\ \ n = \frac{3}{10}$

c) $t - \frac{2}{7},\ \ t = 3\frac{4}{7}$

d) $1\frac{5}{6} - z,\ \ z = \frac{1}{6}$

e) $3x + 2,\ \ x = \frac{5}{8}$

f) $n - 1\frac{1}{10},\ \ n = 3\frac{2}{5}$

RECUERDA: Para simplificar una operación como la siguiente, reducimos los términos semejantes.

Ejemplo: $3x - 6 - 4x + 4 + 5x - x = \underbrace{3x}_{3x - 4x + 5x - x}\ \underbrace{-\ 2}_{-6 + 4}$

2. Reduce los términos semejantes para simplificar las operaciones.

a) $4x - 1 - 3x$

b) $2 - 4x + 5$

c) $-5x + 3 + 3x - 8$

d) $3x + 4 + 7 + 6x$

e) $2x + 1 + 4 + 3x + 5$

f) $3x + 2 + 5x + 4 + 7 + x$

Simplificamos las operaciones con términos fraccionarios del mismo modo.

Ejemplo: $\frac{3}{7}x - \frac{1}{5} - \frac{1}{7}x + \frac{4}{5} = \underbrace{\frac{2}{7}x}_{\frac{3}{7}x - \frac{1}{7}x} + \underbrace{\frac{3}{5}}_{-\frac{1}{5} + \frac{4}{5}}$

3. Simplifica las operaciones y luego simplifica los resultados.

a) $\frac{2}{3}x - \frac{4}{5} - \frac{1}{3}x$

b) $\frac{7}{9} - \frac{1}{9}x - \frac{4}{9}$

c) $-\frac{4}{7}x + \frac{1}{6} - \frac{2}{3} + \frac{3}{7}x$

d) $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} + \frac{3}{4}x - \frac{2}{3}$

e) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}x + \frac{4}{5} + \frac{1}{3}x - \frac{3}{5}$

f) $-\frac{3}{5}x - \frac{2}{3} + \frac{1}{6}x - \frac{4}{9} + \frac{2}{3}x$

4. Completa la tabla. ¿Equivale $-(x+5)$ a $-x+5$ o a $-x-5$? ________

x	$-(x+5)$	$-x+5$	$-x-5$
0	$-(0+5)=-5$	$-0+5=$	$-0-5=$
1	$-(1+5)=$		
2			
−1			
−3			

RECUERDA: $-(+)=-$ $\qquad -(-)=+$

Un signo menos delante de un paréntesis cambia el signo de **todos los términos** que contiene el paréntesis.

Ejemplo: $-(x+5)=-x-5$ y $-(x-5)=-x+5$

5. Reduce los términos semejantes para restar las expresiones.

a) $(7x+5)-(3x+4)=$

$=7x+5-3x-4=$

$=7x-3x+5-4=$

$=4x+1$

b) $(8x+3)-(2x-2)$

c) $(3x+8)-(x+5)$

d) $(9x+7)-(3x-4)$

Extra ▶ $(-4x+7-3x)-(5-2x-3)$

Sumamos o restamos términos semejantes con coeficientes fraccionarios y decimales del mismo modo.

Ejemplo: $2{,}5x+0{,}6+1{,}3x-1{,}4=\underbrace{3{,}8x}_{2{,}5x+1{,}3x}-\underbrace{0{,}8}_{0{,}6-1{,}4}$

6. Reduce los términos semejantes para sumar o restar.

a) $0{,}4x+(2{,}5x-3)$

b) $2{,}1x-(1{,}6x-1{,}2)$

c) $\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{7}x\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{4}{7}x\right)$

d) $\left(\frac{4}{9}x-\frac{3}{10}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{4}{9}x\right)$

7. Cada bocadillo pesa 3,50 g y cada refresco pesa 1,50 g. El peso de b bocadillos y r refrescos es de $3{,}50b+1{,}50r$. Calcula el peso de...

a) 5 bocadillos y 4 refrescos

$3{,}50b+1{,}50r=$

$=3{,}50(5)+1{,}50(4)=$

$=17{,}50+6{,}00=23{,}50$

El peso es de *23,50 g*.

b) 6 bocadillos y 6 refrescos

El peso es de ________.

c) 2 bocadillos y 7 refrescos

El peso es de ________.

NS7-44 Fracciones compuestas

RECUERDA: Podemos expresar una división en forma de fracción.

$(+) : (-) = -$ $\quad$ $(-) : (-) = +$ $\quad$ $(-) : (+) = -$

Ejemplos: $3 : 4 = \frac{3}{4}$ $\quad$ $-10 : 5 = \frac{-10}{5} = -2$ $\quad$ $-8 : (-2) = \frac{-8}{-2} = \frac{8}{2} = 4$

1. Expresa las divisiones en forma de fracción. Simplifica los resultados.

a) $-2 : 8 = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$ $\quad$ b) $4 : 10 =$ $\quad$ c) $18 : (-12) =$

d) $21 : (-3) =$ $\quad$ e) $(-12) : (-8) =$ $\quad$ f) $-27 : 24 =$

g) $(4 + 3) : 10 = \frac{4+3}{10} = \frac{7}{10}$ $\quad$ h) $8 : (3 - 1) =$ $\quad$ **Extra** ▶ $(4 + 5) : (7 - 1) =$

2. Expresa las fracciones en forma de división y luego divide.

a) $\frac{-6}{3} = -6 : 3 = -2$ $\quad$ b) $\frac{15}{-5} =$ $\quad$ c) $\frac{-12}{-4} =$

d) $-\frac{-21}{7} = -(-21) : 7 = 3$ $\quad$ e) $-\frac{24}{-3} =$ $\quad$ f) $\frac{-15}{3} =$

g) $-\frac{-77}{11} =$ $\quad$ h) $\frac{-39}{13} =$ $\quad$ i) $-\frac{-18}{-6} =$

$\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}}$ es una **fracción compuesta**.

En una fracción compuesta, el numerador y/o el denominador contienen fracciones. Podemos expresar las fracciones compuestas en forma de división como hacemos con el resto de fracciones.

Ejemplos: $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}} = \frac{3}{4} : \frac{5}{7}$ $\quad$ $\dfrac{\frac{3}{4}}{5} = \frac{3}{4} : 5$ $\quad$ $\dfrac{-\frac{2}{3}}{\frac{5}{8}} = -\frac{2}{3} : \frac{5}{8}$

3. Expresa en forma de división cada fracción compuesta.

a) $\dfrac{\frac{2}{3}}{-5} = \frac{2}{3} : (-5)$ $\quad$ b) $\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{7}} =$ $\quad$ c) $\dfrac{-\frac{2}{5}}{-\frac{3}{4}} =$

d) $\dfrac{-4}{\frac{1}{3}} =$ $\quad$ e) $-\dfrac{\frac{3}{7}}{\frac{1}{3}} =$ $\quad$ f) $-\dfrac{\frac{5}{3}}{-4} =$

Para resolver una fracción compuesta, la expresamos en forma de división.

Ejemplos: $\dfrac{\frac{3}{5}}{-2} = \dfrac{3}{5} : (-2) = -\dfrac{3}{5 \times 2} = -\dfrac{3}{10}$ $\qquad$ $\dfrac{-\frac{2}{3}}{\frac{5}{8}} = -\dfrac{2}{3} : \dfrac{5}{8} = -\dfrac{2}{3} \times \dfrac{8}{5} = -\dfrac{16}{15}$

4. Calcula las fracciones compuestas del ejercicio 3.

a) $\dfrac{\frac{2}{3}}{-5} = \dfrac{2}{3} : (-5) = -\dfrac{2}{3 \times 5} = -\dfrac{2}{15}$

b) $\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{7}} =$

c) $\dfrac{-\frac{2}{5}}{-\frac{3}{4}} =$

d) $\dfrac{-4}{\frac{1}{3}} =$

e) $-\dfrac{\frac{3}{7}}{\frac{1}{3}} =$

f) $-\dfrac{\frac{5}{3}}{-4} =$

El numerador y el denominador de una fracción compuesta pueden contener una operación.

Ejemplos: $\dfrac{\frac{3}{5} + \frac{1}{5}}{2}$ $\qquad$ $\dfrac{\frac{2}{7} \times \frac{1}{5}}{\frac{1}{6} - \frac{3}{4}}$

5. Calcula. Simplifica los resultados.

a) $\dfrac{\frac{2}{3} : 2}{-5 \times \frac{1}{3}} = \dfrac{\frac{2}{3 \times 2}}{-\frac{5}{3}} = \dfrac{\frac{2}{6}}{-\frac{5}{3}} = \dfrac{\frac{1}{3}}{-\frac{5}{3}} = \dfrac{1}{3} : \left(-\dfrac{5}{3}\right) = -\left(\dfrac{1}{3} \times \dfrac{3}{5}\right) = -\dfrac{3}{15} = -\dfrac{1}{5}$

b) $\dfrac{\frac{7}{8} : \left(-2\frac{3}{4}\right)}{\frac{1}{11} - \frac{5}{22}} =$

c) $\dfrac{-\frac{2}{5} \times 1\frac{1}{2}}{-\frac{3}{4} : \frac{3}{5}} =$

d) $\dfrac{-\frac{4}{3} : 8}{3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}} =$

Problemas con números racionales

Resuelve todos los problemas en tu cuaderno.

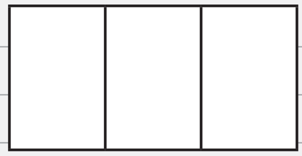
1. Andrés tenía \$4.800. Ha gastado $\frac{1}{4}$ del dinero en un libro y $\frac{3}{8}$ en unos guantes.

a) ¿Cuánto dinero se ha gastado Andrés en los guantes?

b) ¿Cuánto dinero le queda?

2. Yu, Pablo y Carla han pintado un muro.

Yu ha pintado $\frac{2}{5}$ del muro y Pablo ha pintado $\frac{1}{3}$.



a) ¿Qué fracción del muro ha pintado Carla?

b) Cada uno ha pintado una sección rectangular. El muro mide 30m. ¿Qué ancho tenía la sección de cada uno?

3. Ciro estira $\frac{1}{2}$ hora, camina $\frac{2}{3}$ de hora y corre $\frac{2}{5}$ de hora.

Emplea ambos métodos para calcular los minutos que pasa haciendo ejercicio.

Método 1: Suma las fracciones y luego convierte el resultado a minutos.

Método 2: Convierte las fracciones a minutos y luego súmalas.

¿Has obtenido el mismo resultado de las dos formas?

4. Julia ha hablado por teléfono $\frac{1}{5}$ de hora. Eric ha hablado por teléfono $\frac{1}{100}$ de día. ¿Quién ha hablado por teléfono más tiempo?

5. Martina hace un salto de tijera cada $\frac{3}{4}$ de un segundo. ¿Cuántos puede hacer en $\frac{7}{10}$ de minuto? Rodea con un círculo la fórmula correcta y justifica tu respuesta.

$\frac{7}{10} \times \frac{3}{4}$ $\quad$ $\frac{7}{10} : \frac{3}{4}$ $\quad$ $\frac{3}{4} : \frac{7}{10}$ $\quad$ $42 : \frac{3}{4}$ $\quad$ $\frac{7}{10} : 45$ $\quad$ $45 : \frac{7}{10}$ $\quad$ $42 \times \frac{3}{4}$

6. Inventa un problema que requiera resolver estas operaciones.

a) $\frac{4}{5} + \frac{1}{3}$ $\quad$ b) $\frac{4}{5} - \frac{1}{3}$ $\quad$ c) $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$ $\quad$ d) $\frac{10}{3} : \frac{2}{5}$

7. Los expertos recomiendan dedicar $\frac{3}{8}$ del día a dormir. ¿Cuántas horas deberíamos dormir a la semana? ¿A qué fracción de la semana equivale?

8. Marcos ha pasado $\frac{3}{4}$ de hora haciendo los deberes de matemáticas, $\frac{2}{5}$ de hora haciendo los de geografía y $\frac{5}{6}$ de hora haciendo los de ciencias.

a) Compara las fracciones antes de responder.

i) ¿Marcos ha dedicado más o menos de una hora a la geografía?

ii) ¿Ha dedicado más tiempo a las matemáticas o a las ciencias?

b) Deduce si los problemas requieren sumar, restar, multiplicar o dividir. Luego, resuelve los problemas.

i) Marcos ha dedicado $\frac{1}{3}$ del tiempo de matemáticas a resolver problemas. ¿Qué fracción de una hora ha dedicado a resolver problemas?

ii) ¿Cuántas horas en total ha dedicado a hacer los deberes?

iii) ¿Cuántas horas más ha dedicado a las ciencias que a la geografía?

iv) Marcos divide a partes iguales el tiempo de geografía a leer el libro y hacer ejercicios. ¿Qué fracción de una hora ha dedicado a leer el libro?

c) Resuelve los problemas.

i) Marcos tiene dos horas para hacer los deberes antes de salir. ¿Cuántos minutos le quedan libres antes de la hora de salir?

ii) Marcos dedica $\frac{1}{3}$ del tiempo de ciencias a leer el libro. Pasa $\frac{1}{5}$ del resto de su tiempo de ciencias haciendo ejercicios. ¿Cuántas horas pasa haciendo ejercicios?

iii) Eva, la hermana de Marcos, dedica $\frac{1}{3}$ del tiempo que ha empleado Marcos a las matemáticas, pero el doble del tiempo a la geografía y $1\frac{1}{2}$ del tiempo a las ciencias. ¿Cuál de los dos pasa en total más tiempo haciendo deberes?

iv) Sito, el hermano de Marcos, pasa en total el mismo tiempo que Eva haciendo deberes. Sito dedica el mismo tiempo a las 3 asignaturas. ¿Cuánto dedica a cada asignatura? Expresa la respuesta como fracción de una hora.

v) Eva pasa $\frac{1}{5}$ del tiempo de ciencias leyendo el libro. ¿Quién pasa más tiempo leyendo el libro de ciencias, Marcos o Eva?

9. Escribe un decimal que… (Pista: Puede haber más de un resultado.)

a) esté entre 5,63 y 5,68.

b) esté entre –2,70 y –2,80.

c) esté entre 21,75 y 21,8.

d) esté entre –0,6 y –0,7.

e) sea una décima mayor que –4,54.

f) sea una centésima menor que –6,00.

10. La velocidad del viento en Nueva York fue de 26,7 km/h el lunes, de 16,0 km/h el martes y de 24 km/h el miércoles. ¿Cuál fue la velocidad media del viento en estos tres días?

11. Jamal camina a 0,05 km por minuto. A esa velocidad, ¿cuánto tardará en caminar 15 km?

12. El cometa Encke aparece en el cielo cada 3,3 años. Se vio por primera vez en 1786. ¿Cuándo fue la última vez que se vio el cometa antes de 1800? Calcula.

13. Nuestra huella ecológica es el área de tierra necesaria para abastecernos de alimento, ropa y otros recursos, y para asimilar nuestros residuos (por ejemplo, la contaminación).

a) En Estados Unidos, la huella ecológica media es de 7,9 hectáreas globales de tierra por persona. En Canadá, la huella ecológica es de 7,01 hectáreas globales por persona. ¿En cuánto supera la huella ecológica media de Estados Unidos la de Canadá?

b) La huella ecológica media mundial es de 2,6 hectáreas globales de tierra por persona. ¿En cuánto supera la huella ecológica media de Estados Unidos la media mundial?

c) Hay 317 millones de ciudadanos estadounidenses. ¿Cuál es la huella ecológica total de la población de Estados Unidos en millones de hectáreas globales?

14. La temperatura actual es de 0 °C y aumenta 2,5 °C cada hora.
Formula expresiones que representen cuál era o será la temperatura…

a) hace 3 horas: $(-3) \times (+2,5) = (-7,5)$ b) dentro de 3 horas:

c) hace 5 horas: d) dentro de 5 horas:

15. La temperatura actual es de 0 °C y desciende 1,5 °C cada hora.
Formula expresiones que representen cuál era o será la temperatura…

a) hace 3 horas: $(-3) \times (-1,5) = (+4,5)$ b) dentro de 3 horas:

c) hace 5 horas: d) dentro de 5 horas:

16. La temperatura actual es de 0°C. Formula expresiones que resuelvan cada ejercicio.

a) La temperatura desciende una media de 3,25 °C cada hora. ¿Cuál será la temperatura dentro de 8 horas?

b) La temperatura aumenta una media de 1,75 °C cada día. ¿Cuál será la temperatura dentro de una semana?

c) La temperatura aumenta 3,5 °C cada semana. ¿Cuál era la temperatura hace 6 semanas?

d) La temperatura desciende 0,5 °C cada minuto. ¿Cuál era la temperatura hace 3,5 minutos?

RP7-26 Cancelar factores en una fracción

1. Escribe el número que hace que se cumpla la igualdad.

a) $\mathbf{8} : 4 \times \square = \mathbf{8}$ b) $\mathbf{8} \times 3 : \square = \mathbf{8}$ c) $\mathbf{8} : 2 \times \square = \mathbf{8}$

d) $\mathbf{13} \times 6 : \square = \mathbf{13}$ e) $-\mathbf{12} : 3 \times \square = -\mathbf{12}$ f) $\mathbf{7} \times (-2) : \square = \mathbf{7}$

g) $\mathbf{2{,}5} \times 10 : \square = \mathbf{2{,}5}$ h) $\mathbf{3} : 1{,}5 \times \square = \mathbf{3}$ i) $-\mathbf{8} : (-4) \times \square = -\mathbf{8}$

> RECUERDA: Una fracción se simplifica (se convierte en una fracción irreducible) cuando no podemos dividir el numerador y el denominador por un número mayor que 1.
>
> Por ejemplo, $\frac{2}{3}$ es una fracción irreducible, pero $\frac{4}{6}$ no.

2. Simplifica las siguientes fracciones dividiendo el numerador y el denominador por el mismo número.

a) $\frac{6\ :3}{15\ :3} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{6}{9} =$ c) $\frac{5}{10} =$ d) $\frac{8}{14} =$

e) $\frac{-6\ :3}{15\ :3} = \frac{-2}{5}$ f) $\frac{6}{-9} =$ g) $\frac{-4}{18} =$ h) $\frac{-5}{-20} =$

3. Simplifica las siguientes fracciones dividiendo el numerador y el denominador por el mismo número.

a) $\frac{\mathbf{2}\times 3\ :3}{\mathbf{5}\times 3\ :3} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{\mathbf{2}\times 3}{\mathbf{3}\times 3} =$ c) $\frac{\mathbf{1}\times 5}{\mathbf{2}\times 5} =$ d) $\frac{\mathbf{4}\times 2}{\mathbf{7}\times 2} =$

e) $\frac{-\mathbf{2}\times 3\ :3}{\mathbf{5}\times 3\ :3} = \frac{-2}{5}$ f) $\frac{\mathbf{2}\times 3}{-\mathbf{3}\times 3} =$ g) $\frac{-\mathbf{2}\times 2}{\mathbf{9}\times 2} =$ h) $\frac{-\mathbf{1}\times 5}{-\mathbf{4}\times 5} =$

> Tachar el factor común entre el numerador y el denominador se denomina **cancelar**.
>
> Ejemplos: $\frac{2\times\cancel{3}}{5\times\cancel{3}} = \frac{2}{5}$ $\frac{4\times\cancel{2}}{7\times\cancel{2}} = \frac{4}{7}$ $\frac{-5\times\cancel{4}}{6\times\cancel{4}} = -\frac{5}{6}$

4. Multiplica las fracciones como se indica, y luego simplifica la fracción cancelando.

a) $\frac{3}{4}\times\frac{4}{5} = \frac{3\times\cancel{4}}{\cancel{4}\times 5} = \frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{7}\times\frac{5}{2} = \_\_\_\_ = \_\_$ c) $\frac{11}{3}\times\frac{3}{8} = \_\_\_\_ = \_\_$

d) $\frac{5}{9}\times\frac{-2}{5} = -\frac{\cancel{5}\times 2}{9\times\cancel{5}} = -\frac{2}{9}$ e) $\frac{6}{-11}\times\frac{5}{6} = -\ \_\_\_\_ = -\ \_\_$ f) $\frac{-7}{9}\times\frac{9}{-8} = \_\_\_\_ = \_\_$

g) $\frac{3}{-7}\times\frac{-7}{5} = \_\_\_\_ = \_\_$ h) $\frac{-5}{8}\times\frac{3}{5} = -\ \_\_\_\_ = -\ \_\_$ **Extra ▶** $\frac{7}{2}\times\frac{2}{9}\times\frac{5}{7}$

Simplificamos una fracción cancelando el factor común de numerador y denominador.

Ejemplos: $\frac{5}{10} = \frac{1 \times \cancel{5}}{2 \times \cancel{5}} = \frac{1}{2}$ y $\frac{6}{2} = \frac{3 \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}} = \frac{3}{1} = 3$

5. Simplifica las siguientes fracciones cancelando el factor común.

a) $\frac{7}{21} = \_\_\_\_ = \_\_$ b) $\frac{5}{20} = \_\_\_\_ = \_\_$ c) $\frac{15}{3} = \_\_\_\_ = \_\_$

d) $\frac{-3}{6} = -\frac{1 \times \cancel{3}}{2 \times \cancel{3}} = -\frac{1}{2}$ e) $\frac{-2}{10} = -\ \_\_\_\_ = -\ \_\_$ f) $\frac{-3}{-12} = \_\_\_\_ = \_\_$

Recuerda: $\frac{3}{5} \times 5 = (3 : 5) \times 5 = 3$

También cancelamos en la multiplicación de una fracción por un entero.

Ejemplos: $\frac{3}{\cancel{4}} \times \cancel{4} = 3$ $\frac{-5}{\cancel{8}} \times \cancel{8} = -5$ $\frac{2}{-\cancel{5}} \times (-\cancel{5}) = 2$

6. Multiplica.

a) $\frac{3}{4} \times 4 =$ b) $\frac{5}{7} \times 7 =$ c) $8 \times \frac{3}{8} =$

d) $\frac{-3}{4} \times 4 =$ e) $\frac{1}{-8} \times (-8) =$ f) $\frac{-6}{-5} \times (-5) =$

7. Simplifica las siguientes fracciones cancelando.

a) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{9} \times \frac{9}{11} = \frac{3 \times \cancel{4} \times \cancel{9}}{\cancel{4} \times \cancel{9} \times 11} = \frac{3}{11}$ b) $\frac{2}{5} \times \frac{5}{3} \times \frac{3}{7} = \_\_\_\_\_\_ = \_\_$

c) $\frac{-5}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} =$ **Extra ▶** $\frac{3}{4} \times \frac{-4}{5} \times 5 =$

Recuerda: 3 y 5 son un par de factores de 15, porque $3 \times 5 = 15$.
Expresamos el numerador y el denominador con pares de factores y cancelamos.

Ejemplos: $\frac{2 \times 15}{5 \times 4} = \frac{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times \cancel{2} \times 2} = \frac{3}{2}$ $\frac{-20 \times 3}{12 \times 7} = \frac{-\cancel{4} \times 5 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{4} \times 7} = -\frac{5}{7}$

8. Simplifica las siguientes fracciones cancelando.

a) $\frac{6 \times 8}{4 \times 9} =$ b) $\frac{12 \times 5}{15 \times 3} =$

c) **Extra ▶** $\frac{2}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{9}{6} =$ d) **Extra ▶** $\frac{-24 \times 6}{5 \times 12 \times (-3)} =$

e) $\frac{12 \times 5}{4 \times 15}$ f) $\frac{5 \times 21}{14 \times 10}$ g) $\frac{8 \times 6 \times 10}{25 \times 9 \times 4}$ h) $\frac{(-4) \times 12 \times (-5)}{10 \times 18 \times (-2)}$

RP7-27 Razones y proporciones con términos fraccionarios

1. Calcula los números que hacen que se cumplan las igualdades y escríbelos en los recuadros.

a) $\boxed{} \times \frac{1}{3} = 1$ b) $\boxed{} \times \frac{4}{5} = 4$ c) $\boxed{} \times \frac{3}{6} = 3$

d) $\frac{5}{8} \times \boxed{} = 5$ e) $\boxed{} \times \frac{3}{2} = 3$ f) $\frac{7}{11} \times \boxed{} = 7$

$1 : 6$ y $\frac{1}{2} : 3$ son **razones equivalentes** porque muestran la misma relación.
Dos razones equivalentes forman una **proporción**.

$1 : 6$ $\frac{1}{2} : 3$

Por ejemplo, si una pizza tiene 6 trozos, entonces media pizza tiene 3.

Obtenemos una razón equivalente con números naturales multiplicando ambos términos por el denominador del término fraccionario: $\frac{1}{\mathbf{2}} : 3 = \left(\frac{1}{2} \times \mathbf{2}\right) : (3 \times \mathbf{2}) = 1 : 6$

2. Escribe razones equivalentes cuyos términos sean números naturales.

a) $\frac{2}{3} : 5 = \left(\frac{2}{3} \times 3\right) : (5 \times 3) = \underline{\ 2\ } : \underline{\ 15\ }$

b) $3 : \frac{4}{5} = (3 \times \quad) : \left(\frac{4}{5} \times \quad\right) = \underline{\qquad} : \underline{\qquad}$

c) $\frac{1}{4} : 3 =$

d) $5 : \frac{5}{6} =$

e) $\frac{7}{11} : 4 =$

f) $4 : \frac{173}{5} =$

3. Escribe ambos términos como números naturales sin cambiar las razones.

a) 8 km corridos en $\frac{1}{2}$ hora

$8 : \frac{1}{2}$

$\times 2$ $\times 2$

$\underline{\ 16\ } : \underline{\ 1\ }$

____ km corridos en 1 hora

b) 6 km remados en $\frac{1}{3}$ hora

$6 : \frac{1}{3}$

$\underline{\qquad} : \underline{\qquad}$

____ km remados en 1 hora

c) $\frac{3}{4}$ taza de avena por 2 tazas de pasas

$\frac{3}{4} : 2$

$\underline{\qquad} : \underline{\qquad}$

_3_ tazas de avena por ____ tazas de pasas

d) 10 km por $\frac{2}{3}$ litro de gasolina

$10 : \frac{2}{3}$

$\underline{\qquad} : \underline{\qquad}$

____ km por _2_ litros de gasolina

Cuando los dos términos de una razón son fracciones, multiplicamos por un múltiplo de ambos denominadores para convertir los dos términos en números naturales. Usamos el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los denominadores.

Ejemplo: $\frac{2}{3} : \frac{5}{4} = \left(\frac{2}{3} \times 12\right) : \left(\frac{5}{4} \times 12\right) = 8 : 15$

4. Multiplica por los m.c.m. de los denominadores para obtener razones equivalentes.

a) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{3} \times \quad\right) : \left(\frac{1}{2} \times \quad\right) =$

$= \_\_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_\_$

b) $\frac{1}{2} : \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{2} \times \quad\right) : \left(\frac{1}{5} \times \quad\right) =$

$= \_\_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_\_$

c) $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} =$

$= \_\_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_\_$

d) $\frac{5}{6} : \frac{1}{2} =$

$= \_\_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_\_$

e) $\frac{3}{8} : \frac{7}{12} =$

$= \_\_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_\_$

f) $\frac{4}{9} : \frac{1}{6} =$

$= \_\_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_\_$

RECUERDA: Para completar una tabla de razones, multiplicamos los números de una fila por el mismo número para obtener los números de otra fila.

5. Calcula las razones equivalentes mediante tablas de razones multiplicando por el m.c.m. de los denominadores. Pista: Las flechas pueden apuntar también de abajo hacia arriba.

a) $\times 6$ $\times 6$

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
2	*3*

Así $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} =$ *2* : *3*

b)

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Así $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} =$ ___ : ___

c)

$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$
	15

Así $\frac{1}{5} : \frac{3}{4} =$ ___ : *15*

d)

$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{6}$
12	

Así $\frac{2}{7} : \frac{5}{6} =$ *12* : ___

e)

$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$

Así $\frac{2}{3} : \frac{1}{2} =$ ___ : ___

f)

$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$

Así $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} =$ ___ : ___

g)

$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$

Así $\frac{4}{5} : \frac{5}{6} =$ ___ : ___

h)

$\frac{5}{11}$	$\frac{2}{9}$

Así $\frac{5}{11} : \frac{2}{9} =$ ___ : ___

i) $\times 15$ $\times 15$

5	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$

Así *5* : ___ $= \frac{1}{3} : \frac{1}{5}$

j)

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$

Así ___ : ___ $= \frac{1}{2} : \frac{2}{3}$

k)

$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{10}$

Así ___ : ___ $= \frac{4}{3} : \frac{1}{10}$

l)

$\frac{7}{12}$	$\frac{3}{4}$

Así ___ : ___ $= \frac{7}{12} : \frac{3}{4}$

RP7-28 Problemas con razones de términos fraccionarios

Una receta de muesli indica $\frac{1}{2}$ taza de pasas por cada $\frac{1}{3}$ de taza de avena. Para saber cuántas tazas de avena necesita por cada 6 tazas de pasas, Ali halla una razón equivalente usando una tabla de razones.

Paso 1: Ali crea una tabla de razones que relaciona las tazas de avena que necesita por cada taza de pasas.

Paso 2: Ali calcula el número por el que debe multiplicar en la primera columna, $6 : \frac{1}{2} = 12$.

Paso 3: Multiplica por el mismo número en la segunda columna.

Tazas de pasas	Tazas de avena
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
6	4

$\times 12$ $\quad$ $\times 12$

Por tanto, $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 6 : 4$. Ali necesita 4 tazas de avena.

1. Resuelve calculando el término proporcional que falta.

a) Una planta crece $\frac{1}{3}$ cm en $\frac{1}{2}$ día. ¿Cuántos días tardará en crecer 6 cm?

cm	Días
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
6	

b) Sara recorre en bici $2\frac{1}{2}$ km en $\frac{1}{4}$ hora. ¿Cuánto recorre en 1 hora?

km	Horas
$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

c) En un mapa, $\frac{1}{5}$ cm equivale a $\frac{1}{2}$ km. ¿Cuántos metros representa 1 cm del mapa?

d) Una receta indica $\frac{1}{3}$ taza de leche por cada $\frac{2}{3}$ taza de harina. ¿Cuánta leche necesitas si usas 4 tazas de harina?

2. Calcula los números que hacen que se cumplan las igualdades.

a) $2 \times \frac{\boxed{7}}{\boxed{2}} = 7$ $\qquad$ b) $6 \times \frac{\square}{\square} = 7$ $\qquad$ c) $5 \times \frac{\square}{\square} = 4$ $\qquad$ d) $8 \times \frac{\square}{\square} = 13$

e) $5 \times \frac{\square}{\square} = 8$ $\qquad$ f) $3 \times \frac{\square}{\square} = 11$ $\qquad$ g) $7 \times \frac{\square}{\square} = 20$ $\qquad$ h) $15 \quad \frac{\square}{\square} = 31$

3. Calcula el término que falta. Para ello, tendrás que multiplicar por una fracción.

a) $\times\frac{7}{2}$ $\quad$ $\times\frac{7}{2}$

2	3
7	$\frac{21}{2}$

b) $\times\frac{3}{5}$ $\quad$ $\times\frac{3}{5}$

5	8
3	

c)

4	8
9	

d)

7	10
11	

e) $\times\frac{8}{3}$ $\quad$ $\times\frac{8}{3}$

8	
3	5

f)

9	
4	7

g)

5	
7	3

Extra ▶

	9
5	6

Para hacer un cóctel de frutas necesitamos 2 tazas de zumo de arándanos por cada 3 tazas de gaseosa. ¿Cuántas tazas de gaseosa necesitamos para 5 tazas de zumo de arándanos?

Paso 1: Haz una tabla de razones con la proporción entre tazas de zumo y de gaseosa.

Paso 2: Encuentra la fracción por la que smultiplicamos en la primera columna, $5 : 2 = \frac{5}{2}$.

Paso 3: Multiplica por ese número en la segunda columna.

$2 : 3 = 5 : \frac{15}{2}$, necesitamos $\frac{15}{2}$ (o $7\frac{1}{2}$) tazas de gaseosa.

	Tazas de zumo de arándanos	Tazas de gaseosa	
$\times\frac{5}{2}$	2	3	$\times\frac{5}{2}$
	5	$\mathbf{\frac{15}{2}}$	

4. Resuelve a partir de la proporción equivalente.

a) Si 6 manzanas cuestan $600, ¿cuánto cuestan 9 manzanas?

Manzanas	Precio ($)
6	*600*
9	

b) Juan recorre 200 m en 3 minutos. ¿Cuánto tarda en recorrer 1.500 m?

Distancia (m)	Tiempo (min)
200	*3*

c) Dos de cada 6 personas en una habitación son ancianos. Hay 9 ancianos en la habitación. ¿Cuántas personas hay en total?

d) Eva lleva 4 bolitas rojas por cada 6 azules en la mochila. En total tiene 15 bolitas azules. ¿Cuántas bolitas rojas tiene?

Para hacer pintura morada, tienes que mezclar $\frac{1}{2}$ taza de pintura azul con $\frac{1}{3}$ de taza de pintura roja. ¿Qué cantidad de cada color necesitas para conseguir 20 tazas de pintura morada?

Paso 1: La razón azul : roja $= \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$, por lo que una razón equivalente con ambos términos es 3 : 2.

Paso 2: Usamos una tabla de razones para calcular el número por el que debes multiplicar en la columna "total", $20 : 5 = 4$.

Paso 3: Multiplicamos por ese número en ambas columnas.

Necesitas 12 tazas de pintura azul y 8 tazas de pintura roja.

	Azul	Roja	Total	
$\times 4$	3	2	**5**	$\times 4$
	12	8	**20**	

5. Una receta de tarta indica cantidades de mantequilla y azúcar en una razón de $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$. Si Samuel ha usado 7 tazas de azúcar y mantequilla en total, ¿cuántas tazas de azúcar usa?

6. Ana prepara pintura naranja mezclando $\frac{1}{3}$ de taza de pintura roja con $\frac{3}{4}$ de taza de pintura amarilla. Si quiere obtener 26 tazas de pintura naranja, ¿cuántas tazas de cada color necesita?

Extra ▶ ¿Cuántas tazas de cada color debe usar Ana para obtener $9\frac{3}{4}$ de tazas de pintura naranja?

RP7-29 Constante de proporcionalidad

1. Divide para calcular la información que falta.

a) 4 pasajes cuestan $2.000
:4
1 pasaje cuesta______

b) 3 chaquetas cuestan $75.900
1 chaqueta cuesta ______

c) 144 km con 6 l de gasolina.
______ km con 1 l de gasolina

2. Calcula las constantes de proporcionalidad.

a) 3 kg de arroz / 15 l de agua
1 kg de arroz / ___ l de agua

b) $11.200 por 7 horas
______ $ por hora

c) 456 km en 8 horas
____ km en 1 hora

Rodrigo paga $24.000 por 3 camisetas. Quiere saber cuánto cuesta 1 camiseta.

Paso 1: Rodrigo escribe las razones de su caso. Escribe un signo de interrogación (?) en la cantidad que falta. 24.000 : 3 = ? : 1

Paso 2: Rodrigo calcula el número por el que divide el segundo término. Luego divide el primer término por ese número para calcular el que falta.

:3
24.000 : 3 = 8.000 : 1
:3

Rodrigo descubre que 1 camiseta cuesta $8.000.

3. Expresa los enunciados en forma de proporciones, calcula las constantes de proporcionalidad y contesta a las preguntas.

a) Cinco bocadillos cuestan $1.500. ¿Cuánto cuesta cada uno?

______ : ______ = ______ : ______

Cada bocadillo cuesta _________.

b) Hay 3 CD de *jazz* por cada 12 CD de *rock*. ¿Cuántos CD de *rock* hay por cada uno de *jazz*?

______ : ______ = ______ : ______

Por cada CD de *jazz*, hay _________ CD de *rock*.

c) Siete pasajes cuestan $2.800. ¿Cuánto cuesta cada uno?

______ : ______ = ______ : ______

Cada pasaje cuesta_________.

4. a) Jennifer gana $5.400 cortando el césped durante 6 horas. ¿Cuánto gana en 1 hora?

b) Marco gana $2.800 por 4 horas paseando perros. ¿Cuánto gana en 1 hora?

5. ¿Cuál es el arriendo de bicicletas más rentable?

A. $1.500 por 2 horas **B.** $2.000 por 3 horas **C.** $2.500 por 4 horas

6. Divide para calcular los datos que faltan. Expresa el resultado en forma de número mixto.

a) 5 mangos cuestan \$1.600

:5

1 mango cuesta $\frac{1.600}{5}$ *pesos* $= 300\frac{100}{5}$ *pesos*

b) 4 pasteles cuestan \$1.300

1 pastel cuesta ______________

c) 5 lápices cuestan \$900

1 lápiz cuesta ______________

d) 10 camisetas cuestan \$7.500

1 camiseta cuesta ______________

7. Convierte cada fracción en un número mixto y un decimal. Expresa el resultado como número decimal.

a) $3\frac{1}{5} = 3\frac{20}{100} = 3{,}20$

b) $\frac{13}{4}$

c) $\frac{9}{5}$

d) $\frac{15}{10}$

8. Divide para calcular las constantes de proporcionalidad.

a) :3 :3

3	5
1	$\frac{5}{3}$

Así, 3 : 5 = 1 : $\boxed{\frac{5}{3}}$

b)

3	5
	1

Así, 3 : 5 = $\boxed{}$: 1

c)

9	4
1	

Así, 9 : 4 = 1 : $\boxed{}$

d)

9	4
	1

Así, 9 : 4 = $\boxed{}$: 1

e) :4 :4

4	1
1	$\frac{1}{4}$

Así, 4 : 1 = 1 : $\boxed{\frac{1}{4}}$

f)

7	2
1	

Así, 7 : 2 = 1 : $\boxed{}$

g)

5	6
1	

Así, 5 : 6 = 1 : $\boxed{}$

h)

1	2
	1

Así, 1 : 2 = $\boxed{}$: 1

i) :9 :9

1	
9	10

Así, 1 : $\boxed{}$ = 9 : 10

j)

1	
5	3

Así, 1 : $\boxed{}$ = 5 : 3

k)

	1
7	5

Así, $\boxed{}$: 1 = 7 : 5

Extra ▶

1	
2	$\frac{2}{3}$

Así, 1 : $\boxed{}$ = 2 : $\frac{2}{3}$

9. Escribe las fracciones que completan las proporciones.

a) 4 horas para recorrer 10 km paseando

$4 : 10 = 1 : \boxed{\dfrac{10}{4}}$

b) 2 partidos ganados de cada 5 jugados

$2 : 5 = \boxed{} : 1$

c) 4 tazas de pasas por 9 tazas de harina

$4 : 9 = 1 : \boxed{}$

d) 27 minutos para resolver 6 ejercicios

$27 : 6 = \boxed{} : 1$

10. Convierte cada fracción del ejercicio 9 en una fracción decimal. Expresa el resultado como número decimal.

a) $\dfrac{10}{4} \overset{\times 25}{\underset{\times 25}{=}} \dfrac{250}{100} = 2{,}5$

Así, $4 : 10 = 1 : \boxed{2{,}5}$

b) ―― = ―― =

Así, $2 : 5 = \boxed{} : 1$

c) ―― = ―― =

Así, $4 : 9 = 1 : \boxed{}$

d) ―― = ―― =

Así, $27 : 6 = \boxed{} : 1$

11. ¿Por cuánto multiplicarías las razones para encontrar las constantes de proporcionalidad?

	tasa	**desarrollo**	**resultado**
a)	2 km en $\frac{1}{3}$ h	$= 2$ km $\times \boxed{3} : \frac{1}{3}$ h $\times \boxed{3}$	2 km : $\frac{1}{3}$ h $=$ *6 km : 1 h*
b)	5 km en $\frac{1}{4}$ h	$= 5$ km $\times \boxed{} : \frac{1}{4}$ h $\times \boxed{}$	5 km : $\frac{1}{4}$ h $=$
c)	$\frac{1}{2}$ taza de harina por cada 3 huevos	$= \frac{1}{2}$ taza $\times \boxed{}$: 3 huevos $\times \boxed{}$	$\frac{1}{2}$ tazas : 3 huevos $=$
d)	$\frac{1}{3}$ h para 4 tareas	$= \frac{1}{3}$ h $\times \boxed{}$: 4 tareas $\times \boxed{}$	$\frac{1}{3}$ h : 4 tareas $=$

12. Alejandro hace un cóctel mezclando $2\frac{1}{2}$ tazas de zumo de arándanos por cada 4 tazas de gaseosa. ¿Cuántas tazas de gaseosa necesita para 5 tazas de zumo de arándanos?

Extra ▶ ¿Cuántas tazas de gaseosa y de zumo de arándanos necesita Alejandro para hacer 26 tazas de cóctel?

RP7-30 Constante de proporcionalidad y fracciones compuestas

RECUERDA: Si dividimos cualquier número (excepto el cero) entre sí mismo, el resultado es 1.

Ejemplos: $\frac{5}{5} = 1$ $\quad \frac{-4}{-4} = 1$ $\quad \frac{1{,}7}{1{,}7} = 1$ $\quad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = 1$

1. Calcula el número entre el que hay que dividir para obtener 1 en la posición indicada. Luego escribe la proporción.

a) Primera posición

$5 : 3 \xrightarrow{:5} 1 : \boxed{\frac{3}{5}}$

Así, $5 : 3 = 1 : \frac{3}{5}$

Segunda posición

$5 : 3 \xrightarrow{:3} \boxed{\frac{5}{3}} : 1$

Así, $5 : 3 = \frac{5}{3} : 1$

b) Primera posición

$2 : 7 \xrightarrow{:2} 1 : \boxed{}$

Así, $2 : 7 = 1 :$

Segunda posición

$2 : 7 \xrightarrow{:7} \boxed{} : 1$

Así, $2 : 7 = \quad : 1$

c) Primera posición

$4 : 5 \xrightarrow{:} 1 : \boxed{}$

Así, $4 : 5 = 1 :$

Segunda posición

$4 : 5 \xrightarrow{:} \boxed{} : 1$

Así, $4 : 5 = \quad : 1$

d) Primera posición

$6 : 11 \rightarrow 1 : \boxed{}$

Así, $6 : 11 = \quad :$

Segunda posición

$6 : 11 \rightarrow \boxed{} : 1$

Así, $6 : 11 = \quad :$

En una razón con un término fraccionario, dividimos ambos términos entre la fracción.

El resultado es una fracción compuesta. Ejemplos:

$\frac{3}{4} : 2 \xrightarrow{:\frac{3}{4}} 1 : \boxed{\frac{2}{\frac{3}{4}}}$ $\qquad 5 : \frac{2}{3} \xrightarrow{:\frac{2}{3}} \boxed{\frac{5}{\frac{2}{3}}} : 1$

2. Calcula la constante de proporcionalidad y exprésala en forma de fracción compuesta.

a) $\frac{1}{2} : 3 \xrightarrow{:\frac{1}{2}} 1 : \boxed{\frac{3}{\frac{1}{2}}}$

b) $2 : \frac{3}{5} \rightarrow \boxed{} : 1$

c) $\frac{3}{4} : 7 \rightarrow 1 : \boxed{}$

d) $\frac{7}{9} : 4 \rightarrow 1 : \boxed{}$

3. Expresa las fracciones compuestas en forma de división y calcula.

a) $\frac{\frac{2}{3}}{5} = \frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$

b) $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{7}}$

c) $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}$

d) $\frac{4}{\frac{1}{3}}$

4. Expresa la constante de proporcionalidad en forma de fracción compuesta.

a) $\frac{1}{2}$ hora para caminar 3 km

$\frac{1}{2} : 3 = 1 : \boxed{\dfrac{3}{\frac{1}{2}}}$

b) 2 goles por tiempo (de tres tiempos en total) de un partido de jóquey sobre hielo

$2 : \frac{1}{3} = \boxed{} : 1$

c) $\frac{2}{5}$ de taza de pasas por cada 3 tazas de harina

$\frac{2}{5} : 3 = 1 : \boxed{}$

d) $\frac{3}{5}$ de hora para hacer 4 ejercicios

$\frac{3}{5} : 4 = \boxed{} : 1$

5. Calcula la fracción compuesta del ejercicio 5, y luego la constante de proporcionalidad.

a) $\dfrac{3}{\frac{1}{2}} = 3 : \frac{1}{2} = 3 \times 2 = 6$

Así, $\frac{1}{2} : 3 = 1 : \underline{\;6\;}$

b)

Así, $2 : \frac{1}{3} =$ ______ : 1

c)

Así, $\frac{2}{5} : 3 = 1 :$ ______

d)

Así, $\frac{3}{5} : 4 =$ ______ : 1

Natalia corre 8 km en $\frac{2}{3}$ de hora. Para calcular cuántos kilómetros corre en 1 hora, usa una fracción compuesta:

$\dfrac{8}{\frac{2}{3}} = 8 : \frac{2}{3} = 8 \times \frac{3}{2} = \frac{24}{2} = 12$; por tanto, Natalia corre 12 km en 1 hora.

$$\begin{array}{ccc} \frac{2}{3} & : & 8 \\ \downarrow{:\frac{2}{3}} & & \downarrow{:\frac{2}{3}} \\ 1 & : & \boxed{\dfrac{8}{\frac{2}{3}}} \end{array}$$

6. a) Armando recorre a pie $\frac{1}{2}$ km en $\frac{1}{4}$ de hora. Usa una fracción compuesta para calcular cuántos kilómetros recorre en una hora.

b) Calcula el resultado del ejercicio *a*) multiplicando por el m.c.m. de los denominadores. ¿Has obtenido el mismo resultado? En caso negativo, busca tu error.

7. Una docena de magdalenas son 12 magdalenas. Una receta indica $\frac{3}{4}$ de taza de almendras para hacer media docena de magdalenas. Usa una fracción compuesta para calcular cuántas tazas de almendras necesitas para hacer una docena de magdalenas.

RP7-31 Usar proporciones para resolver problemas de porcentajes I

Las siguientes expresiones son equivalentes:

$\frac{6}{9}$ de los círculos están sombreados.

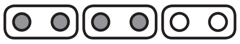
$\frac{2}{3}$ de los círculos están sombreados.

6 es $\frac{2}{3}$ de 9.

6 : 9 = 2 : 3

parte todo

1. Escribe cuatro expresiones equivalentes para cada figura.

a) 

$\frac{4}{6}$ están sombreados

$\frac{2}{3}$ están sombreados

4 es $\frac{2}{3}$ de 6

4 : 6 = 2 : 3

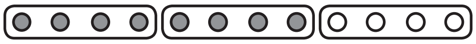
b) 

______

______

______

______

c) 

d) 

2. Escribe un par de razones equivalentes para cada imagen.

a) 

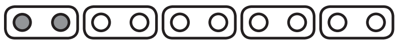
4 es $\frac{1}{2}$ de 8

4 : *8* = *1* : *2*
parte todo

b) 

6 es $\frac{3}{4}$ de 8

____ : ____ = ____ : ____
parte todo

c) 

2 es $\frac{1}{5}$ de 10

____ : ____ = ____ : ____
parte todo

3. Para estas expresiones, escribe un par de razones equivalentes y de fracciones equivalentes.

a) 14 es $\frac{2}{3}$ de 21 ____ : ____ = ____ : ____ (parte, todo) $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$ ____ = ____

b) 12 es $\frac{3}{4}$ de 16 ____ : ____ = ____ : ____ (parte, todo) $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$ ____ = ____

4. Escribe signos de interrogación donde falte información.

a) ¿12 es $\frac{4}{5}$ de qué número? $\underset{\text{parte}}{\underline{12}} : \underset{\text{todo}}{\underline{?}} = \underline{4} : \underline{5}$ $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$ $\frac{12}{?} = \frac{4}{5}$

b) ¿Cuántos cuartos de 8 es 6? $\underset{\text{parte}}{\underline{6}} : \underset{\text{todo}}{\underline{8}} = \underline{?} : \underline{4}$ $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$ $\frac{6}{8} = \frac{?}{4}$

c) ¿Cuánto es $\frac{2}{3}$ de 12? ____ : ____ = ____ : ____ (parte, todo) $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$ ____ = ____

d) ¿Cuántos quintos de 45 es 27? ____ : ____ = ____ : ____ (parte, todo) $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$ ____ = ____

5. Escribe un par de razones equivalentes y un par de fracciones equivalentes para cada caso.

a) ¿Qué porcentaje de 20 es 15? $\underset{\text{parte}}{\underline{15}} : \underset{\text{todo}}{\underline{20}} = \underline{?} : \underline{100}$ $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$ $\frac{15}{20} = \frac{?}{100}$

b) ¿Cuánto es el 20% de 50? ____ : ____ = ____ : ____ (parte, todo) $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$ ____ = ____

c) ¿Qué porcentaje de 28 es 21? ____ : ____ = ____ : ____ (parte, todo) $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$ ____ = ____

d) ¿De qué número es 36 el 9%? ____ : ____ = ____ : ____ (parte, todo) $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$ ____ = ____

6. Anota los dos datos e indica el valor que tienes que calcular con el signo "?". Luego escribe una igualdad que muestre cada problema.

a) ¿Qué porcentaje de 30 es 5? parte <u>5</u> todo <u>30</u> porcentaje <u>?</u> $\frac{5}{30} = \frac{?}{100}$

b) Si 11 es el 50%, ¿cuánto es el 100%? parte ____ todo <u>?</u> porcentaje ____ $\frac{\_\_}{?} = \frac{\_\_}{100}$

c) ¿Cuánto es el 6% de 24? parte <u>?</u> todo ____ porcentaje ____ $\frac{?}{\_\_} = \frac{\_\_}{100}$

d) Si 4 es el 16%, ¿cuánto es el 100%? parte ____ todo ____ porcentaje ____ $\frac{\_\_}{\_\_} = \frac{\_\_}{100}$

e) ¿Qué porcentaje de 90 es 4? parte ____ todo ____ porcentaje ____ $\frac{\_\_}{\_\_} = \frac{\_\_}{100}$

f) ¿Cuánto es el 52% de 18? parte ____ todo ____ porcentaje ____ $\frac{\_\_}{\_\_} = \frac{\_\_}{100}$

g) ¿Qué porcentaje de 25 es 7? parte ____ todo ____ porcentaje ____ $\frac{\_\_}{\_\_} = \frac{\_\_}{100}$

Llibre7.2.indb 47 21/7/16 9:37

Si 5 pasajes de metrotren cuestan $4.000, ¿cuánto cuestan 20 pasajes? Expresa la razón entre pesos y pasajes en forma de fracción, y luego calcula una fracción equivalente multiplicando:

Paso 1:

$$\frac{\text{pesos}}{\text{pasajes}} = \frac{4.000}{5} = \frac{?}{20}$$

Paso 2:

$$\frac{4.000}{5} \underset{\times 4}{\overset{\times 4}{=}} \frac{\ }{20}$$

Paso 3:

$$\frac{4.000}{5} \underset{\times 4}{\overset{\times 4}{=}} \frac{16.000}{20}$$, por tanto 20 pasajes cuestan $16.000

7. Resuelve las proporciones. Dibuja flechas que muestren el número por el que multiplicas.

a) $\frac{3}{4} \underset{\times 5}{\overset{\times 5}{=}} \frac{\ }{20}$ b) $\frac{1}{5} = \frac{\ }{15}$ c) $\frac{3}{5} = \frac{\ }{35}$ d) $\frac{4}{7} = \frac{\ }{49}$

e) $\frac{3}{8} = \frac{\ }{24}$ f) $\frac{2}{3} = \frac{\ }{18}$ g) $\frac{13}{20} = \frac{\ }{100}$ h) $\frac{5}{9} = \frac{\ }{72}$

8. Resuelve las proporciones igual que en el ejercicio 7. Pista: La flecha va de derecha a izquierda.

a) $\frac{15}{\ } = \frac{3}{4}$ b) $\frac{12}{\ } = \frac{2}{5}$ c) $\frac{15}{\ } = \frac{3}{7}$ d) $\frac{12}{18} = \frac{\ }{3}$

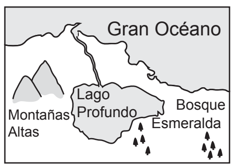
9. Completa las fracciones equivalentes. Empieza reduciendo las fracciones iniciales.
El primer ejemplo está empezado.

a) $\frac{8}{10} = \frac{4}{5} = \frac{\ }{15}$ b) $\frac{4}{6} = \frac{\ }{\ } = \frac{\ }{15}$ c) $\frac{40}{100} = \frac{\ }{\ } = \frac{\ }{45}$

d) $\frac{15}{18} = \frac{\ }{\ } = \frac{\ }{30}$ e) $\frac{70}{100} = \frac{\ }{\ } = \frac{\ }{90}$ f) $\frac{50}{75} = \frac{\ }{\ } = \frac{\ }{36}$

10. Tania cobra $2.500 por 3 horas de trabajo. ¿Cuánto cobra por 6 horas?

11. Tres centímetros de un mapa representan 10 km reales. Si un lago mide 9 cm en el mapa, ¿cuál es su extensión real?



12. Un portero de jóquey para 13 de cada 14 tiros. En un partido hay 42 tiros. ¿Cuántos goles se marcan?

RP7-32 Usar proporciones para resolver problemas de porcentajes II

1. Escribe proporciones que representen los porcentajes de los enunciados. Resuelve las proporciones.

a) ¿Qué porcentaje de 20 es 4? parte _____ todo _____ porcentaje _____ $\frac{\_\_\_}{\_\_\_} = \frac{\_\_\_}{100}$

b) Si 6 es el 25%, ¿cuánto es el 100%? parte _____ todo _____ porcentaje _____ $\frac{\_\_\_}{\_\_\_} = \frac{\_\_\_}{100}$

c) ¿Cuánto es el 17% de 10? parte _____ todo _____ porcentaje _____ $\frac{\_\_\_}{\_\_\_} = \frac{\_\_\_}{100}$

d) ¿Cuánto es el 17% de 50? parte _____ todo _____ porcentaje _____ $\frac{\_\_\_}{\_\_\_} = \frac{\_\_\_}{100}$

e) ¿Qué porcentaje de 5 es 4? f) ¿De qué número es 6 el 25%? g) ¿De qué número es 24 el 80%?

2. Explica por qué la proporción $\frac{3}{25} = \frac{x}{100}$ es fácil de resolver.

3. Escribe una proporción del tipo $\frac{a}{b} = \frac{x}{100}$ que represente los problemas. Resuelve simplificando primero $\frac{a}{b}$.

a) ¿Qué porcentaje de 15 es 3? b) ¿Qué porcentaje de 24 es 6? c) ¿Qué porcentaje de 30 es 12?

4. Expresa los porcentajes en forma de proporción. Encuentra razones equivalentes para reescribir las proporciones. Resuelve las nuevas proporciones.

a) Si 6 es el 40%, ¿cuánto es el 100%?

parte *6* todo *x* porcentaje *40* $\frac{6}{x} = \frac{40}{100}$

Pista: Empieza escribiendo el 40% como una razón equivalente con 2 en el numerador. $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

b) ¿Cuánto es el 75% de 48? Pista: Escribe primero el 75% como una razón equivalente con 4 en el denominador.

parte _____ todo _____ porcentaje _____ $\frac{\_\_\_}{\_\_\_} = \frac{\_\_\_}{100}$

c) ¿Qué porcentaje de 60 es 45?

parte _____ todo _____ porcentaje _____ $\frac{\_\_\_}{\_\_\_} = \frac{\_\_\_}{100}$

d) ¿Cuánto es el 60% de 15?

parte _____ todo _____ porcentaje _____ $\frac{\_\_\_}{\_\_\_} = \frac{\_\_\_}{100}$

5. Resuelve.

a) ¿De qué número es 9 el 60%? b) ¿Cuánto es el 75% de 24?

c) ¿De qué número es 16 el 80%? d) ¿Qué porcentaje de 360 es 72?

6. Si el 35% de 120 alumnos usa un reproductor MP3, ¿cuántos alumnos lo usan?

7. Diez alumnos de una clase (el 40%) van en bici al instituto. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

> RECUERDA: Si $\frac{2}{3}$ de un número es 100, ¿cuál es el número?
>
> $\frac{2}{3} = \frac{100}{?}$ $\frac{\text{parte}}{\text{todo}}$ $\qquad \frac{2}{3} \overset{\times 50}{\underset{\times 50}{=}} \frac{100}{?} \qquad \frac{2}{3} = \frac{100}{150}$ El número es 150.

8. ¿Cuál es el número?

a) $\frac{2}{5}$ de un número es 4.
b) $\frac{3}{7}$ de un número es 9.
c) $\frac{5}{11}$ de un número es 25.

9. En una caja hay eslabones rojos y azules. Calcula el número total de eslabones.

a) $\frac{3}{4}$ de los eslabones (6) son rojos.
b) $\frac{3}{5}$ de los eslabones (12) son azules.
c) El 60% de los eslabones (15) son rojos.
d) La razón entre eslabones rojos y azules es de 4 : 5. Hay 20 eslabones rojos. Pista: ¿Qué fracción de los eslabones son rojos?

10. Emma y Sonia comparten una suma de dinero. Emma recibe $\frac{2}{5}$ del dinero. Sonia recibe $2.400.

a) ¿Qué fracción de la suma recibe Sonia?
b) ¿Cuánto dinero comparten Emma y Sonia?

11. En el instituto Ángel Ganivet, $\frac{3}{8}$ de los alumnos van en bus a clase, $\frac{3}{5}$ van andando, y el resto van en bici. Hay 20 alumnos que van en bici a clase. ¿Cuántos alumnos tiene el instituto?

12. En un acuario, $\frac{2}{3}$ de los peces son rojos, $\frac{1}{4}$ son amarillos y el resto, verdes. Hay 42 peces rojos más que verdes.

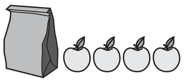
a) ¿Qué fracción de los peces son verdes?
b) ¿Qué fracción del número total de peces representa 42? Pista: 42 es la diferencia entre el número de peces rojos y verdes.
c) ¿Cuántos peces hay en el acuario?

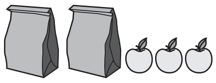
13. En la colección de Carlos, el 70% de los sellos son españoles, y el resto, de otros países. Carlos tiene 500 sellos españoles más que del resto de países. ¿Cuántos sellos tiene?

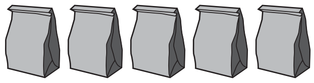
14. En un cartel LED, $\frac{1}{5}$ de las luces son amarillas, y el resto, azules y rojas. Hay el doble de luces azules que amarillas, y hay 200 luces rojas. ¿Cuántas luces LED de todos los colores hay en total?

RP7-33 Resolver ecuaciones (introducción)

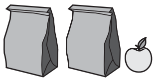
1. Cada bolsa contiene un determinado número de manzanas, que llamaremos x.
Formula una expresión para el número total de manzanas.

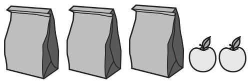
a)  ____________________

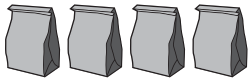
b)  ____________________

c)  ____________________

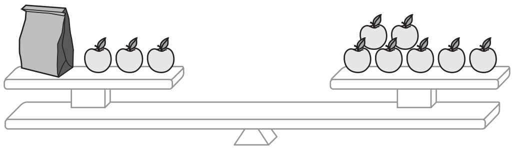
2. Escribe el número total de manzanas de dos maneras y formula una ecuación.

a) Hay 9 manzanas en total.

____

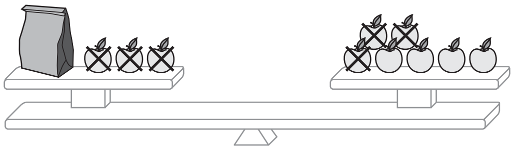
b) Hay 11 manzanas en total.

____

c) Hay 20 manzanas en total.

____

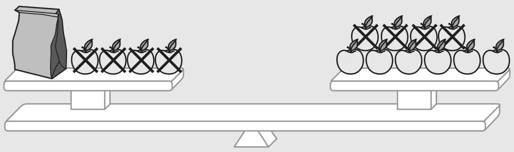
3. a) Los brazos de la balanza están en equilibrio. Formula una ecuación que lo muestre.


____

b) Quita el mismo número de manzanas de cada lado para mantener la balanza en equilibrio. Deja la bolsa sola en uno de los lados. Formula una nueva ecuación.


____

c) ¿Cuántas manzanas hay en la bolsa? ________

> Calcular el valor de una variable en una ecuación se denomina **resolver la ecuación**.
>
> Para resolver $x + 4 = 10$, resta 4 en ambos lados de la ecuación de modo que en uno de ellos quede solo la x.
>
> 
>
> $$\begin{array}{rcr} x+4 & = & 10 \\ -\ \mathbf{4} & & -\ \mathbf{4} \\ \hline x & = & 6 \end{array}$$

4. Resta 5 en ambos lados de la ecuación.

a) $\begin{array}{rcr} x+5 & = & 8 \\ -\ \mathbf{5} & & -\ \mathbf{5} \\ \hline x & = & 3 \end{array}$

b) $\begin{array}{rcr} 5+x & = & 9 \\ -\ \mathbf{5} & & -\ \mathbf{5} \\ \hline & & \end{array}$

c) $\begin{array}{rcr} 3 & = & 5+x \\ -\ \mathbf{5} & & -\ \mathbf{5} \\ \hline & & \end{array}$

d) $\begin{array}{rcr} 0 & = & x+5 \\ -\ \mathbf{5} & & -\ \mathbf{5} \\ \hline & & \end{array}$

5. Resta el mismo número en ambos lados de la ecuación para dejar la x sola.

a) $\begin{array}{rcr} x+2 & = & 8 \\ -\ 2 & & -\ 2 \\ \hline & & \end{array}$

b) $\begin{array}{rcr} 7+x & = & 12 \\ -\ 7 & & -\ 7 \\ \hline & & \end{array}$

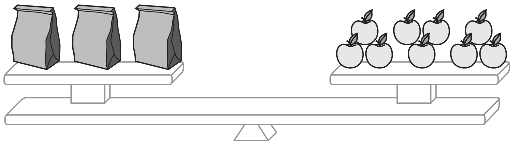
c) $\begin{array}{rcr} 11 & = & 6+x \\ -\ 6 & & -\ 6 \\ \hline & & \end{array}$

d) $\begin{array}{rcr} 9 & = & 4+x \\ -\ 4 & & -\ 4 \\ \hline & & \end{array}$

6. Resuelve la ecuación restando el mismo número en ambos lados.

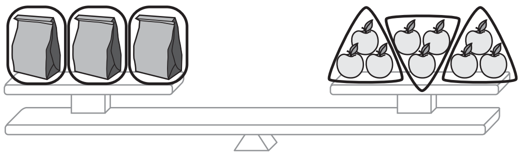
a) $x + 11 = 20$ b) $9 + x = 15$ c) $65 = x + 28$ d) $43 = x + 15$

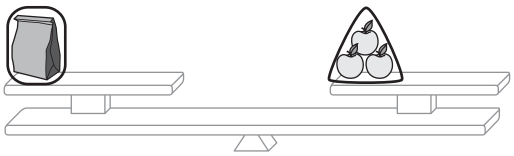
7. a) Los brazos de la balanza están en equilibrio. Formula una ecuación que lo muestre.



____

b) Divide las cantidades de ambos lados entre el mismo número de grupos iguales.
Deja un grupo en cada brazo. Formula una ecuación.





____

c) ¿Cuántas manzanas hay en cada bolsa? ________

8. Divide ambos lados de la ecuación por el mismo número para despejar x.

a) $\dfrac{3x}{:\ 3} = \dfrac{12}{:\ 3}$ b) $\dfrac{8x}{:\ 8} = \dfrac{32}{:\ 8}$ c) $\dfrac{12}{:\ 6} = \dfrac{6x}{:\ 6}$ d) $\dfrac{24}{:\ 4} = \dfrac{4x}{:\ 4}$

9. Resuelve la ecuación dividiendo ambos lados entre el mismo número.

a) $5x = 30$ b) $3x = 18$ c) $9x = 54$ d) $7x = 56$

$5x : 5 = 30 : 5$

$x = 6$

e) $3x = 12.000$ f) $4x = 680$ g) $8x = 128$ h) $5x = 135$

10. Resuelve la ecuación haciendo la misma operacion en ambos lados.

a) $x + 4 = 12$ b) $4x = 12$ c) $5 + x = 35$ d) $5x = 35$

e) $5 + x = 11$ f) $39 = 13x$ g) $x + 14 = 27$ h) $3x = 42$

RECUERDA: Podemos restar un número negativo sumando su opuesto.

Ejemplo: $7 - (-4) = 7 + 4 = 11$

Podemos sumar un número negativo restando su opuesto.

Ejemplo: $7 + (-4) = 7 - 4 = 3$

11. Resuelve la ecuación restando el mismo número en ambos lados.

a) $x + (-4) = 9$

$x = 9 - (-4)$

$x = 9 + 4$

$x = 13$

b) $x + (-8) = 15$

c) $x + 5 = 13$

d) $x + 5 = -13$

e) $x + 3 = -8$

f) $x + (-3) = -8$

g) $x + 3 = 8$

h) $x + (-3) = 8$

RECUERDA: Podemos multiplicar y dividir números positivos y negativos multiplicando sus valores absolutos y aplicando las reglas de los signos:

$(+) \times (+) = +$ $(+) \times (-) = -$ $(-) \times (+) = -$ $(-) \times (-) = +$

$(+) : (+) = +$ $(+) : (-) = -$ $(-) : (+) = -$ $(-) : (-) = +$

12. Resuelve la ecuación dividiendo ambos términos entre el mismo número.

a) $4x = -12$

b) $-4x = 12$

c) $x \times (-4) = 12$

d) $-4x = -12$

e) $-42 = x \times (-6)$

f) $-39 = -13x$

g) $5 = \frac{1}{2}x$

h) $-\frac{1}{3}x = 6$

RP7-34 Multiplicación en cruz (introducción)

$\frac{3}{4} = 0{,}75$ es lo mismo que $3 : 4 = 0{,}75$; por tanto, $3 = 0{,}75 \times 4$.

1. Expresa la igualdad como una división y luego como una multiplicación.

a) $\frac{10}{5} = 2$ b) $7 = \frac{28}{4}$ c) $\frac{33}{3} = 11$ d) $3 = \frac{21}{7}$

10 : 5 = 2 ______ ______ ______

10 = 2 × 5 ______ ______ ______

2. Expresa la igualdad en forma de multiplicación.

a) $\frac{7}{2} = 3{,}5$ b) $1{,}2 = \frac{12}{10}$ c) $\frac{-24}{6} = -4$ d) $3 = \frac{21}{x}$

7 = 3,5 × 2 ______ ______ ______

e) $\frac{5}{4} = 1{,}25$ f) $2{,}75 = \frac{11}{4}$ g) $\frac{-12}{10} = -1{,}2$ h) $3 = \frac{21}{t}$

Es posible convertir fracciones equivalentes en productos equivalentes. Para ello, hay que multiplicar ambas fracciones por el producto de sus denominadores.

Ejemplo: $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$. Multiplicamos ambas fracciones por **4 × 12**, que es el producto de sus denominadores.

$$\frac{3}{\cancel{4}} \times \cancel{\mathbf{4}}\ \ \mathbf{12} = \frac{9}{\cancel{12}} \times \mathbf{4}\ \ \cancel{\mathbf{12}}$$

$$3 \times 12 = 9 \times 4$$

Expresar $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ como $3 \times 12 = 9 \times 4$ se denomina **multiplicar en cruz**, porque los productos se obtienen multiplicando los números en forma de cruz (×):

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

3. Comprueba que la multiplicación en cruz funciona en las siguientes fracciones equivalentes.

a) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ b) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ c) $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ d) $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

2 × 15 = 6 × 5

30 = 30 ✓

e) $\frac{2{,}5}{3} = \frac{5}{6}$ f) $\frac{-2}{3} = \frac{-8}{12}$ g) $\frac{3}{-5} = \frac{-9}{15}$ h) $\frac{4}{1{,}5} = \frac{8}{3}$

2,5 × 6 = 5 × 3

15 = 15 ✓

4. Multiplica en cruz y escribe = (igual) o ≠ (distinto de) en el recuadro.
¿Son equivalentes las fracciones?

a) $\frac{3}{4}$ y $\frac{10}{13}$

3 × *13* $\boxed{}$ *10* × *4*

¿Son $\frac{3}{4}$ y $\frac{10}{13}$ equivalentes? ____________

b) $\frac{2}{5}$ y $\frac{10}{25}$

______ × ______ $\boxed{}$ ______ × ______

¿Son $\frac{2}{5}$ y $\frac{10}{25}$ equivalentes? ____________

c) $\frac{9}{10}$ y $\frac{81}{100}$

______ × ______ $\boxed{}$ ______ × ______

¿Son $\frac{9}{10}$ y $\frac{81}{100}$ equivalentes? ____________

d) $\frac{5}{7}$ y $\frac{28}{35}$

______ × ______ $\boxed{}$ ______ × ______

¿Son $\frac{5}{7}$ y $\frac{28}{35}$ equivalentes? ____________

e) $\frac{3}{4}$ y $\frac{15}{20}$ f) $\frac{5}{6}$ y $\frac{35}{42}$ g) $\frac{91}{105}$ y $\frac{104}{120}$ h) $\frac{14}{21}$ y $\frac{30}{48}$

> También podemos multiplicar en cruz fracciones compuestas equivalentes.
>
> Ejemplo: $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{7}}$ y $\frac{\frac{7}{5}}{\frac{4}{5}}$ $\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{3\times\cancel{4}}{\cancel{4}\times 5}=\frac{3}{5}$ y $\frac{7}{5}\times\frac{3}{7}=\frac{\cancel{7}\times 3}{5\times\cancel{7}}=\frac{3}{5}$; por tanto, $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{7}}$ y $\frac{\frac{7}{5}}{\frac{4}{5}}$ son equivalentes.

5. ¿Son equivalentes estas fracciones compuestas? Multiplica en cruz para comprobarlo.

a) $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{7}{3}}$ y $\frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{3}}$

b) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{2}}$ y $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{5}}$

c) **Extra ▶** $\frac{-\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}}$ y $\frac{\frac{3}{2}}{-\frac{4}{5}}$

d) **Extra ▶** $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}}$ y $\frac{\frac{9}{2}}{\frac{12}{5}}$

6. a) Completa la fracción equivalente. Empieza simplificando la fracción inicial.

i) $\frac{8}{10}=\frac{4}{5}=\frac{}{15}$ ii) $\frac{4}{6}=\frac{}{}=\frac{}{15}$ iii) $\frac{70}{100}=\frac{}{}=\frac{}{90}$

b) Usa la multiplicación en cruz para comprobar los resultados del ejercicio *a*).

c) ¿Cómo resolverías los siguientes cálculos? ¿Mentalmente (reduciendo la fracción) o multiplicando en cruz? Calcula el número que falta.

i) $\frac{40}{100}=\frac{18}{}$ ii) $\frac{19}{20}=\frac{}{7}$ iii) $\frac{50}{75}=\frac{}{24}$

Llibre7.2.indb 55 21/7/16 9:38

RP7-35 Usar ecuaciones para resolver proporciones

Podemos resolver una proporción multiplicando en cruz y resolviendo la ecuación.

$$\frac{6}{x} = \frac{9}{6} \longrightarrow \frac{6}{x} = \frac{9}{6} \longrightarrow \begin{aligned} 9x &= 6 \times 6 \\ 9x &= 36 \\ x &= 36 : 9 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

1. Multiplica en cruz para formular una ecuación con x. (No la resuelvas.)

a) $\frac{7}{x} = \frac{3}{5}$ $\quad$ $7 \times 5 = 3x$

b) $\frac{x}{9} = \frac{2}{5}$ $\quad$ $5x = 2 \times 9$

c) $\frac{11}{x} = \frac{5}{2}$ $\quad$ ______

d) $\frac{4}{9} = \frac{x}{3}$ $\quad$ ______

e) $\frac{5}{21} = \frac{3}{x}$ $\quad$ ______

f) $\frac{x}{52} = \frac{4}{8}$ $\quad$ ______

g) $\frac{20}{x} = \frac{12}{25}$ $\quad$ ______

h) $\frac{12}{x} = \frac{3}{10}$ $\quad$ ______

2. Despeja la x.

a) $\frac{9}{6} = \frac{x}{3}$

b) $\frac{4}{x} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{4} = \frac{6}{x}$

d) $\frac{100}{7} = \frac{9}{x}$

e) $\frac{2}{x} = \frac{10}{4}$

f) $\frac{-5}{x} = \frac{1}{6}$

g) $\frac{2}{-3} = \frac{8}{x}$

Extra ▶ $\frac{10}{5} = \frac{-x}{9}$

Podemos resolver problemas con porcentajes escribiendo una proporción y luego multiplicando en cruz.

Ejemplo: ¿Cuál es el 70% de 9? $\quad \frac{x}{9} = \frac{70}{100}$; por tanto, $100x = 70 \times 9$

$$\begin{aligned} 100x &= 630 \\ x &= \frac{630}{100} \\ x &= 6{,}3 \end{aligned}$$

3. Resuelve escribiendo primero una proporción.

a) ¿Cuánto es el 90% de 6?

b) ¿De qué número es 9 el 2%?

c) ¿Qué porcentaje de 15 es 3?

Extra ▶ ¿Qué porcentaje de 8 es 5?

Resuelve todos los ejercicios en tu cuaderno.

Formula la ecuación para cada ejercicio y resuélvela. Puedes usar la calculadora.

4. a) ¿Qué porcentaje de 32 es 8? b) ¿Qué porcentaje de 125 es 5?

c) ¿Qué porcentaje de 128 es 32? d) ¿Qué porcentaje de 15 es 0,6?

5. Calcula los porcentajes. Redondea a la unidad.

a) ¿Qué porcentaje aprox. de 24 es 5? b) ¿Qué porcentaje aprox. de 17 es 9?

c) ¿Qué porcentaje aprox. de 9 es 4? d) ¿Qué porcentaje aprox. de 7.560 es 3.000?

e) ¿Qué porcentaje aprox. de 27 es 1,3?

6. Si Gabriela ha leído 54 de las 297 páginas de un libro de la biblioteca, ¿qué porcentaje aproximado del libro lleva leído?

7. Calcula la cantidad. Incluye las unidades en los resultados.

a) 26% de 130 g b) 11% de 407 m

c) 32% de 11 ml d) 99% de 8 m^2

e) 40% de 2.222 min

8. Aproximadamente el 3% de 592 alumnos son veganos. ¿Cuántos alumnos son veganos?

9. Un equipo de básquetbol gana el 60% de 25 partidos en una temporada.

a) ¿Qué porcentaje de los partidos jugados pierde?

b) ¿Cuántos partidos pierde?

10. ¿Cuánto es el 100% si…

a) el 25% es 30? b) el 15% es 30? c) el 3% es 12?

11. ¿Cuánto es el 100% aproximadamente? Redondea el resultado a las unidades.

a) 10 es el 7% b) 74 es el 32% c) 2 es el 9%

12. En una clase de 7° básico, 6 alumnos, aproximadamente el 27%, sacan sobresaliente en matemáticas. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

Extra ▶ Benito se compra un computador nuevo con un 15% de descuento. Le cuesta $354.500.

a) ¿Qué porcentaje del precio original paga?

b) ¿Cuál era el precio original?

c) ¿Cuánto dinero se ahorra Benito comprando el computador con descuento?

RP7-36 Reconocer proporciones

Podemos saber que hay que usar proporciones cuando encontramos en el enunciado palabras como "por cada", "en cada", "para cada", "para" o "por".

1. Subraya las palabras clave que te indican que debes resolver proporciones. Luego, resuelve.

a) Hay 3 cucharadas de azúcar en cada vaso de refresco de cola. ¿Cuántas cucharadas de azúcar hay en 5 vasos de refresco?

b) Teo conduce en bici a 15 km por hora. ¿Cuántos kilómetros recorre en 3 horas?

c) Para hacer una *fondue*, Natalia necesita 100 gramos de queso por invitado. ¿Cuánto queso necesita para 12 personas?

d) Para hacer engrudo, Lin necesita 3 tazas de harina por cada 2 tazas de agua. ¿Cuánta harina necesita para 10 tazas de agua?

Por cada 3 bolitas rojas, hay 2 bolitas azules.

Si doblamos el número de bolitas rojas, también doblamos el número de bolitas azules.

2. ¿Contiene el enunciado palabras que signifiquen "proporción"? Rodea con un círculo "sí" o "no".

a) Cada pizza cuesta $7.500.	sí	no
b) Tres personas tardan dos horas en pintar una reja.	sí	no
c) Jessica aprende 300 palabras nuevas cada 2 meses.	sí	no
d) Enviar publicidad cuesta $300 por carta.	sí	no
e) Dentro de 3 años, Marcos tendrá el doble de años que ahora.	sí	no

Para comprobar si una relación es proporcional, duplica una de las cantidades. Si la otra también se duplica, la relación es proporcional.

3. ¿Las siguientes cantidades son proporcionales? Escribe "sí" o "no".

a) Cuando hay 3 personas pintando la reja, el almuerzo cuesta $2.500. __________
Pista: Si hubiera 6 personas pintando, ¿el almuerzo costaría $5.000?

b) 3 personas tardan 2 horas en pintar una reja. __________
Pista: Si hubiera 6 personas pintando, ¿tardarían 4 horas?

c) Cuando Silvia tiene 3 años, Hugo tiene 5 años. __________
Pista: Cuando Silvia tenga 6 años, ¿Hugo tendrá 10?

d) Salma aprende 300 palabras nuevas cada 2 meses. __________

e) Mezcla 2 tazas de pintura azul con 3 tazas de pintura amarilla para hacer pintura verde. __________

f) 5 personas tardan 1 hora en armar una carpa. __________

4. a) Relaciona cada tabla con el problema correspondiente.

A. 2 personas realizan un trabajo en 6 horas.
¿Cuánto tardan 4 personas en hacer el mismo trabajo?

B. Tomás tiene 2 años, e Irina, 6.
¿Qué edad tendrá Irina cuando Tomás tenga 4 años?

C. Una receta indica 2 tazas de harina por cada 6 cucharaditas de azúcar.
¿Cuántas cucharaditas de azúcar hacen falta por cada 4 tazas de harina?

2	6
4	12

____

2	6
4	3

____

2	6
4	8

____

b) ¿Qué tabla o tablas del ejercicio *a*) son tablas de razones? __________

5. a) Resuelve el problema.

i) Tres personas tardan 4 horas en pintar una habitación. ¿Cuánto tardarían seis personas? ____________________

ii) José Luis tarda 1 hora en pintar una pared. ¿Cuánto tardaría en pintar cuatro paredes? ____________________

iii) Blanca tiene 7 años. Roberto tiene 12. Cuando Blanca tenga 13 años, ¿cuántos tendrá Roberto? ____________________

b) ¿Para qué problema o problemas del ejercicio *a*) has usado proporciones? ____________________

RP7-37 Problemas con razones y porcentajes: diagramas de cinta, descuentos y beneficios

1. a) Tras un descuento del 20%, unos patines cuestan $30.000. ¿Cuál era el precio original?

100% = $______

%	20	20	20	20	20
$					

$30.000

b) Tras un descuento del 25%, un monopatín cuesta $9.000. ¿Cuál era el precio original?

100% = $ ______

%	25	25	25	25
$				

$9.000

c) Tras un descuento del 30%, una lata de refresco cuesta $490. ¿Cuál era el precio original?

100% = $ ______

%	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
$										

$490

d) Tras un descuento del 60%, unos guantes cuestas $1.200. ¿Cuál era el precio original?

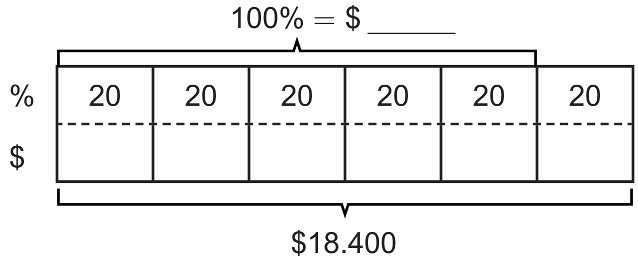
%	20	20	20	20	20
$					

e) Tras un descuento del 40%, un chaleco cuestas $4.500. ¿Cuál era el precio original?

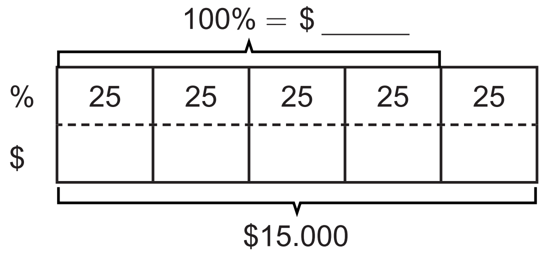
Las tiendas suelen ganar dinero vendiendo productos a un precio mayor del que ellos pagan por estos. Esa cantidad adicional se denomina **beneficio**.

Ejemplo: Una tienda compra unos patines de hielo por $10.000 y sube el precio un 20%.
El 20% de $10.000 son $2.000; por tanto, el precio aumenta en $2.000.
La tienda vende los patines a 10.000 + 2.000 = 12.000

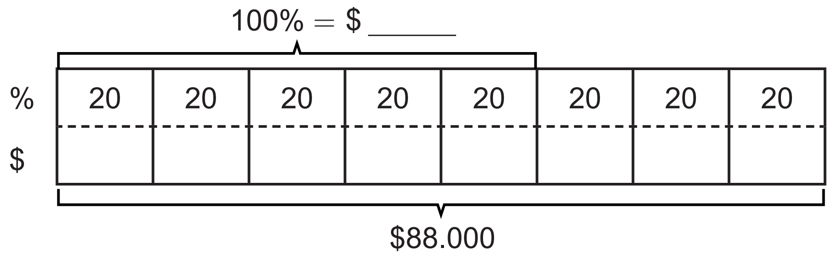
2. a) Tras aplicar un 20% de beneficio, el precio de unas zapatillas para correr es de $18.400. ¿Cuál era el precio antes de aplicar el beneficio?



b) Tras aplicar un 25% de beneficio, el precio de unos patines en línea es de $15.000. ¿Cuál era el precio antes de aplicar el beneficio?



c) Tras aplicar un 60% de beneficio, el precio de unos esquíes es de $88.000. ¿Cuál era el precio antes de aplicar el beneficio?



d) Tras aplicar un 75% de beneficio, el precio de una camiseta es de $21.000. ¿Cuál era el precio antes de aplicar el beneficio?

Problemas en varios pasos

1. Unos pantalones vaqueros costaban $11.000 la semana pasada. Ahora están rebajados un 20%. Calcula el nuevo precio de los pantalones de dos maneras.

a) Calcula el 20% de $11.000. Luego resta esa cantidad a $11.000. ______________

b) 100% − 20% = 80%. Calcula el 80% de $11.000. ________________

2. Una agenda costaba $1.250 el año pasado. El precio este año ha aumentado un 20%. ¿Cuál es el nuevo precio?

3. Un juego cuesta $2.500 más el 19% de impuestos. ¿Son suficientes $2.800 para comprarlo?

4. a) 115% = 46 46 : 115

¿Cuánto es el 1%? *0,4*

¿Cuánto es el 100%? *40*

b) 175% = 35

¿Cuánto es el 1%? ________

¿Cuánto es el 100%? ________

c) 150% = 45

¿Cuánto es el 1%? ________

¿Cuánto es el 100%? _______

5. El precio de una camiseta, con el 19% de impuestos incluidos, es de $12.440. El precio total es el 119% del precio original. ¿Cuál era el precio original?

6. Una frutería compra manzanas ecológicas a $80 y las vende a $100 cada una. ¿Qué porcentaje de beneficio aplica la frutería a cada manzana?

7. Este año hay 20 alumnos más en la banda que el año pasado, lo que supone un aumento del 10%.

a) ¿Cuántos alumnos había el año pasado en la banda?

b) ¿Cuántos alumnos hay este año?

8. El impuesto para una compra de $100 es de $19. ¿Cuánto es el impuesto para una compra de $450?

9. Emilia viaja a Estados Unidos y compra una camiseta cuyo precio antes de impuestos es de $6.950. El importe total, tras sumar los impuestos, es de $7.610. ¿Qué porcentaje de impuestos le aplican?

10. Calcula el porcentaje. Redondéalo a una cifra decimal si es necesario.

a) El 25% del 50% =

= *0,25 × 0,50* =

= *0,125 = 12,5%*

b) El 10% del 60% =

= ____________________ =

= ____________________

c) El 80% del 30% =

= ____________________ =

= ____________________

11. Bea regala el 60% de su colección de sellos a su hermano, y vende el 20% restante. ¿Qué porcentaje de su colección de sellos vende Bea?

Resuelve todos los ejercicios en tu cuaderno.

12. Tres personas se reparten una pizza de 8 porciones. Ana se come 2 porciones, David 3, y Katia otras 3. La pizza cuesta $13.490 más el 19% de impuestos. ¿Cuánto debería pagar cada uno?

13. Dos porteros de jóquey, Jin y Aisha, comparan sus resultados. Jin ha parado 53 de 60 tiros en 3 partidos. Aisha ha parado 65 de 70 tiros en 2 partidos.

a) Calcula el porcentaje de tiros que ha parado cada uno (con una cifra decimal).

b) Calcula la media de goles que le han metido a cada uno por partido (con una cifra decimal).

c) ¿Quién crees que es mejor portero? ¿Por qué?

14. Eduardo regala el 45% de sus láminas de básquetbol.

a) ¿Qué fracción de las láminas se queda?

b) Eduardo pega las láminas restantes en un álbum. En cada página hay 18 láminas, y llena $23\frac{5}{6}$ de páginas. ¿Cuántas láminas pega Eduardo en el álbum?

c) ¿Cuántas láminas tenía Eduardo antes de regalar parte de su colección?

15. El oro de 24 quilates es puro; eso significa que el de 12 quilates tiene una pureza del 50%, y el de 18 quilates, del 75%.

a) ¿Qué pureza tiene el oro de 15 quilates?

b) Tina tiene una pulsera de oro que pesa 50 g. Es de oro de 15 quilates. Si el oro puro cuesta $5.340 por gramo, ¿cuál es el precio de su pulsera?

16. Ricardo dona $\frac{2}{7}$ de sus ahorros a una ONG, y se gasta $\frac{3}{5}$ del resto en regalos de Navidad.

a) ¿Qué fracción de sus ahorros le queda?

b) Si a Ricardo le quedan $30.000, ¿cuánto dinero tenía ahorrado?

17. En un viaje a Estados Unidos, un libro que te gusta cuesta $17.500. La vendedora te dice que el precio total, impuestos incluidos, es de $21.430. ¿Cómo puedes saber si el precio total es razonable sin usar una calculadora? Pista: ningún estado americano tiene unos impuestos superiores al 12%.

Extra ▶ Hace dos años, una calculadora costó $3.500. El precio aumentó el 10% el año pasado. Este año, ha aumentado el 12%. ¿Qué precio tiene este año? ¿En qué porcentaje ha aumentado el precio en los dos últimos años?

Extra ▶ Una población aumenta el 10% un año y el 15% el año siguiente. Explica por qué el aumento de la población en dos años no es del 25%.

EE7-13 Resolver ecuaciones: estima y comprueba

Recuerda: Resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que verifica la ecuación. Sara utiliza una tabla para resolver $2x + 1 = 7$.

Por tanto, para $x = 3$ la ecuación se cumple.

x	$2x + 1$	¿Se cumple?
1	3	✗
2	5	✗
3	7	✓

1. Completa las tablas y luego resuelve la ecuación.

a) $4x + 1 = 21$

x	$4x + 1$	¿Verdadera?
1	$4(1) + 1 = 5$	✗
2	$4(2) + 1 = 9$	✗
3		
4		
5		

Por tanto, $x =$ ______

b) $3x + 4 = 16$

x	$3x + 4$	¿Verdadera?
1	$3(1) + 4 = 7$	✗
2		
3		
4		
5		

Por tanto, $x =$ ______

c) $5x - 3 = 12$

x	$5x - 3$	¿Verdadera?
1		
2		
3		
4		
5		

Por tanto, $x =$ ______

2. Sustituye n por 5 y di si 5 es un valor demasiado alto, demasiado bajo o adecuado para resolver la ecuación. Luego, prueba con números mayores o menores si es necesario.

a) $4n - 1 = 23$

n	$4n - 1$	Resultado
5	$4(5) - 1$	19

5 es *demasiado bajo*.

b) $5n - 4 = 16$

n	$5n - 4$	Resultado
5	$5(5) - 4$	

5 es ____________________.

c) $2n - 5 = 7$

n	$2n - 5$	Resultado
5		

5 es ____________________.

d) $3n + 2 = 17$

n	$3n + 2$	Resultado
5		

5 es ____________________.

e) $4n + 3 = 19$

n	$4n + 3$	Resultado
5		

5 es ____________________.

f) $8n - 1 = 31$

n	$8n - 1$	Resultado
5		

5 es ____________________.

3. Resuelve la ecuación: Prueba primero con valores bajos de n, comprueba y revisa si es necesario.

a) $4n + 2 = 22$ b) $5n - 2 = 33$ c) $4n - 1 = 27$

d) $6n - 5 = 19$ e) $8n - 2 = 22$ f) $9n + 2 = 65$

4. Completa las tablas. Cuando n aumenta, ¿el valor de las expresiones aumentan o disminuyen?

a)

n	$n - 2$
1	
2	
3	
4	

Si n aumenta, $n - 2$

________________.

b)

n	$2 - n$
1	
2	
3	
4	

Si n aumenta, $2 - n$

________________.

c)

n	$-2n + 3$
1	
2	
3	
4	

Si n aumenta, $-2n + 3$

________________.

Cuando el coeficiente de n es negativo, si n aumenta, la expresión disminuye.

Resolvemos $15 - 2n = 7$ estimando y comprobando. Probamos con $n = 5$ y calculamos:

$15 - 2(5) = 15 - 10 = 5$

Como el resultado es demasiado bajo, 5 es demasiado alto. Probamos con $n = 4$ en la expresión:

$15 - 2(4) = 15 - 8 = 7$

Por tanto, $n = 4$ resuelve la ecuación.

5. Sustituye n por 5 y comprueba si 5 es demasiado alto o demasiado bajo para resolver la ecuación. Luego, prueba con números menores o mayores.

a) $30 - 4n = 14$

n	$30 - 4n$	Resultado
5		

5 es ________________.

b) $50 - 5n = 20$

n	$50 - 5n$	Resultado
5		

5 es ________________.

c) $22 - 3n = 4$

n	$22 - 3n$	Resultado
5		

5 es ________________.

6. Resuelve la ecuación. Prueba con valores bajos de n, comprueba y revisa.

a) $20 - 3n = 8$ b) $5n - 4 = 26$ c) $50 - 7n = 15$

d) $32 - 6n = -4$ e) $9n - 34 = 2$ f) $6n - 25 = 5$

7. ¿Resolverías $\frac{7}{3} - \frac{1}{8}x = \frac{2}{5}$ estimando, comprobando y revisando? Justifica tu respuesta.

EE7-14 Conservar la igualdad al resolver ecuaciones

1. Muestra la operación que hay que hacer para obtener x.

a) $3x$ $3x : 3$ ______ b) $x - 3$ ______ c) $x + 7$ ______ d) $8 + x$ ______

e) $\frac{x}{8}$ ______ f) $1{,}5x$ ______ g) $x - 9$ ______ h) $x + \frac{3}{4}$ ______

Para resolver una ecuación, despejamos la variable en un lado de la ecuación, con coeficiente 1.

Ejemplo:	$x - 3 = 4$	Puesto que sumando 3 a x – 3 obtenemos x, sumamos 3 a ambos lados.
	$x - 3 + 3 = 4 + 3$	Si ambos lados son iguales antes de sumar 3, lo son después de sumar 3.
	$x = 7$	Ahora x está despejada, con coeficiente 1, y podemos leer el resultado: $x = 7$.

2. Despeja x en el lado izquierdo. Haz la misma operación en el lado derecho y resuelve la ecuación.

a) $x - 3 = 5$ b) $x + 8 = 11$ c) $3{,}2 + x = 4{,}6$ d) $x - \frac{2}{7} = 5$

$x - 3 + 3 = 5 + 3$

$x = 8$

e) $x - 2 = -7$ f) $x + 7 = 4$ g) $2{,}7 + x = -6{,}1$ h) $x + \frac{5}{8} = \frac{1}{2}$

$x - 2 + 2 = -7 + 2$

$x = -5$

3. Comprueba los resultados del ejercicio 2 sustituyendo x por el resultado correspondiente. ¿Se cumple la igualdad?

a) $8 - 3 = 5$ ✓ b) c) d)

e) f) g) h)

RECUERDA: $(+) \times (+) = +$	$(+) \times (-) = -$	$(-) \times (+) = -$	$(-) \times (-) = +$
$(+) : (+) = +$	$(+) : (-) = -$	$(-) : (+) = -$	$(-) : (-) = +$

4. Calcula.

a) $3 \times (-2) =$ ____ b) $8 : (-4) =$ ____ c) $(-9) \times (-3) =$ ____ d) $(-9) : (-3) =$ ____

e) $-9 \times 5 =$ ____ f) $-20 : 5 =$ ____ **Extra ▶** $(-18) : (-4.5) =$ ________

5. Despeja x en el lado izquierdo. Haz la misma operación en el lado derecho y resuelve la ecuación.

a) $3x = 12$ b) $\dfrac{x}{-4} = 20$ c) $0{,}8x = -4{,}8$ d) $\dfrac{x}{-5} = -6$

A veces hacen falta dos pasos para resolver una ecuación.	Ejemplo: Resolvemos $-2x + 3 = 11$.
Paso 1: Hacemos la misma operación en ambos lados para despejar la variable.	Restamos 3 en ambos lados: $-2x + 3 - 3 = 11 - 3$ $-2x = 8$
Paso 2: Hacemos la misma operación en ambos lados para obtener un coeficiente igual a 1.	Dividimos ambos lados entre −2: $-2x : (-2) = 8 : (-2)$ $x = -4$

6. Haz la misma operación en ambos lados para despejar la variable. No resuelvas las ecuaciones.

a) $2x - 5 = 17$ b) $3x + 4 = 13$ c) $-3x + 14 = -10$

$2x - 5 + 5 = 17 + 5$

$2x = 22$

d) $7x - 13 = 22$ e) $-x - 3 = -10$ f) $2x + 5 = -3$

7. Resuelve las ecuaciones. Comprueba los resultados en tu cuaderno sustituyendo x por el resultado en la ecuación original.

a) $3x - 5 = 16$ b) $2x - 9 = -5$ c) $-3x + 5 = -19$

$3x - 5 + 5 = 16 + 5$

$3x = 21$

$3x : 3 = 21 : 3$

$x = 7$

d) $\dfrac{x}{5} + 4 = 3$ e) $\dfrac{x}{-3} + 8 = 3$ f) $-\dfrac{x}{2} - 3 = 7$

8. Abdul arrienda unos esquís por $3.000 la hora. Un pase diario cuesta $20.000.

a) ¿Cuánto cuesta arrendar esquís durante 3 horas?

b) ¿Cuántas horas puede Abdul arrendar unos esquís si tiene $41.000?

9. Emplea la propiedad distributiva para reformular las ecuaciones sin paréntesis.

a) $2(x + 3) = 16$

$2x + 6 = 16$

b) $3(5 - x) = 12$

c) $-3(x + 2) = 6$

d) $-2(x - 3) = 8$

e) $-4(3 - x) = 20$

f) $-2(-5x + 4) = 11$

10. Emplea la multiplicación cruzada para reformular las ecuaciones sin fracciones.

a) $\frac{2x-3}{5} = 4$

b) $\frac{2(4x+1)}{3} = 14$

c) $\frac{x+8}{3} = \frac{2}{-5}$

d) $\frac{2x-5}{-3} = \frac{-4}{7}$

e) $\frac{5-3x}{3} = \frac{-1}{4}$

Extra ▶ $\frac{2}{3}(5-3x) = 8$

11. Reformula las ecuaciones si es necesario. Luego, resuélvelas.

a) $4(x - 7) = 12$

b) $\frac{x+4}{5} = 4$

c) $-3(x + 4) = 15$

d) $22 = 3x + 4$

e) $15 + 2x = 9$

f) $3(x - 5) = 12$

g) $-3(x + 2) = 6$

h) $\frac{x+11}{2} = 3$

i) $\frac{x}{2} + 7 = 4$

j) $\frac{x}{2} + 3 = 9$

k) $\frac{x-5}{4} = 1$

l) $-5x + 2 = -13$

12. Resuelve $3(x + 4) = 21$ de dos formas. Comprueba que obtienes el mismo resultado en ambos casos.

a) Empieza aplicando la propiedad distributiva a $3(x + 4)$.

b) Empieza dividiendo ambos miembros de la ecuación entre 3.

EE7-15 Resolver ecuaciones en dos pasos: atajo

Aquí tenemos dos formas de resolver $x + 3 = 7$.

Método 1: Conservando la igualdad.

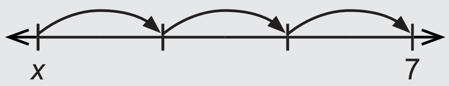
$$x + 3 = 7$$

$$x + 3 - 3 = 7 - 3$$

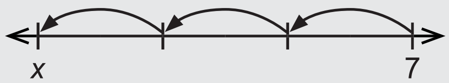
Por tanto, $x = 7 - 3$

Método 2: Empleando la lógica.

$x + 3 = 7$ significa sumar 3 a x para obtener 7.



Es decir, debemos restar 3 a 7 para obtener x.



Por tanto, $x = 7 - 3$.

Con ambos métodos, el 3 pasa al otro miembro y se resta en lugar de sumarse.

1. Para despejar x, agrupa los términos constantes en el lado derecho. No te olvides de cambiar la suma por una resta.

a) $x + 7 = 15$

$\quad x = 15 - 7$

b) $3x + 4 = 19$

c) $-x + 9 = 12$

d) $2x + 10 = 4$

e) $7 + 4x = 15$

f) $7 + 2x = 3$

g) $5 - 3x = 8$

$\quad -3x = 8 - 5$

h) $7 - 2x = 3$

i) $0{,}8 - 2{,}6x = -7$

Podemos resolver $x - 3 = 7$ de dos formas.

Método 1: Conservando la igualdad.

$$x - 3 = 7$$

$$x - 3 + 3 = 7 + 3$$

Por tanto, $x = 7 + 3$.

Método 2: Empleando la lógica.

$x - 3 = 7$ significa restar 3 a x para obtener 7.
Es decir, debemos sumar 3 a 7 para obtener x.

Por tanto, $x = 7 + 3$.

Con ambos métodos, el 3 pasa al otro lado y se suma en lugar de restarse.

2. Para despejar la x, agrupamos los términos constantes en el lado derecho. No olvides cambiar la resta por una suma.

a) $2x - 5 = 11$

$\quad 2x = 11 + 5$

b) $x - 7 = 11$

c) $4x - 5 = 6$

d) $3x - 4 = -10$

e) $0{,}6x - 5 = 1$

f) $-4 + 3x = 8$

Podemos pasar cualquier término al otro lado de una ecuación. Solo debemos cambiar las sumas por restas y las restas por sumas. Ejemplo:

Debemos restar 2 a A para obtener B.

$$\underbrace{5x - 3x + 4x}_{\text{A}} - \mathbf{2} = \underbrace{7 + 3 - 8}_{\text{B}}$$

Por tanto, debemos sumar 2 a B para obtener A.

$$\underbrace{5x - 3x + 4x}_{\text{A}} = \underbrace{7 + 3 - 8}_{\text{B}} + \mathbf{2}$$

3. Agrupa todos los términos variables en el lado izquierdo y todos los términos constantes en el derecho. No resuelvas las ecuaciones.

a) $3x + 5 - x = 7$

$3x - x = 7 - 5$

b) $8x + 4 = 3x - 11$

$8x - 3x = -11 - 4$

c) $7 - 4x = x - 3$

d) $2x + 8 - 5x = 14$

e) $9x - 5 = 11x + 5$

f) $2x - 8 = 5x + 1$

Una ecuación con los términos con x en un lado y los términos constantes en el otro es fácil de resolver.

Paso 1: Simplificamos el lado de las variables y operamos en el lado de las constantes.

Ejemplo: $3x - x - 4x = 7 - 9 + 8$

$-2x = 6$

Paso 2: Dividimos ambos lados por el coeficiente de la variable.

$-2x : (-2) = 6 : (-2)$

$x = -3$

4. Resuelve las ecuaciones.

a) $x + 6x - 4x = 10 - 1$

$3x = 9$

$x = 3$

b) $7x - 5x = 7 - 1$

c) $9x - 2x + x = 5 + 7 - 2 + 6$

d) $5x - 4x + x = -8 - (-2)$

e) $3x - 7x = 2 - (-10)$

f) $2x - 4x - x = 7 - 5 - 8$

g) $7x - 9x = 11 - 5$

h) $2x - 4x - x = 7 - 13$

i) $x - 5x = -1 - 2 - 8 + 4 - 1$

5. Reformula las ecuaciones sin paréntesis. Luego, agrupa los términos con x en el lado izquierdo y todos los términos constantes en el lado derecho. No resuelvas las ecuaciones.

a) $3(x - 5) = 13 - x$

$3x - 15 = 13 - x$

$3x + x = 13 + 15$

b) $2(x + 3) = x - 5$

c) $2(7 - 2x) = 5(x - 8)$

d) $3(5 - x) - 2 = 7(x - 1)$

e) $4(9 - x) = 3x - 13$

f) $2(3x + 4) = 4(5 - 3x)$

Para resolver una ecuación:

Paso 1: Reformulamos la ecuación sin paréntesis si es necesario.

Ejemplo: $3(2x - 3) + 4 = -2(x + 4) - 5$

$6x - 9 + 4 = -2x - 8 - 5$

Paso 2: Agrupamos todos los términos con x en un lado y todos los términos constantes en el otro.

$6x + 2x = 9 - 4 - 8 - 5$

Paso 3: Simplificamos ambos lados de la ecuación.

$8x = -8$

Paso 4: Dividimos por el coeficiente de x.

$x = -1$

¡Ya hemos despejado la x!

6. Resuelve las ecuaciones.

a) $-x - 3 = x - 9$

b) $3x - 17 = 5x - 9$

c) $3(x + 5) = x + 7$

d) $3(5 - x) = 2(4 - 5x)$

e) $6 + \frac{2}{3}x = 11 - x$

f) $\frac{3}{5} + 5x = \frac{7}{5} - 3x$

g) $3(x + 4) - 10 = 2(x - 2)$

h) $2(3x + 7) = 5(9 - 2x) + 1$

i) $3(2x - 5) = 2x + 9$

7. Comprueba los resultados del ejercicio 6 sustituyendo x por cada resultado en la ecuación original.

EE7-16 Resolver problemas de forma algebraica

Cuando empleas una variable para resolver un problema, lo estás resolviendo de forma **algebraica**. Empieza siempre haciendo que la variable represente lo que quieras averiguar.

1. ¿Qué debería representar x en cada caso?

a) Clara tiene 5 veces más peras que Marcos. Clara tiene 35 peras. ¿Cuántas peras tiene Marcos?

La x representa *el número de peras que tiene Marcos* ______.

b) Rimsha quiere ahorrar $6.000. Está ganando $1.200 la hora. ¿Cuántas horas tiene que trabajar?

La x representa ______.

c) Teo trabaja 15 horas y gana $1.000 la hora. ¿Cuánto dinero gana en total?

La x representa ______.

d) Teresa es tres veces mayor que Sergio. Sergio es cuatro años más joven que Mónica. Teresa tiene 15 años. ¿Cuántos años tiene Mónica?

La x representa ______.

e) Pedro compra 250 lápices a $150 cada uno. Los vende por $250 cada uno. ¿Qué beneficio obtiene?

La x representa ______.

f) Marina compra lápices a $150 cada uno. Los vende a $250 cada uno. Quiere sacar un beneficio de $300 ¿Cuántos lápices tiene que vender?

La x representa ______.

2. Tres niños tienen 30 peras en total. Noé tiene x peras. Completa la tabla y formula la ecuación.

a)

	Expresión
Lara tiene 2 peras más que Noé.	$x + 2$
José tiene 2 veces más peras que Noé.	$2x$

Ecuación:

$$\underbrace{x}_{\text{Peras de Noé}} + \underbrace{x + 2}_{\text{Peras de Lara}} + \underbrace{2x}_{\text{Peras de José}} = 30$$

b)

	Expresión
Lara tiene 4 veces más peras que Noé.	
José tiene 6 peras más que Noé.	

Ecuación:

3. Resuelve las ecuaciones del ejercicio 2. ¿Cuántas peras tiene cada niño?

4. a) Tres niños tienen 40 peras en total. Julia tiene x peras. Completa las tablas.

i)

	Expresión
Raúl tiene 2 veces más peras que Julia.	$2x$
Sun tiene 5 peras más que Raúl.	$2x + 5$

ii)

	Expresión
Raúl tiene 5 veces más peras que Julia.	
Sun tiene 4 peras menos que Raúl.	

iii)

	Expresión
Raúl tiene 2 peras más que Julia.	
Sun tiene 6 peras menos que Raúl.	

iv)

	Expresión
Raúl tiene 5 peras menos que Julia.	
Sun tiene 5 veces más peras que Raúl.	

b) Formula ecuaciones que te sirvan para calcular x.

i) $x + 2x + 2x + 5 = 40$

ii) ____________________

iii) ____________________

iv) ____________________

c) Resuelve las ecuaciones del ejercicio *b*). ¿Cuántas peras tiene cada niño? Comprueba los resultados.

5. a) Rami tiene 30 peras. Sara tiene x peras. Completa las tablas.

i)

	Expresión
Issam tiene 4 veces más peras que Sara.	$4x$
Rami tiene 2 peras más que Issam.	$4x + 2$

ii)

	Expresión
Issam tiene 5 veces más peras que Sara.	
Rami tiene 5 peras menos que Issam.	

iii)

	Expresión
Issam tiene 2 peras más que Sara.	
Rami tiene 3 peras menos que Issam.	

iv)

	Expresión
Issam tiene 2 peras menos que Sara.	
Rami tiene 5 veces más peras que Issam.	

b) Formula ecuaciones para calcular x. ¿Cuántas peras tiene cada niño?

6. Nadia tiene 2 veces más peras que Javi. Javi tiene 3 peras más que Eva. Nadia tiene 22 peras. ¿Cuántas peras tiene Eva?

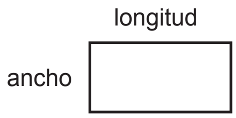
7. Berta tiene 8 veces más peras que Aixa. Berta tiene 7 peras más que Dani. Dani tiene 41 peras. ¿Cuántas peras tiene Aixa?

8. Carla compra bolígrafos a \$400 cada uno y los vende a \$450 cada uno. ¿Cuántos tiene que vender para obtener un beneficio de \$500?

EE7-17 Comparar resultados numéricos y algebraicos

RECUERDA: Un rectángulo de longitud ℓ y ancho a tiene:

área $A = \ell \times a$ perímetro $P = 2\ell + 2a$



1. Resuelve cada ejercicio de forma numérica (sin variables) y algebraica (con variables).

a) Un triángulo tiene todos los lados iguales. Su perímetro es de 24 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

b) Un cuadrado tiene un perímetro de 18 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

c) El área de un rectángulo es de 72 cm^2. Su longitud es de 9 cm. ¿Qué ancho tiene?

d) El perímetro de un rectángulo es de 60 cm. El ancho del rectángulo es de 3 cm. ¿Cuál es su longitud?

2. Observa los resultados del ejercicio 1. Rodea con un círculo las partes de la resolución algebraica que se correspondan con la resolución numérica.

Cuando hay dos números desconocidos, podemos utilizar cualquiera de ellos como variable.

Ejemplo: Dos números suman 42. Un número es el doble que el otro. ¿Cuáles son los números?

Solución: La x representa el número menor. El otro número es $2x$.

Los dos suman 42, es decir, $x + 2x = 42$, o bien, $3x = 42$, por tanto, $x = 14$.

Los dos números son $x = 14$ y $2x = 28$.

3. Lee el siguiente ejercicio:

Dos números suman 20. Un número es 4 veces mayor que el otro.
¿Cuáles son esos números?

a) La x representa el número menor. El número mayor es __________________.

La suma de los dos números es __________________ $= 20$.

Resuelve la ecuación: x es _________.

Los dos números son _________ y _________.

b) La x representa el número mayor. El número menor es __________________.

La suma de los dos números es __________________ $= 20$.

Resuelve la ecuación: x es _________.

Los dos números son _________ y _________.

c) ¿Has obtenido el mismo resultado de las dos formas? En caso contrario, busca tu error.

4. Resuelve el problema de forma algebraica. Asegúrate de indicar qué representa la variable.

a) La longitud de un rectángulo es 5 veces su ancho. Su perímetro es de 24 cm. ¿Cuál es su longitud y su ancho? Pista: Formula una ecuación para la mitad del perímetro.

b) La longitud de un rectángulo es el doble que el ancho. Su perímetro es de 18 cm. ¿Cuál es su longitud y su ancho?

c) Un triángulo tiene todos los lados iguales. El ancho de un rectángulo mide el doble que cada lado del triángulo, y su longitud es el triple que la longitud del cada lado del triángulo. El perímetro del rectángulo es de 20 cm. ¿Cuál es el perímetro del triángulo?

Extra ▶ El perímetro de un rectángulo es 3 veces su longitud. ¿Qué relación hay entre su longitud y su ancho?

5. Lee el problema siguiente:

Irina tiene 3 veces los años de Juan. Sus edades suman 20 semanas. ¿Qué edad tienen?

a) ¿Qué falla en la siguiente respuesta?

Llamamos x a la edad de Juan. La edad de Irina es $3x$, es decir, $x + 3x = 20$ o bien $4x = 20$, es decir, $x = 5$. Por tanto, Juan tiene 5 años e Irina tiene 15 años.

____

____

b) ¿Por qué es importante ser preciso a la hora de especificar qué representa la variable?

____

____

EE7-18 Razones unitarias, ecuaciones y descripciones verbales

1. En estas recetas, ¿por qué número multiplicarías la primera columna para obtener la segunda?

a)

Tazas de leche	Tazas de harina
1	4
2	8
3	12

Multiplica por ____

b)

Tazas de nueces	Tazas de fruta
2	6
4	12
6	18

Multiplica por ____

c)

Tazas de peras	Tazas de pasas
1	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{2}$
3	$\frac{3}{4}$

Multiplica por ____

d)

Tazas de arroz	Tazas de agua
1	1,5
2	3
3	4,5

Multiplica por ____

Podemos formular una ecuación a partir de cualquier tabla de razones.

Ejemplos:

Entrada	Salida
1 $\xrightarrow{\times 2}$	2
2 $\xrightarrow{\times 2}$	4
3 $\xrightarrow{\times 2}$	6

La ecuación es: salida $=$ 2 $\times$ entrada.

Entrada	Salida
1 $\xrightarrow{\times 5}$	5
3 $\xrightarrow{\times 5}$	15
6 $\xrightarrow{\times 5}$	30

La ecuación es: salida $=$ 5 $\times$ entrada.

El multiplicador en la ecuación es la salida por la entrada 1 de la tabla.

2. Formula una ecuación para cada tabla de razones.

a)

Entrada	Salida
1	6
2	12
3	18

salida $=$ ____ $\times$ entrada

b)

h	*km*
1	11
2	22
3	33

$km =$ ____ $\times h$

c)

h	*km*
1	$\frac{2}{5}$
2	$\frac{4}{5}$
3	$\frac{6}{5}$

$km =$ ____ $\times h$

d)

a	*b*
1	0,3
2	0,6
3	0,9

$b =$ ____ $\times a$

3. Completa las tablas de razones con las partes de pintura azul por cada parte de pintura roja.

a)

Roja	Azul
1	2
3	

$\times 2$

b)

Roja	Azul
1	2
7	

$\times 2$

c)

Roja	Azul
1	2
6	

$\times 2$

d)

Roja	Azul
1	2
r	

$\times 2$

4. a) Completa las tablas de razones con las partes de pintura azul (a) por cada parte de pintura roja (r).

i)

r	a
1	3
5	

$\times 3$

ii)

r	a
1	3
0,8	

$\times 3$

iii)

r	a
1	3
$\frac{2}{3}$	

$\times 3$

iv)

r	a
1	3
r	

$\times 3$

b) Formula una ecuación para la razón $r : a = 1 : 3$. $a =$ ____________________

Si conocemos la razón unitaria, podemos formular una ecuación. Hay tres formas de expresar lo mismo:

$r : a = 1 : 7$ a es 7 veces r $a = 7r$

5. Formula ecuaciones a partir de cada razón.

a) $s : t = 1 : 5$ b) $t : w = 1 : 12$ c) $m : p = 1 : 4{,}2$ d) $x : y = 1 : \frac{8}{5}$

________________ ________________ ________________ ________________

6. Escribe las razones con 1 en la primera posición. Luego, formula las ecuaciones.

a) $r : a = 5 : 1$; por tanto, $a : r = 1 : 5$.
Ecuación: $r = 5a$

b) $c : s = 7 : 1$; por tanto, ________________.
Ecuación: ____________________

c) $a : r = 0{,}8 : 1$; por tanto, ________________.
Ecuación: ____________________

d) $t : n = \frac{3}{2} : 1$; por tanto, ________________.
Ecuación: ____________________

7. Escribe las razones en cada tabla con 1 en la primera columna. Luego, formula las ecuaciones.

a) $a : r = 4 : 1$

r	a
1	4

$a = 4r$

b) $a : r = 1 : 3$

a	r
1	

____

c) $r : a = 8 : 1$

1	

____

d) $r : a = 1 : 0{,}6$

1	

____

e) $a : r = 1 : 45$

1	

____

f) $a : r = \frac{11}{5} : 1$

1	

____

g) $r : a = 4{,}5 : 1$

1	

____

h) $r : a = 1 : \frac{3}{2}$

1	

____

8. Expresa con una razón de numerador 1 las relaciones. Formula las ecuaciones.

a) Por cada parte azul, 3 partes rojas.

a	***r***
1	

$r =$ ______

b) 5 partes azules por cada parte roja.

1	

______

c) 2,5 partes azules por cada parte roja.

d) Por cada parte azul, $\frac{1}{2}$ parte roja.

9. Escribe dos descripciones para cada ecuación.

a) $a = 2r$

Por cada parte roja, 2 partes azules.

2 partes azules por cada parte roja.

b) $r = 10a$

______

______

c) $r = 0{,}25a$

d) $a = \frac{2}{3}r$

10. Escribe variables en los paréntesis. Utiliza las variables para formular las ecuaciones.

a) 3 partes rojas (*r*) por cada parte blanca (*b*) $r = 3b$

b) 2 huevos (______) por taza de leche (______) ______

c) 4 triángulos (______) por cada cuadrado (______) ______

d) 1,5 limones (______) por litro de agua (______) ______

e) $\frac{3}{4}$ de taza de avena (______) por ración (______) ______

Si conocemos la razón unitaria $r : a$, podemos encontrar la razón unitaria $a : r$.

r	***a***
1	4
$\frac{1}{4}$	1

$:4$ $:4$

Podemos formular la ecuación de dos formas:

$r : a = 1 : 4$; por tanto, $a = 4r$

$a : r = 1 : \frac{1}{4}$; por tanto, $r = \frac{1}{4}a$

11. Tenemos la razón unitaria $r : a$. Encuentra la razón unitaria $a : r$ y formula dos ecuaciones.

a)

r	***a***
1	5
	1

$:5$ $:5$

$a =$ ______

$r =$ ______

b)

r	***a***
1	12

$a =$ ______

$r =$ ______

c)

r	***a***
1	$\frac{2}{5}$

$a =$ ______

$r =$ ______

d)

r	***a***
1	$\frac{7}{4}$

$a =$ ______

$r =$ ______

EE7-19 Ecuaciones, problemas con razones y constante de proporcionalidad

Para resolver un problema con razones:

Paso 1: Decidimos qué representan las variables. Utilizamos y para lo que no conocemos.

Paso 2: Elaboramos una tabla de razones. La convención es escribir x en la primera columna.

Paso 3: Hacemos $x = 1$ para formular la ecuación.

Paso 4: Incorporamos todo lo que conocemos de x para calcular y.

1. Decide lo que representan las variables. No te olvides de indicar las unidades.

a) Marta pedalea a 8 km por hora. ¿Cuántos km puede pedalear en 3 horas?

La y representa *la distancia (en km)*.

La x representa *el tiempo (en horas)*.

b) Hay 3 tazas de pintura roja por cada taza de pintura azul. ¿Cuántas tazas de pintura azul habrá por 12 tazas de pintura roja?

La y representa ____________________.

La x representa ____________________.

c) Si usas 2 cucharaditas de azúcar por taza de té, ¿cuánto azúcar necesitas para 2 tazas?

La y representa ____________________.

La x representa ____________________.

d) Cada lápiz cuesta $200. ¿Cuántos lápices puedes comprar por $1.000?

2. Encuentra las constante de proporcionalidad y formula las ecuaciones.

a)

x **kg**	***y*** **bolsas**
5	15
1	

$y =$ ________

b)

x **horas**	***y*** **km**
6	270
1	

$y =$ ________

c)

x **horas**	***y*** **metros**
12	78
1	

$y =$ ________

d)

x **minutos**	***y*** **litros**
5	1,5
1	

$y =$ ________

3. A partir de las ecuaciones, calcula y para cada x.

a) Ecuación: $y = 10x$

$x = 7$; por tanto, $y =$ *10(7) = 70*

b) Ecuación: $y = 1{,}5x$

$x = 5$; por tanto, $y =$ ____________

c) Ecuación: $y = \frac{2}{3}x$

$x = 9$; por tanto, $y =$ ____________

d) Ecuación: $y = \frac{3}{4}x$

$x = 6$; por tanto, $y =$ ____________

4. Resuelve estos problemas de razones. Incluye las unidades en las respuestas.

a) 5 libros cuestan $10.000.
¿Cuánto cuestan 3 libros?

La y representa ____________________

La x representa ____________________

	***x* libros**	***y* pesos (precio)**	
	5	*10.000*	
:5	*1*	*2.000*	*:5*

Ecuación: __*$y = 2.000x$*__

$x =$ __*3*__; por tanto, $y =$ __*$2.000(3) = 6.000$*__

3 libros cuestan _______________.

b) Camino 6 km cada 2 horas.
¿Cuánto camino en 5 horas?

La y representa ____________________

La x representa ____________________

x	***y***

Ecuación: _______________

$x =$ ______; por tanto, $y =$ _______________

Camino _______________ en 5 horas.

c) Gano $3.000 cada 4 horas.
¿Cuánto tardo en ganar $36.000?

La y representa ____________________

La x representa ____________________

x	***y***

Ecuación: _______________

$x =$ ______; por tanto, $y =$ _______________

Tardo _______________ en ganar $36.000.

d) Mi corazón late 420 veces en 7 minutos.
¿En cuánto tiempo late 240 veces?

La y representa ____________________

La x representa ____________________

x	***y***

Ecuación: _______________

$x =$ ______; por tanto, $y =$ _______________

Late 240 veces en _______________.

e) Mezcla 3 tazas de pintura azul por cada 5 tazas de pintura roja.
¿Cuántas tazas de pintura roja necesitas por cada 2 de azul?

f) Mezcla 2 tazas de pintura azul por cada 3 tazas de pintura amarilla.
¿Cuántas tazas de pintura azul necesitas por cada 8 de amarilla?

Extra ▶ Si usas 3 cucharaditas de azúcar por taza de té, ¿cuánto té necesitas para 8 cucharaditas?

La constante de proporcionalidad es el número que multiplica el valor de una variable para obtener la otra.

La razón unitaria 1 : 12 y la ecuación $y = 12x$ tienen una constante de proporcionalidad de 12.

5. Completa la tabla.

a)

Razón unitaria $x : y$	Constante de proporcionalidad	Ecuación
1 : 3		
		$y = 4x$
	0,7	

b)

Razón unitaria $x : y$	Constante de proporcionalidad	Ecuación
	10	
$1 : \frac{4}{7}$		
		$y = 1{,}2x$

6. Completa la tabla.

Razón $x : y$	5 : 4	3 : 18	$6 : \frac{2}{3}$	$\frac{1}{4} : 5$	$\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$
Razón unitaria	$1 : \frac{4}{5}$	1 :	1 :		
Constante de proporcionalidad	$\frac{4}{5}$				
Ecuación	$y = \frac{4}{5}x$	$y =$	$y =$		

7. Anoche, Andrés trabajó 4 horas y ganó $12.000. Otra noche, trabajó 6,5 horas y ganó $19.500.

a) Elabora una tabla relacionando las horas trabajadas con su paga.

***x* horas**	***y* pesos (paga)**

b) ¿Es proporcional esta relación? __________

Pista: ¿Multiplicas la primera columna por el mismo número para obtener la segunda columna?

c) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad? __________

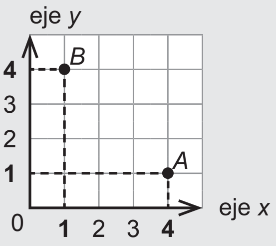
d) ¿Cuánto cobraría Andrés si trabajara 2 horas? Formula una ecuación para resolver el problema.

EE7-20 Gráficas de razones en planos de coordenadas

Un par ordenado es una pareja de números entre paréntesis separados por una coma. Señala la ubicación de un punto en un plano de coordenadas. El punto (0, 0) se denomina **origen**.

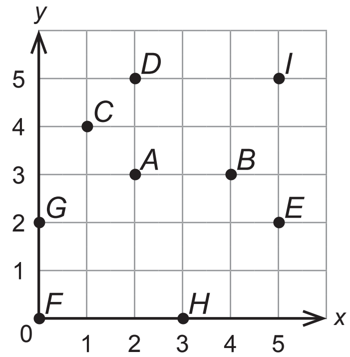
A (4, 1) — coordenada *x*, coordenada *y*

B (1, 4) — coordenada *x*, coordenada *y*



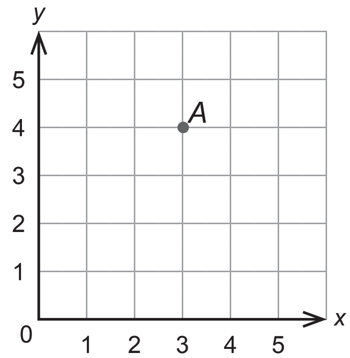
1. Expresa las coordenadas de cada punto.

A (2 , 3)	*B* (,)	*C* (,)
D (,)	*E* (,)	*F* (,)
G (,)	*H* (,)	*I* (,)



2. Representa cada punto en el plano de coordenadas.
Tacha los puntos a medida que avances.

~~*A* (3, 4)~~	*B* (2, 1)	*C* (4, 2)
D (0, 0)	*E* (1, 2)	*F* (1, 0)
G (0, 3)	*H* (4, 5)	*I* (5, 0)

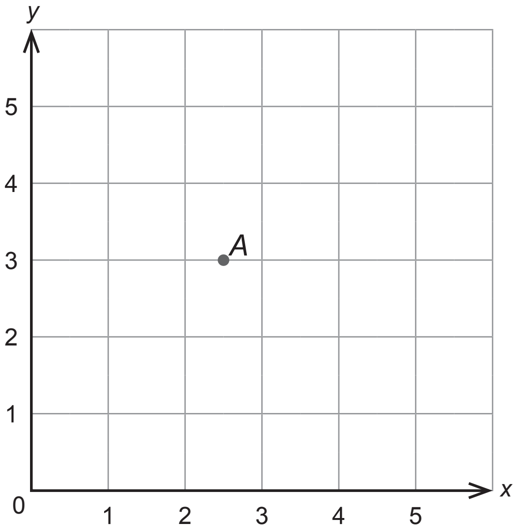


3. Señala la ubicación aproximada de los puntos en la recta numérica.

T. 3,5 ***M.*** 0,5 ***H.*** $4\frac{3}{4}$ ***A.*** $2\frac{1}{2}$

4. Representa los puntos en el plano de coordenadas.
Tacha los puntos a medida que avances.

~~*A* (2,5, 3)~~	*B* (0,5, 4)	*C* (4,75, 5)
D ($3\frac{1}{2}$, 0)	*E* ($4\frac{3}{4}$, 2)	*F* ($2\frac{1}{2}$, 2)
G (0, 2,5)	**Extra ▶** *H* (0,75, $1\frac{1}{4}$)	



Para representar gráficamente una razón:

Paso 1: Construimos una tabla de razones.

Paso 2: Escribimos un par ordenado en cada fila de la tabla.

Paso 3: Representamos los pares ordenados en el plano de coordenadas.

5. a) Elabora una tabla de razones para cada razón. Escribe un par ordenado en cada fila de la tabla.

i) 1 : 2

1	*2*	*(1, 2)*
2	*4*	*(2, 4)*
3	*6*	*(3, 6)*
4	*8*	*(4, 8)*

ii) 1 : 1

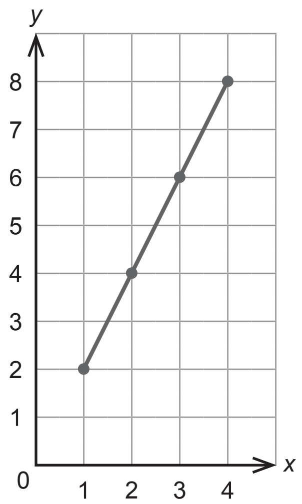
1		
2		
3		
4		

iii) 2 : 3

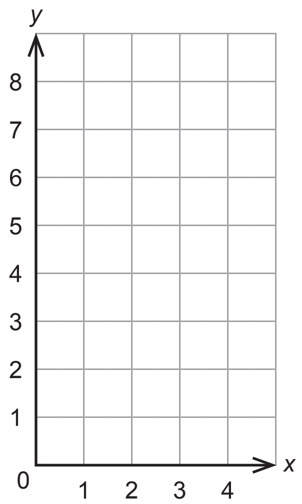
2		
4		
6		
8		

b) Representa los pares ordenados en el plano de coordenadas y une los puntos.

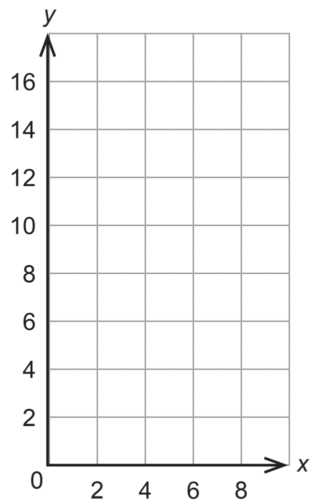
i)



ii)



iii)



c) ¿Siguen los puntos una recta?

i) __________ ii) __________ iii) __________

d) Alarga cada línea hasta que corte el eje *x*. ¿Dónde se cruza la línea con el eje *x*?

i) (______, 0) ii) (______, 0) iii) (______, 0)

La gráfica de una razón es una recta que pasa por el origen (0, 0).

6. Representa gráficamente cada razón. ¿La gráfica es una línea recta que pasa por el origen? En caso contrario, busca tu error.

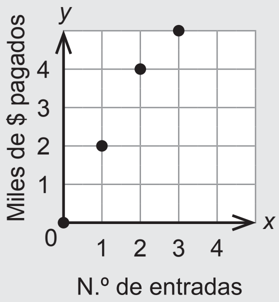
a) 3 : 2 b) 1 : 4 c) 4 : 1

Una relación proporcional se puede trasladar a una tabla de razones o tabla de valores proporcionales. Su gráfica es una línea recta que pasa por el origen.

Si una relación no es proporcional, se puede trasladar a una tabla de valores y representar gráficamente.

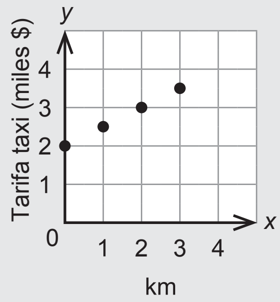
Ejemplos:

x **entradas**	***y*** **pesos pagados**
0	0
1	2.000
2	4.000
3	5.000



Esta gráfica no es una recta.
La relación no es proporcional.

x **km**	***y*** **pesos (tarifa taxi)**
0	2.000
1	2.500
2	3.000
3	3.500



Esta gráfica no pasa por (0, 0).
La relación no es proporcional.

7. a) Representa gráficamente la relación.

i)

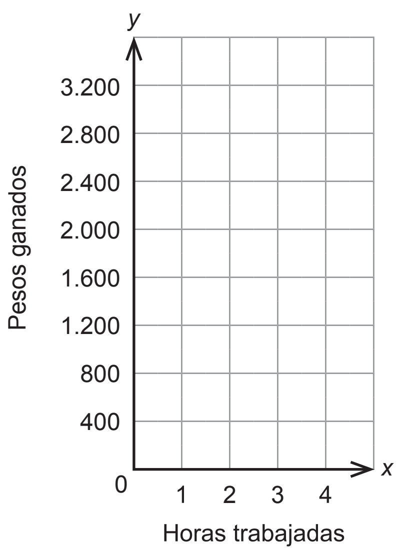
x **horas trabajadas**	***y*** **pesos ganados**
2	1.600
3	2.400
4	3.200

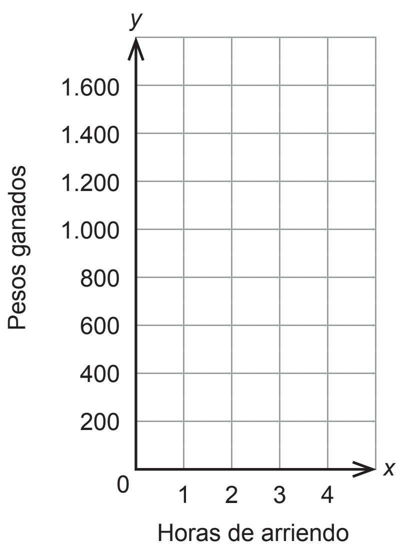
ii)

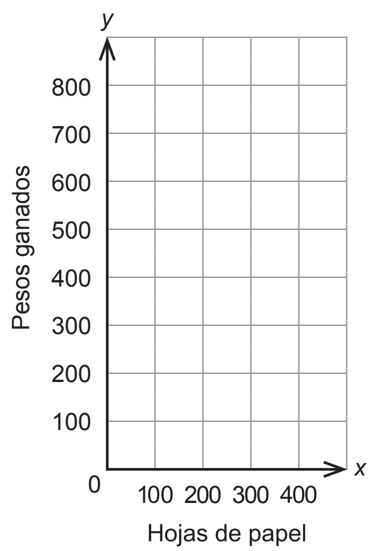
x **horas de arriendo**	***y*** **pesos pagados**
1	600
2	1.000
3	1.400

iii)

x **hojas de papel**	***y*** **pesos pagados**
100	300
200	600
300	700







b) ¿Son proporcionales estas relaciones? Básate en las gráficas para justificar tu respuesta.

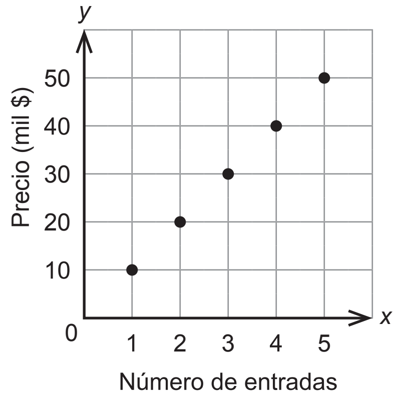
i) ______________________________

ii) ______________________________

iii) ______________________________

EE7-21 Relaciones, ecuaciones y sistemas de coordenadas

1. Esta gráfica muestra el precio de unas entradas a un concierto.



a) El punto (1, 10) indica que *una entrada cuesta $10.000*.

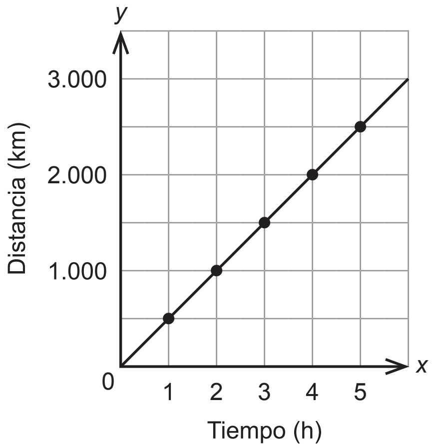
b) El punto (2, 20) indica que ______________________________.

c) El punto (0, 0) indica que ______________________________.

d) ¿Indica algo el punto (3,5, 35)? __________

Justifica tu respuesta. ______________________________

2. Esta gráfica muestra la distancia que recorre un avión en un determinado espacio de tiempo.



a) ¿Qué punto indica la distancia recorrida por el avión en 4 horas?

(*4* , *2.000*)

b) ¿Qué punto indica cuántas horas tarda el avión en recorrer 2.500 km?

(,   )

c) ¿Qué punto indica la distancia recorrida por el avión en 3 horas?

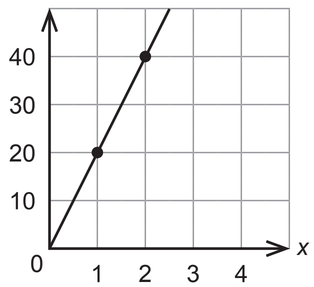
(,   )

d) ¿Qué punto indica la distancia recorrida por el avión en 1 hora?

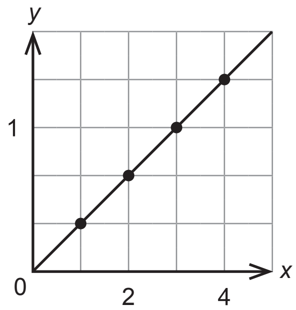
(,   )

> Para encontrar la constante de proporcionalidad c en una gráfica, debemos fijarnos en el valor y cuando $x = 1$.
>
> La ecuación de la gráfica es $y = cx$.

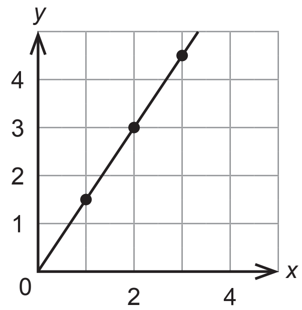
3. a) Identifica la constante de proporcionalidad c en las gráficas encontrando el valor de y cuando $x = 1$.



ii)



iii)



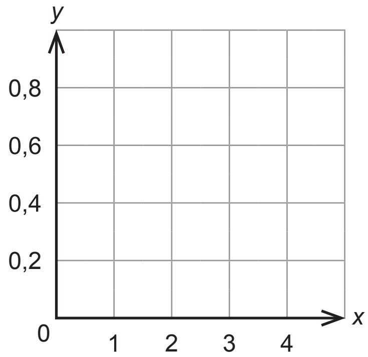
$c =$ __________ $c =$ __________ $c =$ __________

b) Formula la ecuación de cada gráfica.

i) $y =$ __________ ii) $y =$ __________ iii) $y =$ __________

4. Elabora una tabla de razones para la ecuación $y = 0{,}2x$. Dibuja la gráfica a partir de la tabla de razones.

x	*y*
1	
2	
3	
4	

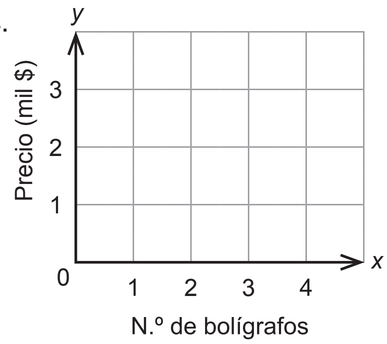


5. a) Cuatro bolígrafos cuestan $3.000.

i) Completa la tabla. Formula una ecuación y representa los dos puntos.

***x* bolis**	***y* pesos (precio)**
4	3.000
1	

$y =$ __________



ii) Utiliza la ecuación para calcular cuánto cuestan 2 bolígrafos.

$x =$ __________; por tanto, $y =$ __________

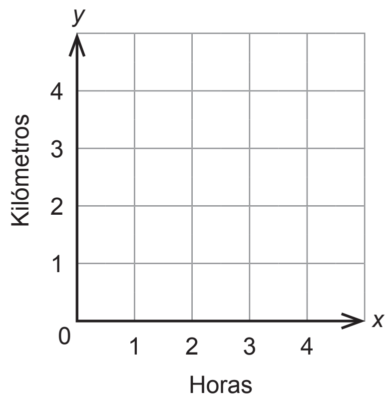
iii) Señala este punto en la gráfica.

b) Cada 2 horas, Karim camina 3 kilómetros.

i) Completa la tabla. Formula ecuaciones y señala los dos puntos.

***x* horas**	***y* km**
2	
1	

$y =$ __________



ii) Utiliza la ecuación para calcular cuánto camina en 3 horas.

$x =$ __________; por tanto, $y =$ __________

iii) Señala este punto en la gráfica.

6. En cada gráfica del ejercicio 5, ¿qué representa el punto con $x = 1$?

7. a) Cada 5 clases, Katia escribe 3 hojas. Elabora una gráfica en papel cuadriculado en que x sea el número de clases e y el número de hojas.

b) ¿Qué representa el punto en que $x = 1$?

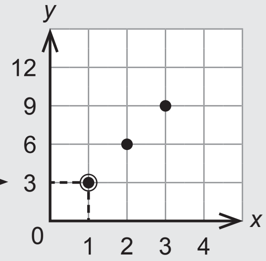
EE7-22 Constante de proporcionalidad (ampliación)

El valor de y cuando $x = 1$ indica la constante de proporcionalidad. Podemos obtenerla a partir de una tabla de razones o de una gráfica.

x	y
1	3
2	6
3	9
4	12

← Cuando $x = 1$, $y = 3$

Cuando $x = 1$, $y = 3$ →



Tanto la tabla como la gráfica muestran que la constante de proporcionalidad es 3.

1. Indica la constante de proporcionalidad c. Luego calcula cuánto aumenta y cuando x aumenta 1.

a)

x	y
1	5
2	10
3	15
4	20

+1 +1 +1

$c =$ __________

y aumenta __________

b)

x	y
1	0,2
2	0,4
3	0,6
4	0,8

+1 +1 +1

$c =$ __________

y aumenta __________

c)

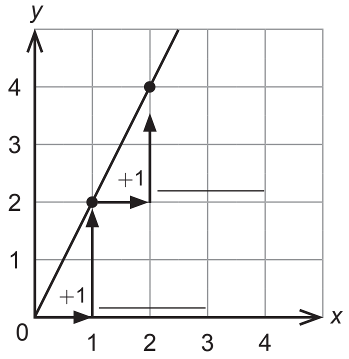
x	y
1	1,5
2	3
3	4,5
4	6

+1 +1 +1

$c =$ __________

y aumenta __________

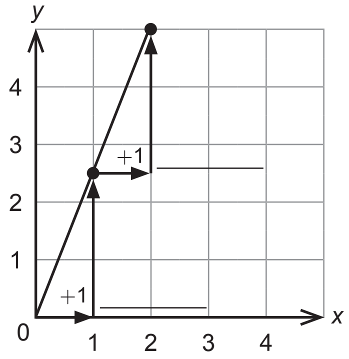
d)



$c =$ __________

y aumenta __________

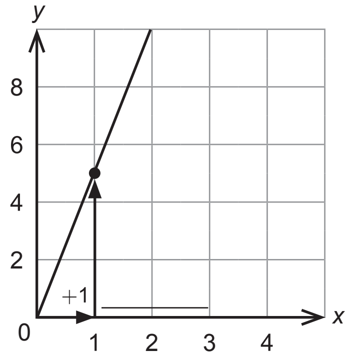
e)



$c =$ __________

y aumenta __________

f)



$c =$ __________

y aumenta __________

2. Observa tus respuestas al ejercicio 1. ¿Cuál es la relación entre la constante de proporcionalidad y la cantidad que aumenta y por cada aumento de x?

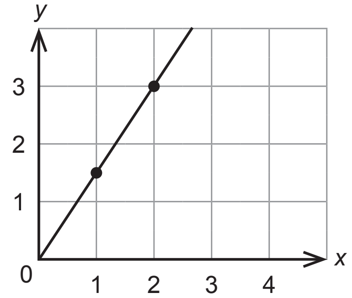
____

____

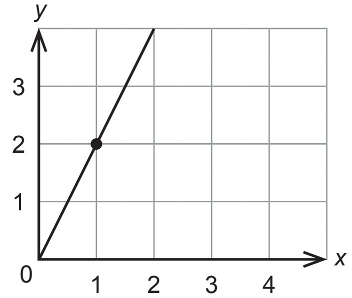
La constante de proporcionalidad es la cantidad que *y* aumenta cuando *x* aumenta 1 unidad.

3. a) Dibuja triángulos para indicar en cuántas unidades subes en vertical cuando te desplazas una unidad a la derecha.

i)



ii)



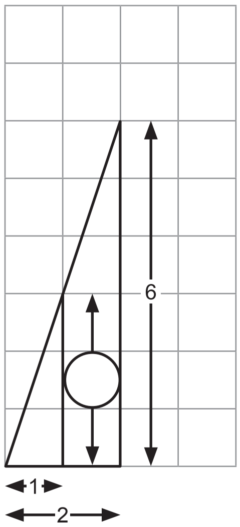
b) Para cada gráfica del ejercicio *a*), identifica la constante de proporcionalidad *c* y formula las ecuaciones.

i) $c =$ __________　　ii) $c =$ __________

$y =$ __________　　$y =$ __________

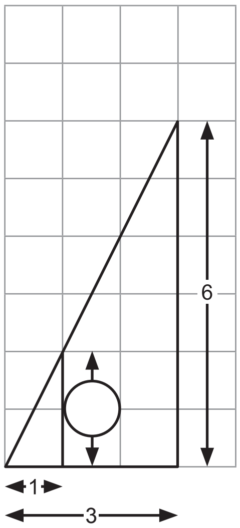
4. a) Indica los valores que faltan en los diagramas y en las tablas de razones.

i)



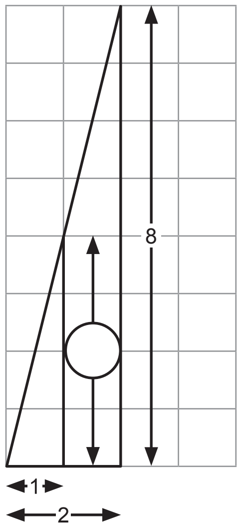
2	6
1	

ii)



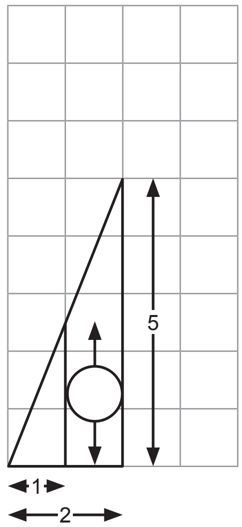
3	6
1	

iii)



2	8
1	

iv)



2	5
1	

b) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad de cada razón del ejercicio *a*)?

i) __________　　ii) __________　　iii) __________　　iv) __________

EE7-23 Introducción a las desigualdades

$=$	$<$	$>$	$\leq$	$\geq$
igual que	menor que	mayor que	menor o igual que	mayor o igual que

1. Usa los símbolos para representar cada descripción.

a) w es menor o igual que 7. $w \leq 7$

b) w es igual que -5. ____________

c) w es mayor o igual que $-0{,}5$. ____________

d) w es menor que $-5\frac{1}{2}$. ____________

2. Expresa en palabras el significado de cada símbolo.

a) $w > 8$ ____________________

b) $8 \geq x$ ____________________

c) $z \leq 0$ ____________________

d) $r < -5$ ____________________

Podemos expresar una desigualdad de dos formas. Por ejemplo, podemos decir "*w* es mayor que 80" u "80 es menor que *w*".

3. Expresa las desigualdades de otra forma.

a) x es mayor que 4. ____________________

b) x es menor o igual que $-2{,}6$. ____________________

c) x es menor que 0. ____________________

d) x es mayor o igual que $\frac{5}{3}$. ____________________

4. Utiliza un símbolo para formular cada desigualdad de otra forma.

a) $x > 5$ $5 < x$

b) $-3 \leq x$ ____________

c) $x \geq -0{,}4$ ____________

d) $x \leq 3{,}2$ ____________

e) $x < -4$ ____________

f) $-5 < x$ ____________

g) $x \leq \frac{8}{11}$ ____________

h) $-7 \geq x$ ____________

Puedes utilizar diferentes frases para expresar lo mismo.

Mayor o igual que 5:
- 5 como mínimo
- 5 o mayor
- No menor que 5

Menor o igual que 5:
- 5 como máximo
- 5 o menor
- No mayor que 5

5. Escribe símbolos que sustituyan las palabras. Utiliza *x* para el número desconocido.

a) $\underbrace{\text{Un número}}_{x}\ \underbrace{\text{es 8 como máximo.}}_{\leq\ 8}$

b) $\underbrace{\text{Un número}}\ \underbrace{\text{es 7 o mayor.}}$

c) Un número no mayor que 4.

d) Un número menor o igual que 9.

e) Un número es – 7 o menor.

f) Un número no menor que $-\frac{7}{4}$.

Pablo levanta 40 kilos y Alejandra levanta más de 40 kilos. Si p es el peso que levanta Pablo, entonces la desigualdad $p > 40$ representa lo que sabemos sobre lo que levanta Alejandra.

6. Representa cada situación con una desigualdad. Utiliza *x* para la variable.

a) Un boxeador peso pesado pesa más de 90 kg. ___________

b) Una caja de plátanos pesa 15 kg o más. ___________

c) La temperatura de la nevera es menor que 5 °C. ___________

d) La temperatura del congelador es mayor o igual que – 18 °C. ___________

e) David tiene como mínimo 35 años___________

f) Eva tiene como máximo 60 años___________

El número 3 es una **solución** de la desigualdad $x < 5$ porque si sustituimos $x = 3$ se cumple la expresión: $3 < 5$

7. ¿Es 3 una solución de estas desigualdades?

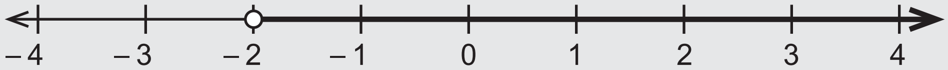
a) $x > -2$ ___________

b) $x \leq 3$ ___________

c) $x \geq 4$ ___________

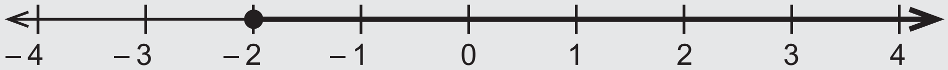
d) $x \leq -3$ ___________

La expresión $x > -2$ representa todos los números de la recta numérica mayores que -2.



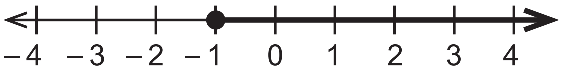
El círculo no se rellena porque -2 no cumple la desigualdad.

La expresión $x \geq -2$ representa todos los números de la recta numérica mayores o iguales que -2.

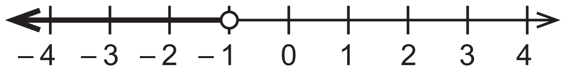


El círculo se rellena porque -2 cumple la expresión.

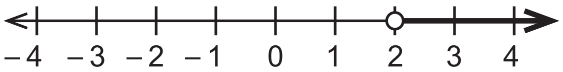
8. Formula una desigualdad para cada recta.

a) 

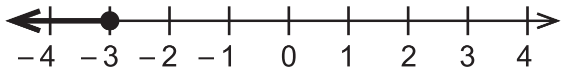
____

b) 

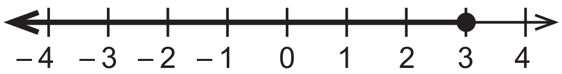
____

c) 

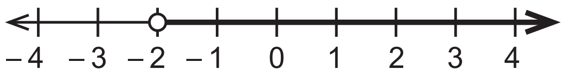
____

d) 

____

e) 

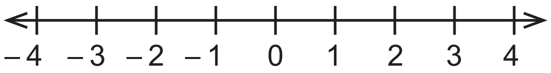
____

f) 

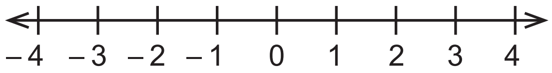
____

9. Indica con una línea la solución de cada desigualdad en las rectas numéricas.

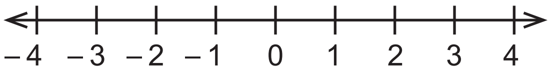
a) $x < -2$



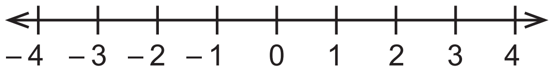
b) $x \leq 0$



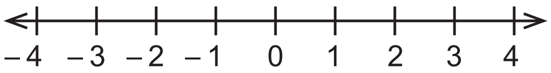
c) $x \geq -3$



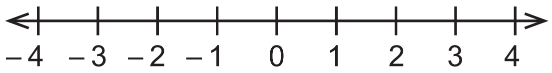
d) $x > 1$



e) $x \leq 1$



f) $x \geq -1$



EE7-24 Más desigualdades

RECUERDA:	$<$	$>$	$\leq$	$\geq$
	menor que	mayor que	menor o igual que	mayor o igual que

1. Formula una desigualdad para cada descripción.

a) 5 más un número es menor que 8. $x + 5 < 8$

b) 2 veces un número es menor o igual que 9. ____________________

c) 7 más un número es mayor o igual que -3. ____________________

d) 3 veces un número es mayor que $\frac{8}{11}$. ____________________

e) 3 veces 5 menos un número es menor o igual que 7. ____________________

f) 6 menos 2 veces un número es mayor o igual que 1,5. ____________________

2. Expresa en palabras el significado de las desigualdades.

a) $w + 4 \geq 8$ *4 más un número es mayor o igual que 8.*

b) $x - 5 \leq 9$ ____________________

c) $2x - 1 > 7$ ____________________

d) $0 \geq 3z$ ____________________

RECUERDA: Puedes formular $x + 4 > 7$ como $7 < x + 4$.

3. Formula de otra forma estas desigualdades.

a) $x - 5 \leq 8$ ____________

b) $3 < 2x - 8$ ____________

c) $-4 \leq x + 1$ ____________

d) $3x - 4 > 5$ ____________

4. ¿Es 2 una solución de estas desigualdades?

a) $x + 5 \leq 7$

$2 + 5 = 7$

¿Es $7 \leq 7$*?* ✓

b) $5 - x < 3$

$5 - 2 = 3$

¿Es $3 < 3$*?* ✗

c) $2x + 3 \geq 8$

d) $7 - 3x \leq 1$

e) $8 - 3x \leq 0$

f) $5x > 9$

g) $10 - 3x > 4$

h) $\frac{1}{3}x \leq 1$

5. Expresa en forma algebraica. Utiliza *x* para el número desconocido.

a) $\underbrace{\text{3 más un número}}_{x\,+\,3}\ \underbrace{\text{es 9 como máximo.}}_{\le\ 9}$

b) $\underbrace{\text{4 veces un número}}\ \underbrace{\text{es 12 o mayor.}}$

c) 0,2 menos un número es no menor que 0,3.

d) Un quinto de un número es menor que – 3.

e) 5 más 2 veces un número es mayor que 18.

f) 2 veces 5 más un número es 9 o menor.

6. ¿Puede ser 5,4 el número?

a) 3 más un número es 9 como máximo.

b) 4 menos un número es no menor que 2.

7. Completa las tablas.

a)

x	$2x$	$2x + 1$	¿Es $2x + 1 < 4$?
– 2	*– 4*	*– 3*	*sí*
– 1			
0			
1			
2			

b)

x	$3x$	$5 - 3x$	¿Es $5 - 3x < 8$?
– 2	*– 6*	*5 – (– 6) = 11*	*no*
– 1			
0			
1			
2			

8. Observa las respuestas del ejercicio 7. Deduce las respuestas de las preguntas.

a) ¿Es – 3 una solución de $2x + 1 < 4$? ________

¿Es +3 una solución de $2x + 1 < 4$? ________

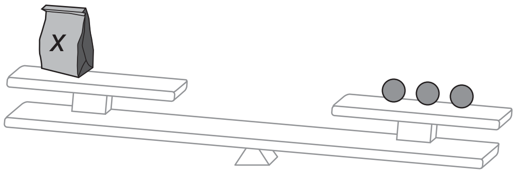
b) ¿Es – 3 una solución de $5 - 3x < 8$? ________

¿Es +3 una solución de $5 - 3x < 8$? ________

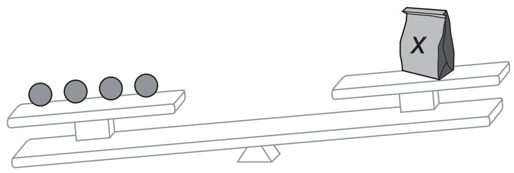
EE7-25 Resolver desigualdades con balanzas y lógica

Las figuras representan balanzas, por lo que el brazo con más peso baja. Cada bola pesa 1 kg.

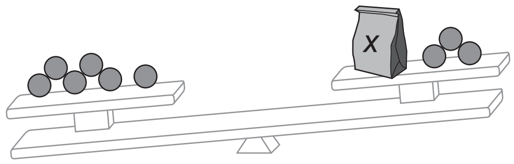
1. Formula desigualdades para expresar el peso de cada bolsa.

a) 

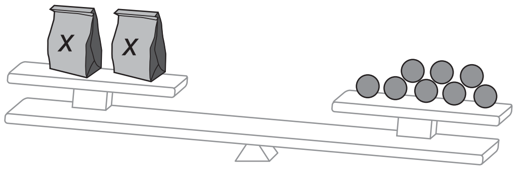
$x < 3$

b) 

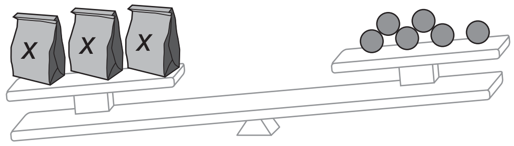
____

c) 

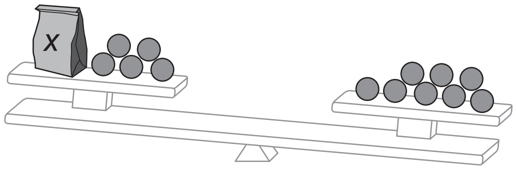
____

d) 

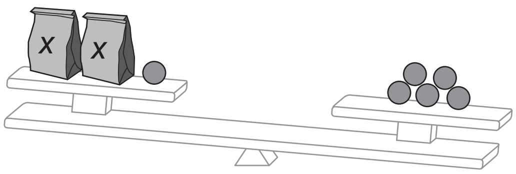
____

e) 

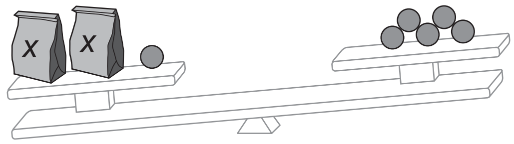
____

f) 

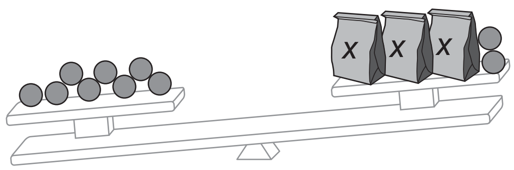
____

g) 

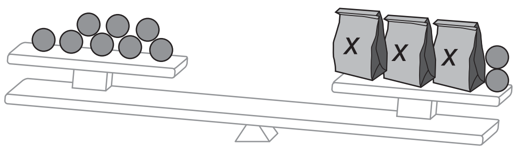
____

h) 

____

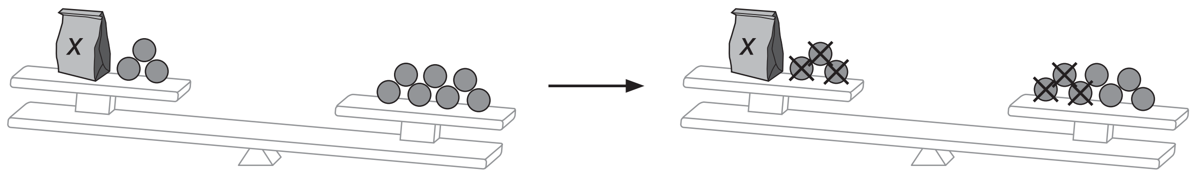
i) 

____

j) 

____

2. Formula la desigualdad, luego elimina 3 bolas de cada brazo. Formula la nueva desigualdad.



$x + 3 < 7$ __________   ________________

3. ¿Puedes utilizar el modelo de la balanza para resolver $x - 4 < 9$? Justifica tu respuesta.

4. Cada lado de la desigualdad representa un determinado peso (en kg). Elimina el mismo peso a cada lado. Luego, formula una nueva desigualdad.

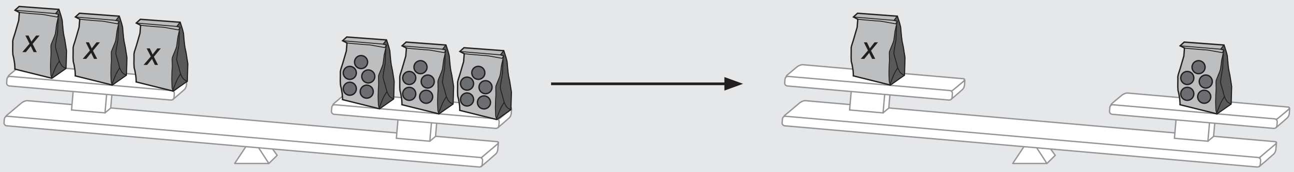
a) $x + 7 > 12$ Así, $x >$ 5

b) $x + 9 < 15$ Así, $x <$ ______

c) $x + 4 \leq 9$ Así, $x \leq$ ______

d) $x + 5 \geq 8$ Así, $x \geq$ ______

Podemos emplear la lógica para resolver $3x < 15$. Repartimos las 15 bolas en 3 bolsas iguales.



3 bolsas que pesan x kg cada una pesan menos que 3 bolsas de 5 kg.

Por tanto, 1 bolsa de x kg pesa menos que 1 bolsa de 5 kg. Es decir, $x < 5$.

5. Cada lado de la desigualdad representa un determinado peso (en kg). Divide ambos pesos entre el mismo número. Luego, formula una nueva desigualdad.

a) $5x > 30$ Así, $x >$ ______

b) $4x \leq 20$ Así, $x \leq$ ______

c) $2x \geq 18$ Así, $x \geq$ ______

d) $3x < 12$ Así, $x <$ ______

6. a) El loro de Blanca pesa 180 g. Eso es menos que el peso de cinco loros de juguete juntos. ¿Qué sabes del peso de cada loro de juguete?

b) Guille vendió 180 números de una rifa el año pasado para recaudar fondos para el colegio. Este año, quiere vender más. Tiene cinco meses para hacerlo. ¿Cuántos debería vender cada mes?

c) ¿En qué se parecen *a*) y *b*)? ¿En qué se diferencian?

7. Dentro de tres años, todos los miembros de la familia de Carlos tendrán edad suficiente para montar en la montaña rusa. ¿Qué sabes de la edad de los miembros de su familia?

EE7-26 Utilizar ecuaciones para resolver desigualdades

Para resolver una desigualdad, podemos:

- Pasar términos al otro lado y cambiar las sumas por restas o las restas por sumas.
- Multiplicar o dividir por el mismo número positivo en ambos lados.

1. Resuelve las ecuaciones y las desigualdades.

a) $3x + 5 = 20$ | $3x + 5 < 20$ | $3x + 5 > 20$

$3x = 20 - 5$ | $3x < 20 - 5$ | $3x > 20 - 5$

$3x = 15$ | $3x < 15$ | $3x > 15$

$x = 5$ | $x < 5$ | $x > 5$

b) $4x - 3 = 5$ | $4x - 3 < 5$ | $4x - 3 > 5$

c) $5 + 2x = 11$ | $5 + 2x < 11$ | $5 + 2x > 11$

d) $5x + 4 = 34$ | $5x + 4 < 34$ | $5x + 4 > 34$

2. Si $x = 73$ es el resultado de la ecuación $9x + 83 = 740$, ¿cuál es la solución de estas desigualdades?

a) $9x + 83 > 740$ ____________

b) $9x + 83 \geq 740$ ____________

c) $9x + 83 < 740$ ____________

d) $9x + 83 \leq 740$ ____________

Para resolver $2x - 9 \le 11$, seguimos los mismos pasos que para resolver $2x - 9 = 11$.

$$\begin{aligned} 2x - 9 &\le 11 \\ 2x &\le 11 + 9 \\ 2x &\le 20 \\ x &\le 10 \end{aligned}$$

Fíjate en que se mantiene el sentido de la desigualdad:

término variable	$\le$	término constante		término variable	$\le$	término constante
$2x - 9$	$\le$	11	por tanto	x	$\le$	10

Esto tiene sentido porque, conforme aumenta x, también lo hace $2x - 9$.

3. Resuelve las desigualdades.

a) $2x + 3 \le 7$ b) $3x - 5 < 10$ c) $4x - 3 \ge 5$

d) $2x + 8 \le 11$ e) $4x + 7 > 18$ f) $4x - 5 \ge 2$

g) $2x + 7 \le 3$ h) $3x + 10 \ge 4$ i) $2x + 11 > 8$

j) $5x + 8 < -2$ k) $3x - 5 \le -11$ l) $8x - 3 > -1$

Para resolver $8 - 3x \geq 2$:

Paso 1: Pasamos el término variable al otro lado para que la resta se convierta en suma. $8 \geq 3x + 2$

Paso 2: Resolvemos $8 \geq 3x + 2$ o $3x + 2 \leq 8$.

$$3x + 2 \leq 8$$
$$3x \leq 8 - 2$$
$$3x \leq 6$$
$$x \leq 6 : 3$$
$$x \leq 2$$

Fíjate en que se invierte el sentido de la desigualdad:

término variable	≥	término constante		término variable	≤	término constante
$8 - 3x$	$\geq$	2	por tanto	x	$\leq$	2

Esto tiene sentido porque, conforme aumenta x, también lo hace $8 - 3x$.

4. Resuelve las desigualdades.

a) $18 - 5x \geq 3$

b) $13 - 2x \leq 7$

c) $17 - 4x < 2$

d) $-4x + 7 > -5$

e) $-5x + 9 \geq -6$

f) $-5x + 10 \leq -7$

g) $7 \geq -3 - 2x$

h) $11 \leq -4x - 5$

i) $-3 - 5x < 8$

EE7-27 Resolver desigualdades (ampliación)

1. Multiplica o divide ambos lados de la desigualdad por el mismo número.
Cambia $<$ por $>$ si es necesario.

		$3 < 4$	**$90 < 100$**	**$0 < 5$**
a)	Multiplica por $+3$.	*$9 < 12$*		
b)	Multiplica por -1.	*$-3 > -4$*		
c)	Multiplica por $\frac{1}{2}$.			
d)	Multiplica por -2.			
e)	Multiplica por $-\frac{1}{10}$.			
f)	Divide entre 4.			
g)	Divide entre -4.			

2. En el ejercicio 1, ¿cuándo has tenido que cambiar $<$ por $>$?

Cuando he multiplicado por ______, ______, o ______ y cuando he dividido entre ______.

Podemos multiplicar o dividir ambos lados de una desigualdad por cualquier número.

Si el número por el que multiplicamos o dividimos es positivo, se mantiene el sentido de la desigualdad.
Ejemplo: Si $x < 4$, entonces $3x < 12$

Si el número por el que multiplicamos o dividimos es negativo, se invierte el sentido de la desigualdad.
Ejemplo: Si $x < 4$, entonces $-3x > -12$

3. Multiplica las expresiones por -1.

a) x ______ b) $-x$ ______ c) $5 - x$ ______ d) $-3 - x$ ______

e) $2x$ ______ f) $-2x$ ______ g) $7 - 3x$ ______ h) $-8 - 5x$ ______

4. Multiplica ambos lados de las desigualdades por -1 para hacer que los coeficientes sean positivos.

a) $8 - x < 2$ *$-8 + x > -2$* b) $-x + 4 \geq 3$ ______ c) $-x - 2 \leq -5$ ______ d) $-x - 5 > 7$ ______

e) $-2x + 3 \leq 4$ ______ f) $5 - 3x > 4$ ______ g) $7 - 5x \leq -2$ ______ h) $-3x + 4 < -8$ ______

Para resolver la desigualdad $3 - 2x < 11$:

Paso 1: Hacemos que el coeficiente sea positivo multiplicando ambos lados de la desigualdad por –1. $\quad -3 + 2x > -11$

Paso 2: Resolvemos la nueva desigualdad.

$$2x > -11 + 3$$
$$2x > -8$$
$$x > -4$$

5. Resuelve las desigualdades.

a) $14 - 5x \leq 4$ b) $8 - 3x \geq -1$ c) $-3x + 4 < -5$

6. Da una solución entera para la última desigualdad. Comprueba que sea una solución para la primera.

a)
$$10 - 3x < 4$$
$$-10 + 3x > -4$$
$$3x > -4 + 10$$
$$3x > 6$$
$$x > 2$$

$x =$ ___3___ cumple $x > 2$

Comprueba: *10 – 3(3) = 10 – 9 =*

= 1

¿Es 1 < 4? ✓

b)
$$-8x + 5 < -4$$
$$8x - 5 > 4$$
$$8x > 4 + 5$$
$$8x > 9$$
$$x > \frac{9}{8}$$

$x =$ ______ cumple $x > \frac{9}{8}$

Comprueba:

c)
$$10 - 3x \geq 1$$
$$-10 + 3x \leq -1$$
$$3x \leq -1 + 10$$
$$3x \leq 9$$
$$x \leq 3$$

$x =$ ______ cumple $x \leq 3$

Comprueba:

7. Comprueba las soluciones del ejercicio 5. Asegúrate de que una solución para la última desigualdad sea también solución para la primera desigualdad.

a) b) c)

8. Resuelve las desigualdades. Comprueba las soluciones.

a) $2x + 5 > 13$

b) $2x - 5 < 13$

c) $7 - 2x \leq 15$

d) $-2x - 5 \leq 3$

e) $-4x + 7 \geq 23$

f) $9 - 5x \geq 7$

Para resolver la desigualdad $5 - 2x < 11$, podemos hacer que el coeficiente sea positivo de dos formas.

Método 1: Pasamos la variable al otro lado y cambiamos la resta por una suma.

$5 < 2x + 11$

Método 2: Multiplicamos ambos miembros de la desigualdad por –1 y cambiamos $<$ por $>$.

$-5 + 2x > -11$

9. Resuelve $5 < 2x + 11$, y luego $-5 + 2x > -11$.

$5 < 2x + 11$

$-5 + 2x > -11$

¿Has obtenido la misma solución? _________

10. Resuelve cada desigualdad de dos formas. Comprueba que obtienes la misma solución en ambos casos.

a) $10 - 4x < -2$

b) $6 - 11x \geq 28$

c) $18 - 4x < 30$

d) $-2 - 5x \leq 3$

EE7-28 Problemas con desigualdades

1. Laura tiene $2.000 para gastar esta semana. Debe gastar $1.400 en material escolar. Si las aplicaciones para el teléfono móvil cuestan $200 cada una, ¿cuántas aplicaciones puede comprar?

a) ¿Qué quieres calcular? La *x* representa ______________________________.

b) Formula una expresión con *x* para la cantidad que gasta esta semana. ______________

c) Formula una desigualdad y resuélvela.

d) ¿Cuántas aplicaciones puede comprar Laura? ______, ______, ______, o ______.

2. Gonzalo puede gastar $20.000 como máximo. Debe gastar $8.000 en ropa. Si cada DVD cuesta $1.500, ¿cuántos DVD puede comprar?

a) ¿Qué es lo que no sabes? La *x* representa ______________________________.

b) Formula una expresión con *x* para la cantidad total que gasta Gonzalo. ______________

c) ¿Qué relación tiene la expresión del ejercicio *b*) con $20.000? Formula una desigualdad.

____

d) Resuelve la desigualdad de *c*) para hacer el ejercicio.

e) ¿Qué motivos puede tener Gonzalo para comprar menos DVD de los que podría comprar?

____

3. Arrendar una tabla de surf cuesta $3.000 la hora, más una cuota fija de $1.000. Roberto tiene $10.000. ¿Cuántas horas puede surfear?

a) La *x* representa ______________________________.

b) Formula una desigualdad con *x*. ______________

c) Resuelve la desigualdad para completar el ejercicio.

4. Miriam cobra $7.000 a la semana más $2.000 por cada venta que hace. Esta semana quiere cobrar $20.000 por lo menos. Formula una desigualdad para el número de ventas que tiene que hacer y resuélvela.

5. Manuel tiene un terreno muy largo, que mide 11 metros de ancho. Quiere cercar parte del terreno para hacer un gallinero rectangular. Hacer el cercado le cuesta \$200 el metro.

a) Manuel puede gastarse \$10.000 como máximo. ¿Cómo puede ser de largo el cercado?

b) Si quiere proporcionar a cada gallina un espacio de al menos 4 metros cuadrados, ¿cuántas gallinas puede criar?

6. Sandra tiene \$300.000. Cada vez que almuerza fuera se gasta \$10.000. Necesita guardar \$100.000 para material escolar antes de que empiece el curso.

a) ¿Cuál es el número máximo de veces que puede almorzar fuera?

b) ¿Qué motivos puede tener Sandra para almorzar fuera menos veces de las que puede hacerlo?

c) Formula una desigualdad que muestre todas las veces que Sandra podría almorzar fuera.

7. Si una tienda vende cada camisa a p pesos, cada día se venden 10.000 – 5p camisas.

a) ¿Cuánta gente compra una camisa si cada una cuesta…?

i) \$2.000 ii) \$1.000 iii) \$0 (gratis)

b) La tienda vendió ayer 30 camisas. ¿Cuál era el precio de cada camisa?

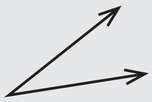
c) La tienda quiere vender 70 camisas como mínimo. ¿Con qué gama de precios puede hacerlo?

d) En el ejercicio *c*), ¿la tienda tiene que fijar un precio mínimo o un precio máximo? Explícalo.

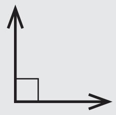
8. a) ¿En qué parte del ejercicio 7 has resuelto una ecuación? ____________________

b) ¿En qué parte del ejercicio 7 has resuelto una desigualdad? ____________________

G7-11 Ángulos complementarios y suplementarios



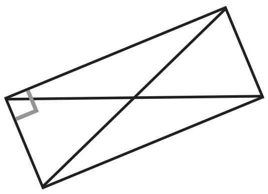
A es el vértice.
∠*A* es el ángulo.

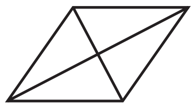


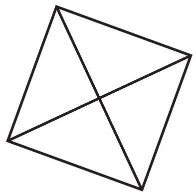
Los ángulos rectos (90°) se señalan con un cuadrado.

Los ángulos llanos miden 180°.

1. Usa la esquina de una hoja de papel para buscar ángulos rectos. Señálalos con un cuadrado.

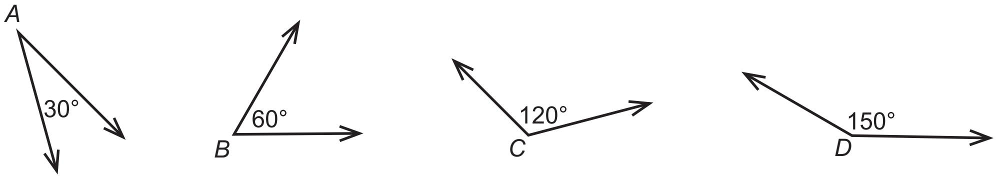
a) 

b) 

c) 

Dos ángulos son **complementarios** si suman 90°. Dos ángulos son **suplementarios** si suman 180°.

2. Completa los espacios.



a) ∠*A* y ∠ ______ son complementarios.

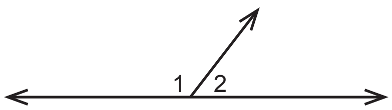
b) ∠*A* y ∠ ______ son suplementarios.

c) ∠*B* y ∠ ______ son complementarios.

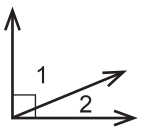
d) ∠*B* y ∠ ______ son suplementarios.

Cuando dos ángulos comparten vértice, los identificamos dentro del ángulo.

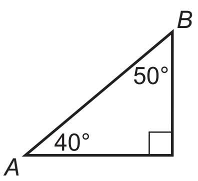
3. Escribe “complementarios” o “suplementarios”.

a) 

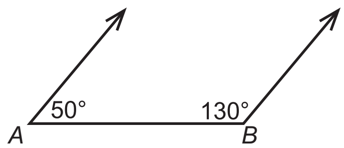
∠1 y ∠2 son ___________________.

b) 

∠1 y ∠2 son ___________________.

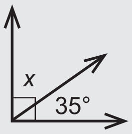
c) 

∠*A* y ∠*B* son ___________________.

d) 

∠*A* y ∠*B* son ___________________.

Resolución de ecuaciones. No hace falta escribir el símbolo de grado (°) durante el desarrollo de las operaciones, pero sí en el resultado.



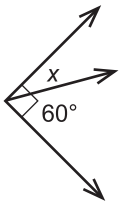
Desarrollo:

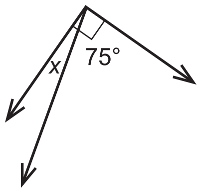
$x + 35 = 90$

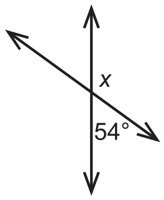
$x = 90 - 35$

$x = 55$ Por tanto, $x = 55°$

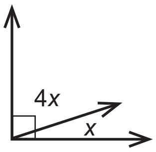
4. Plantea y resuelve una ecuación para encontrar el valor de x.

a)


b)


c)


Podemos simplificar la ecuación para resolverla.

d)


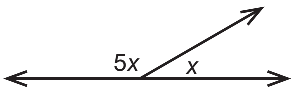
$4x + x = 90$

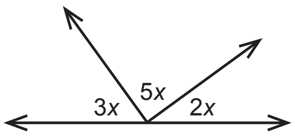
$5x = 90$

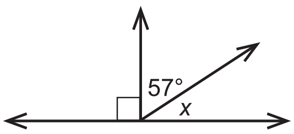
$x = 90 : 5$

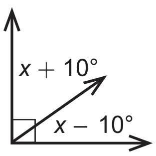
$x = 18$

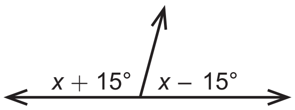
Por tanto, $x = 18°$

e)


f)


g)


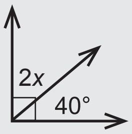
h)


i)


5. Usa un transportador para medir los ángulos de los ejercicios *a*) y *b*). ¿Has acertado? ______________

Algunas ecuaciones tienen que resolverse en dos pasos.

Ejemplo: Calculamos la x.



Desarrollo:

$2x + 40 = 90$

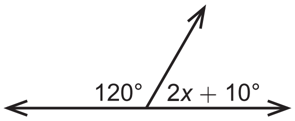
$2x = 90 - 40$

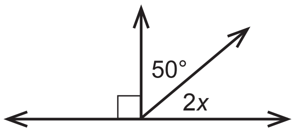
$2x = 50$

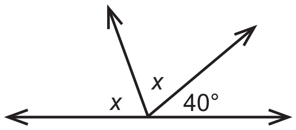
$x = 50 : 2$

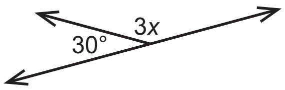
$x = 25$ Por tanto, $x = 25°$

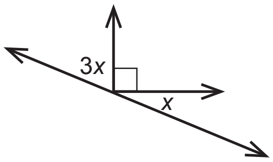
6. Encuentra el valor de x.

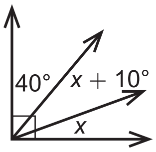
a) 

b) 

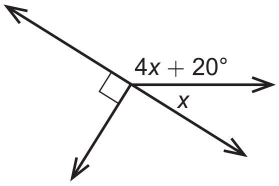
c) 

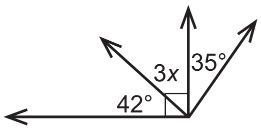
d) 

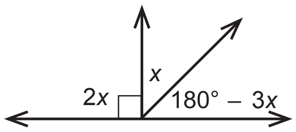
e) 

f) 

Para resolver los siguientes ejercicios, ignora la información que no necesites.

g) 

h) 

i) 

7. $\angle A$ mide 100°.

a) $\angle B$ es suplementario de $\angle A$. ¿Cuánto mide $\angle B$? ________

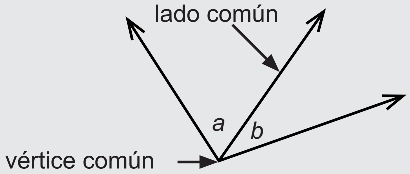
b) $\angle C$ es suplementario de $\angle B$. ¿Cuánto mide $\angle C$? ________

c) $\angle D$ es complementario de $\angle B$. ¿Cuánto mide $\angle D$? ________

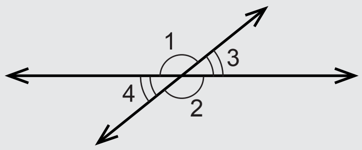
d) ¿Puedes dibujar $\angle E$ de modo que sea complementario de $\angle A$? Justifica tu respuesta.

G7-12 Ángulos adyacentes y ángulos opuestos por el vértice

Los **ángulos adyacentes** comparten el vértice y un lado.



Los **ángulos opuestos por el vértice** son ángulos no adyacentes formados por dos rectas que se cruzan.



$\angle 1$ y $\angle 2$ son ángulos verticales.

$\angle 3$ y $\angle 4$ también son ángulos verticales.

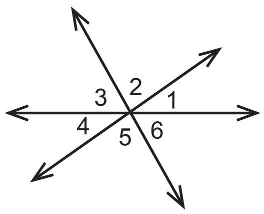
1. Escribe "adyacentes" u "opuestos por el vértice".

a) $\angle 1$ y $\angle 2$ son ______________________________.

b) $\angle 1$ y $\angle 4$ son ______________________________.

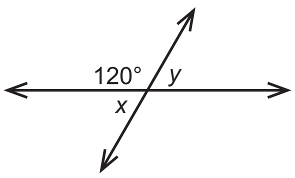
c) $\angle 3$ y $\angle 2$ son ______________________________.

d) $\angle 3$ y $\angle 6$ son ______________________________.



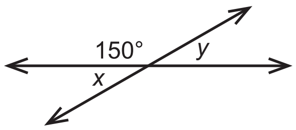
2. Las medidas de dos ángulos opuestos por el vértice son *x* e *y*. Calcula *x* e *y*. Incluye las unidades en tu respuesta.

a)



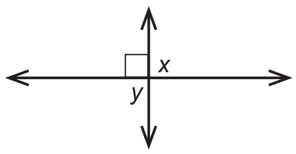
$x =$ ______, $y =$ ______

b)



$x =$ ______, $y =$ ______

c)



$x =$ ______, $y =$ ______

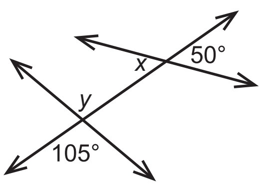
3. Fíjate en los resultados del ejercicio 2. ¿Qué observas sobre las medidas de los ángulos verticales?

____

Las amplitudes de dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.

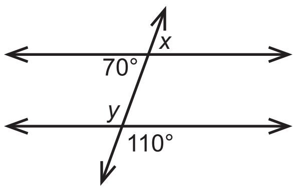
4. Calcula *x* e *y*. Incluye las unidades en tu respuesta.

a)



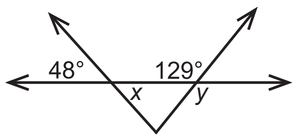
$x =$ ______, $y =$ ______

b)



$x =$ ______, $y =$ ______

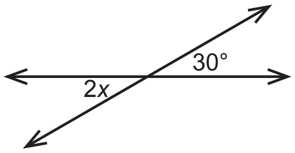
c)



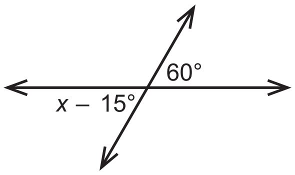
$x =$ ______, $y =$ ______

5. Formula una ecuación y encuentra el valor de *x*.

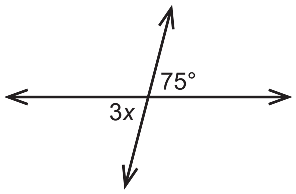
a)



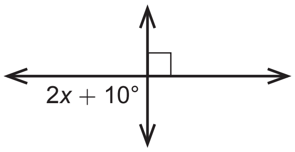
b)



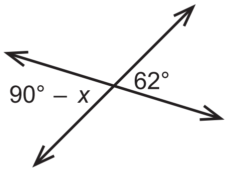
c)



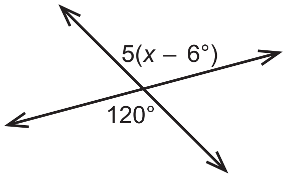
d)



e)

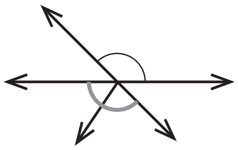


f)

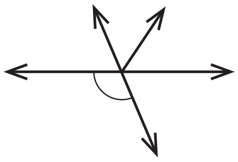


6. Traza un arco que identifique el ángulo opuesto por el vértice al ángulo mostrado.

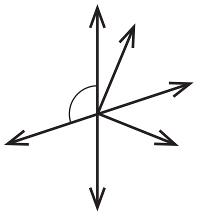
a)



b)

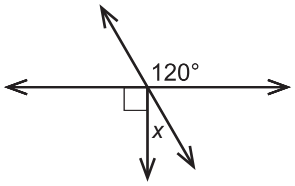


c)

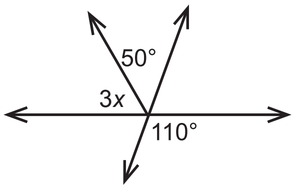


7. Usa ángulos opuestos por el vértice para formular una ecuación. Luego encuentra *x*.

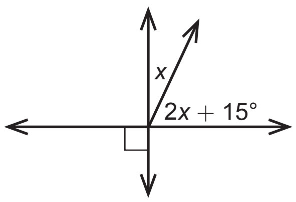
a)



b)



c)



G7-13 Resolver problemas usando las propiedades de los ángulos

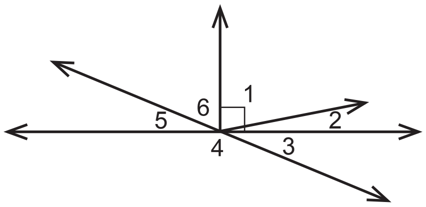
1. Escribe “opuestos por el vértice”, “complementarios” o “suplementarios” según corresponda.

a) $\angle 1$ y $\angle 2$ son ______________________________.

b) $\angle 3$ y $\angle 4$ son ______________________________.

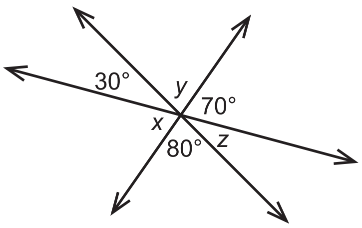
c) $\angle 3$ y $\angle 5$ son ______________________________.

d) $\angle 5$ y $\angle 6$ son ______________________________.



2. Calcula x, y y z. Incluye las unidades en tu respuesta.

a)

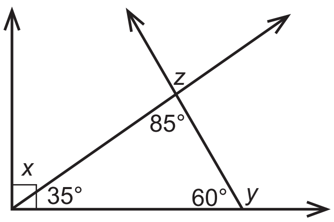


$x =$ ______

$y =$ ______

$z =$ ______

b)

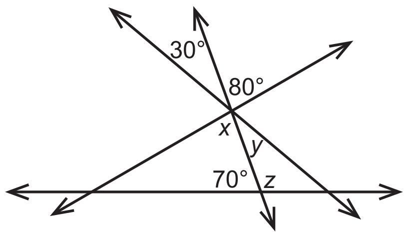


$x =$ ______

$y =$ ______

$z =$ ______

c)

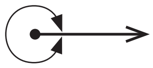


$x =$ ______

$y =$ ______

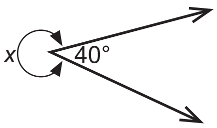
$z =$ ______

RECUERDA: El ángulo de una vuelta completa es de 360°.

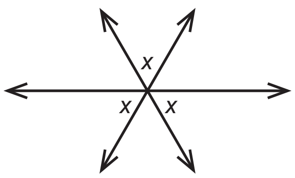


3. Formula una ecuación y luego encuentra el valor de x.

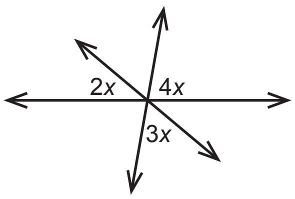
a)



b)

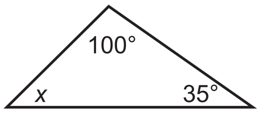


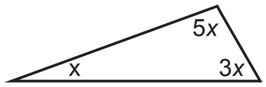
c)



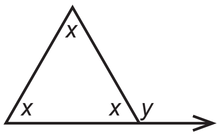
RECUERDA: Los ángulos de un triángulo suman 180°.

4. Formula una ecuación para calcular x y luego resuélvela.

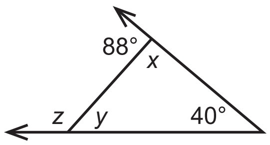
a) 

b) 

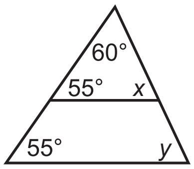
5. Calcula el valor de las variables. Incluye las unidades en tu respuesta.

a) 

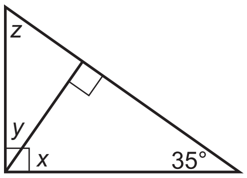
$x =$ ______, $y =$ ______

b) 

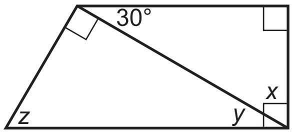
$x =$ ______, $y =$ ______, $z =$ ______

c) 

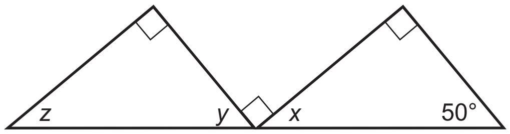
$x =$ ______, $y =$ ______

d) 

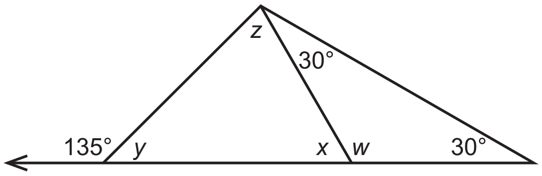
$x =$ ______, $y =$ ______, $z =$ ______

e) 

$x =$ ______, $y =$ ______, $z =$ ______

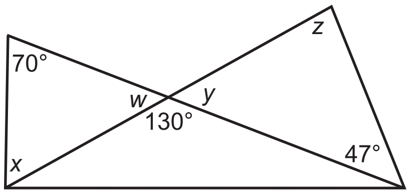
f) 

$x =$ ______, $y =$ ______, $z =$ ______

g) 

$w =$ ______, $x =$ ______,

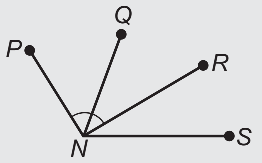
$y =$ ______, $z =$ ______

h) 

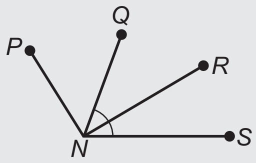
$w =$ ______, $x =$ ______,

$y =$ ______, $z =$ ______

Puedes nombrar los ángulos señalando sus lados con puntos. Escribe siempre el vértice en el centro.

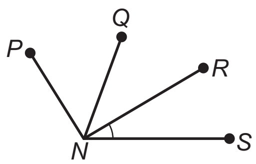


$\angle PNR$ o $\angle RNP$

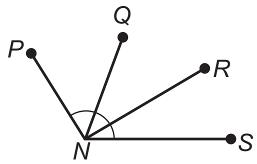


$\angle QNS$ o $\angle SNQ$

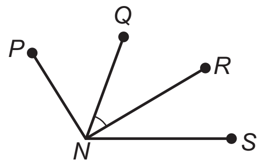
6. Nombra el ángulo de dos formas distintas.

a) 

$\angle$________ o $\angle$________

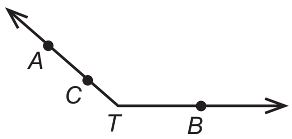
b) 

$\angle$________ o $\angle$________

c) 

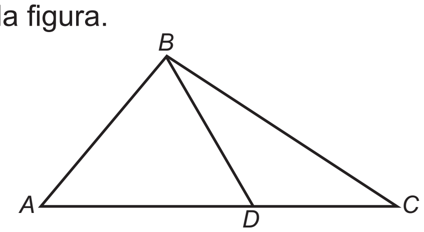
$\angle$________ o $\angle$________

7. Rodea todos los nombres posibles para el ángulo mostrado.



$\angle ACT$	$\angle ATB$	$\angle BTC$	$\angle CBT$
$\angle CTA$	$\angle BTA$	$\angle ACB$	$\angle BCA$

8. a) Escribe las medidas de los siguientes ángulos de la figura.



$\angle ADB = 60°$ $\qquad$ $\angle ABD = 70°$

$\angle BAC = 50°$ $\qquad$ $\angle BDC = 120°$

$\angle DBC = 40°$

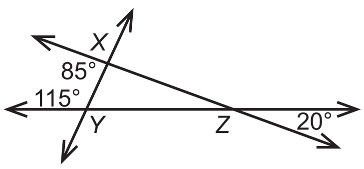
b) ¿Cuánto mide $\angle ABC$? ________

c) ¿Qué dos ángulos son suplementarios? ________ y ________

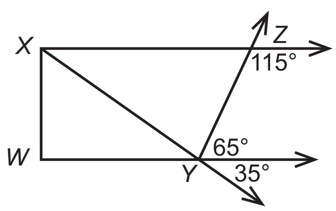
¿Cómo podrías haberlo deducido a partir de la figura? ____

____

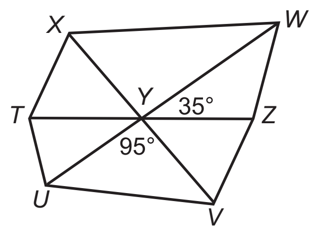
9. Calcula la medida de $\angle XYZ$.

a) 

________°

b) 

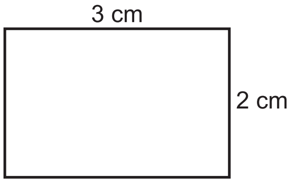
________°

c) 

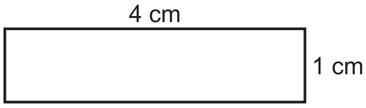
________°

G7-14 Área de rectángulos y triángulos

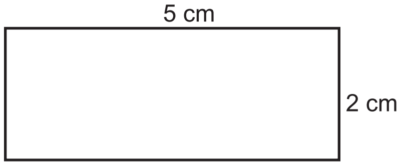
1. Usa la base (b) y la altura (h) del rectángulo para calcular su área, $A = b \times h$.

a) 

Área $=$ ______ cm²

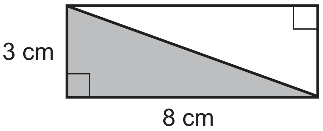
b) 

Área $=$ ______ cm²

c) 

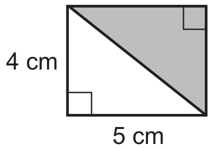
Área $=$ ______ cm²

2. Calcula el área del triángulo sombreado en centímetros cuadrados.

a) 

Área del rectángulo $=$ ______ cm²

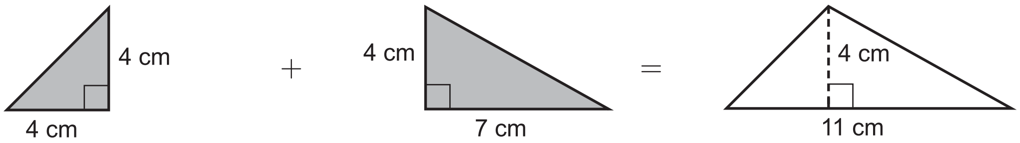
Área del triángulo $=$ ______ cm²

b) 

Área del rectángulo $=$ ______ cm²

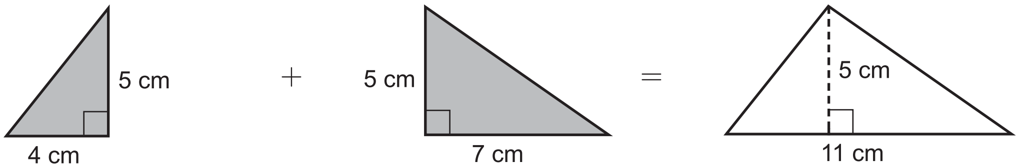
Área del triángulo $=$ ______ cm²

3. Usa el área de los dos primeros triángulos para calcular el área del tercero.

a) 

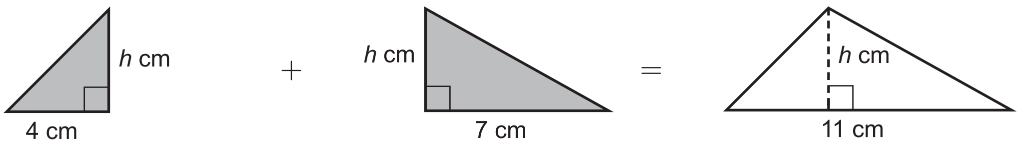
(4 $\times$ ______) : 2 $+$ (4 $\times$ ______) : 2 $=$ (4 $\times$ ______) : 2 $=$ ______ : 2 $=$ ______

Por tanto, el área del tercer triángulo es _________.

b) 

(5 $\times$ ______) : 2 $+$ (5 $\times$ ______) : 2 $=$ (5 $\times$ ______) : 2 $=$ ______ : 2 $=$ ______

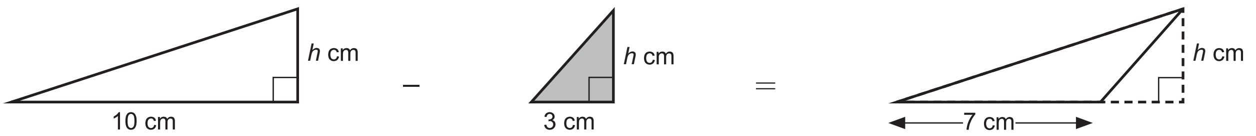
Por tanto, el área del tercer triángulo es _________.

c) 

(h $\times$ ______) : 2 $+$ (h $\times$ ______) : 2 $=$ (h $\times$ ______) : 2

Por tanto, el área del tercer triángulo es __________________.

4. Usa el área de los dos primeros triángulos para calcular el área del tercero.



($h \times$ ______) : 2 – ($h \times$ ______) : 2 = ($h \times$ ______) : 2

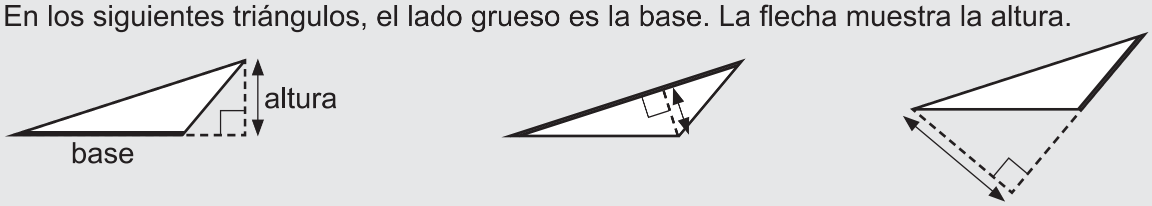
Por tanto, el área del tercer triángulo es ________________.

Para calcular el área de un triángulo:

Paso 1: Medimos la longitud de cualquiera de sus lados. Tanto el lado como su longitud se denominan **base** del triángulo.

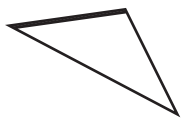
Paso 2: Medimos la distancia de la base al vértice opuesto a la base. La distancia debe medirse en **perpendicular** (en ángulo recto) a la base. Esa distancia se denomina **altura**.

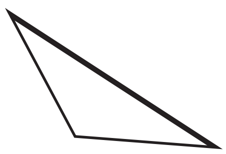
Ejemplos: En los siguientes triángulos, el lado grueso es la base. La flecha muestra la altura.



5. El lado grueso es la base. Rodea con un círculo el vértice opuesto a la base.

a) 

b) 

c) 

6. El lado grueso es la base. Dibuja la altura. Pista: Puede que necesites alargar la base.

a) 

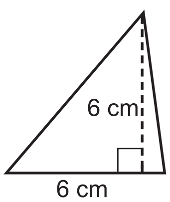
b) 

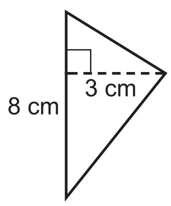
c) 

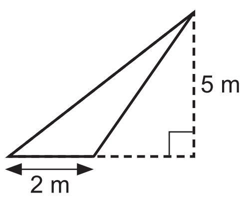
Paso 3: Calculamos el área del triángulo usando:

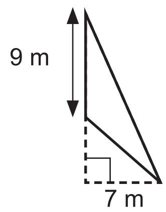
Área = base × altura : 2 o $A = b \times h : 2$

7. Calcula el área del triángulo.

a) 

b) 

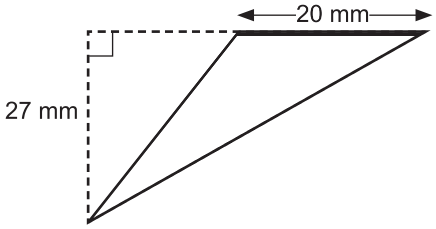
c) 

d) 

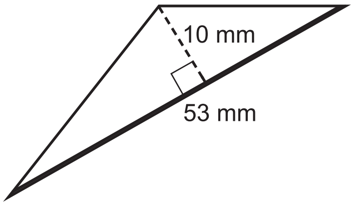
____________ ____________ ____________ ____________

8. a) Calcula el área del triángulo de dos formas, usando diferentes lados como base.

i)



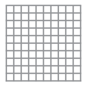
ii)



b) ¿Has obtenido exactamente el mismo resultado de las dos formas? __________

c) ¿Qué diferencia hay respecto a las áreas que has calculado en el ejercicio *a*)? __________

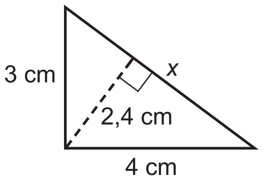
Muestra la diferencia entre las áreas en la cuadrícula de 1 cm.



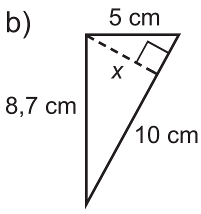
¿La diferencia entre estas medidas es grande o pequeña? ____________________

9. Formula una ecuación para calcular el área. Resuélvela y expresa el valor de x con un decimal. Luego despeja la x y redondea su valor a milímetros.

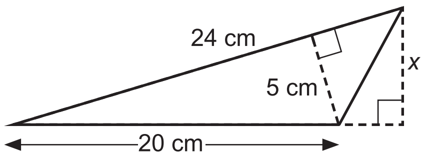
a)



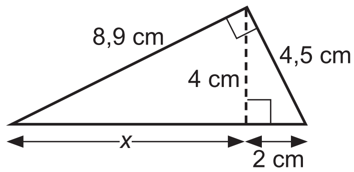
b)



c)

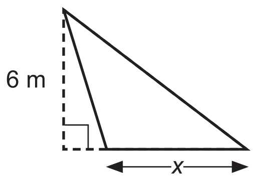


d)

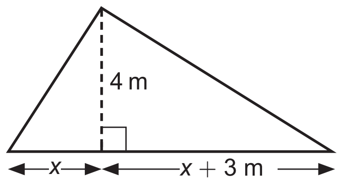


10. El área es 18 m^2. Calcula la x.

a)



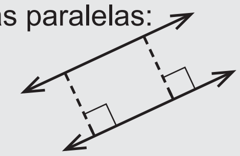
b)



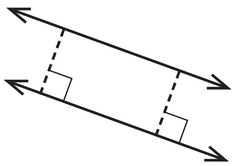
G7-15 Área de los paralelogramos

Las rectas paralelas son como los rieles largos y rectos de un ferrocarril. Las rectas paralelas:

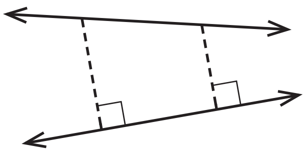
- son rectas.
- siempre están separadas por la misma distancia.
- apuntan en la misma dirección.



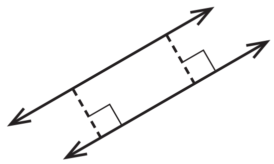
1. Mide la distancia (en milímetros) entre las rectas en dos puntos distintos. Asegúrate de medir las distancias perpendiculares a una de las rectas. ¿Son paralelas las rectas?

a) 

____

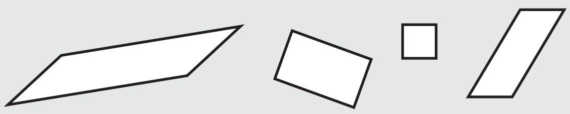
b) 

____

c) 

____

Un **paralelogramo** es un cuadrilátero con cuatro lados paralelos dos a dos. Los lados opuestos de un paralelogramo son iguales entre sí.

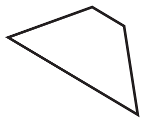


Un **trapecio** es un cuadrilátero con solo dos lados paralelos.

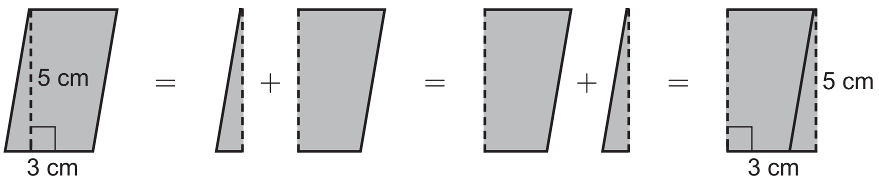
2. Escribe “P” si es un paralelogramo o “T” si es un trapecio.

a) 

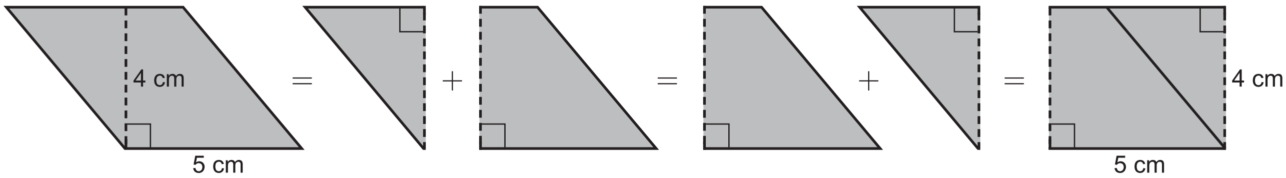
b) 

c) 

3. Calcula el área de los paralelogramos. Incluye las unidades en tu respuesta.

a) 

Por tanto, el área del paralelogramo es _________.

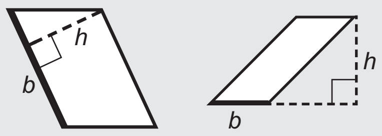
b) 

Por tanto, el área del paralelogramo es _________.

El área (A) de un paralelogramo es:

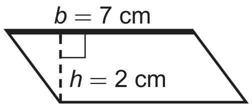
A = base (b) $\times$ altura (h)

Cualquier lado de un paralelogramo puede usarse como base.
La altura se mide perpendicular a la base, desde el lado opuesto.



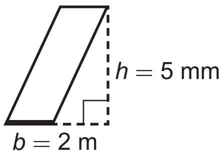
4. Calcula el área (A) del paralelogramo. Incluye las unidades en tu respuesta.

a)



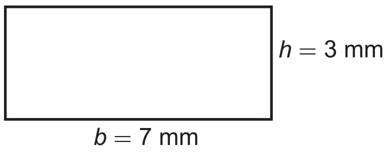
A = __________

b)



A = __________

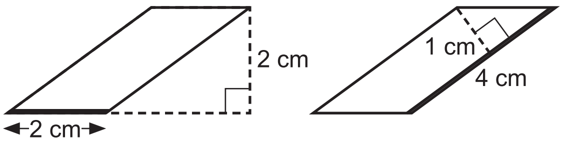
c)



A = __________

5. Usa lados distintos como base para calcular el área de dos formas.

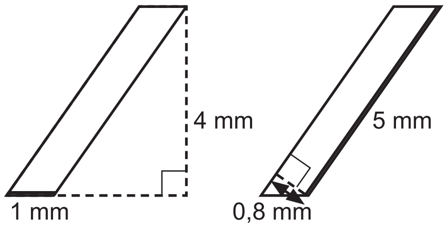
a)



Área = ____________________

Área = ____________________

b)

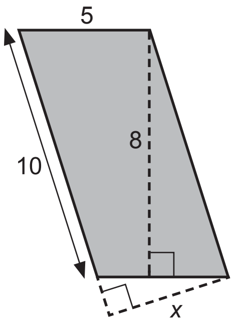


Área = ____________________

Área = ____________________

6. Formula dos ecuaciones para calcular el área de dos maneras distintas.
Luego resuélvelas. Todas las medidas están en centímetros.

a)



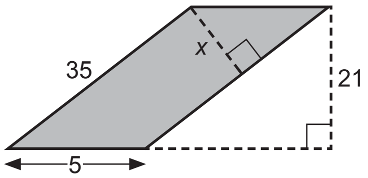
$5(8) = 10x$

$10x = 40$

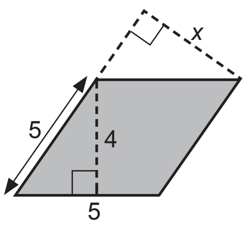
$x = 40 : 10$

$x = 4$ cm

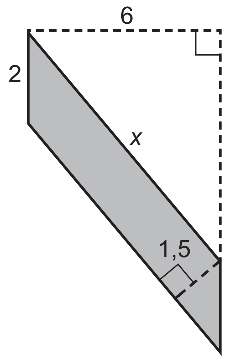
b)



c)



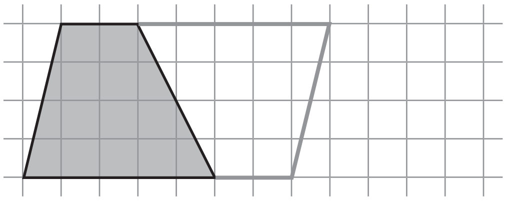
d)



G7-16 Área de los trapecios

1. Copia el trapecio del revés, como se muestra en el ejercicio *a*), para obtener un paralelogramo. Luego, completa los espacios.

a)



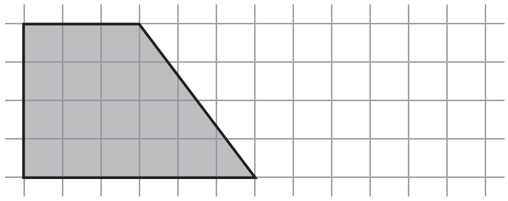
Base del paralelogramo = 7 ← 5 + 2

Altura del paralelogramo = ______

Área del paralelogramo = ______

Área del trapecio = ______

b)



Base del rectángulo = ______

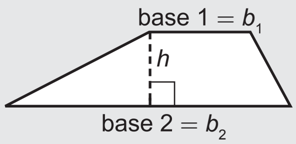
Altura del rectángulo = ______

Área del rectángulo = ______

Área del trapecio = ______

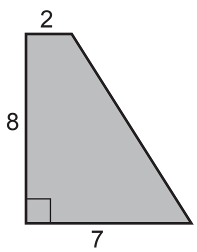
En un trapecio, los dos lados paralelos son las bases.
La altura (h) es la distancia perpendicular entre ambas.

Área del trapecio $= (b_1 + b_2) \times h : 2$

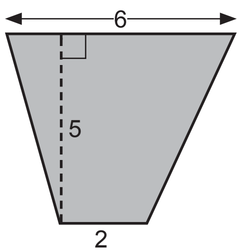


2. Usa la fórmula anterior para calcular el área de los trapecios. Todas las medidas están en centímetros.

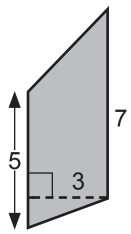
a)



b)



c)



(2 + 7) × 8 : 2 =

= 9 × 8 : 2 =

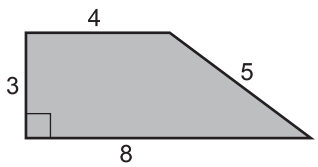
= 72 : 2 =

= 36

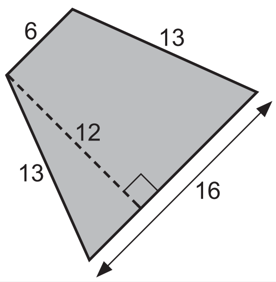
Por tanto, área = 36 cm²

3. Para calcular el área, rodea la información que necesitas de los dibujos e ignora el resto. Todas las medidas están en centímetros.

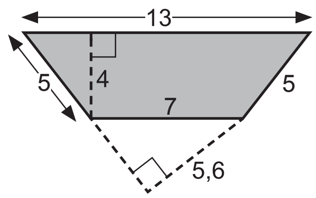
a)



b)

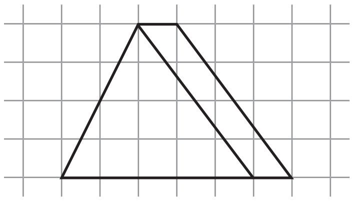


c)



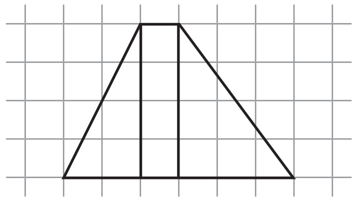
4. Calcula el área del trapecio…

a) sumando dos áreas.



______ + ______ = ______

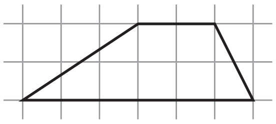
b) sumando tres áreas.



______ + ______ + ______ = ______

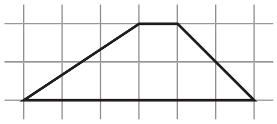
c) usando la fórmula para calcular el área de un trapecio.

5. Usa la fórmula para calcular el área de los dos trapecios. Luego calcula el área del triángulo.



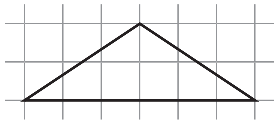
(____ + ____) × ____ : 2 =

=



(____ + ____) × ____ : 2 =

=



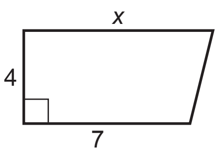
____ × ____ : 2 =

=

Extra ▶ Sustituye por $b_1 = 0$ en la fórmula del área del trapecio. ¿Qué fórmula obtienes?

6. El área del trapecio es 30 cm². Formula una ecuación y encuentra la *x*. El primer ejercicio ya está empezado.

a)



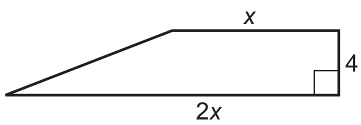
$4(7 + x) : 2 = 30$

$4(7 + x) =$ ______

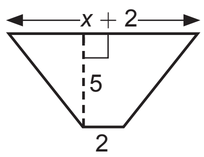
$7 + x =$ ______

$x =$ ______

b)

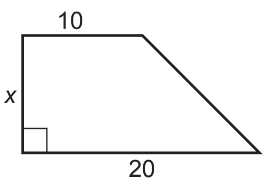


c)

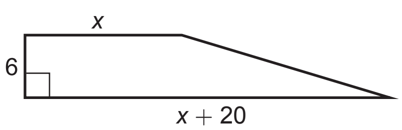


7. El área del trapecio debe medir al menos 150 m². ¿Cuánto mide *x*?

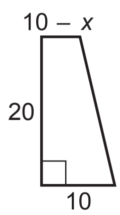
a)



b)



c)

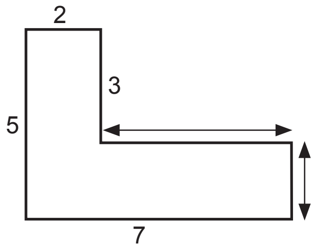


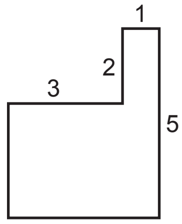
8. Un tren tiene 80 ventanas en forma de paralelogramo, con una altura de 1 m y una base de 1,4 m. El precio del cristal es de \$2.600 por 1 m². ¿Cuánto costaría cambiar los cristales de las 80 ventanas?

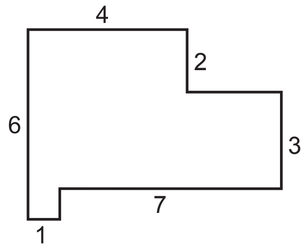
Llibre7.2.indb 118 21/7/16 9:38

G7-17 Área de figuras compuestas

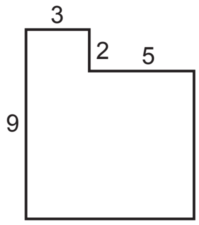
1. Calcula las medidas que faltan. Todas las medidas están en centímetros.

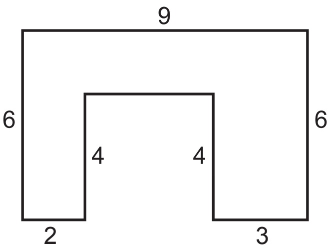
a) 

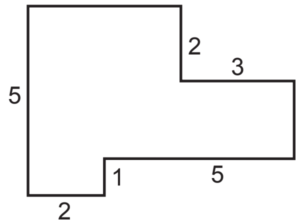
b) 

c) 

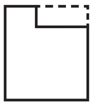
2. Descompón las figuras en rectángulos para calcular el área total. Todas las medidas están en metros.

a) 

b) 

c) 

3. Calcula el área de la figura del ejercicio 2 *a*) restando el área de un rectángulo de la del otro. Asegúrate de obtener el mismo resultado.



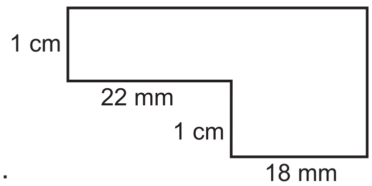
4. 1 cm = ______ mm; por tanto, 1 cm² = ______ mm².

5. a) Calcula el área de dos formas…

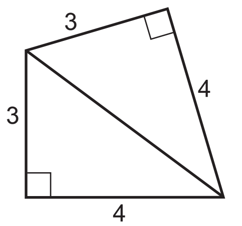
i) convirtiendo todas las medidas a centímetros.

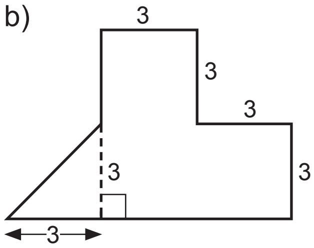
ii) convirtiendo todas las medidas a milímetros.

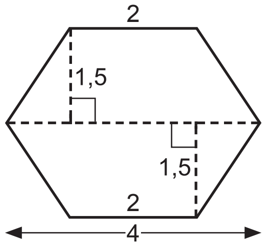
b) ¿Has obtenido el mismo resultado de las dos formas? Justifícalo.



6. Calcula el área de las figuras compuestas. Todas las medidas están en metros.

a) 

b) 

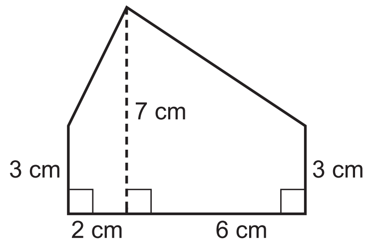
c) 

7. a) Calcula el área total de la figura de dos formas…

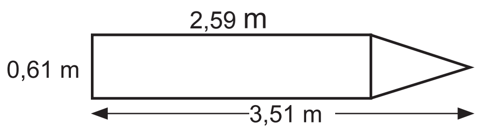
i) descomponiendo la figura en dos trapecios.

ii) descomponiendo la figura en un triángulo y un rectángulo.

b) ¿Has obtenido el mismo resultado? En caso contrario, busca tu error.

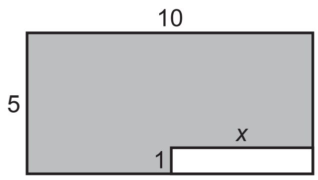


8. Juan está pintando un mural de ceras rojas. Tiene un tarro de pintura roja con el que puede pintar 32,52 metros cuadrados de pared. ¿Cuántas ceras rojas puede pintar?

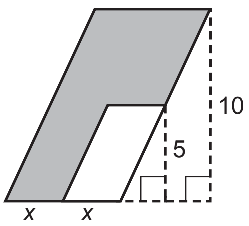


9. Las siguientes medidas están en metros. El área de la figura sombreada es de 45 m^2. Calcula el valor de x.

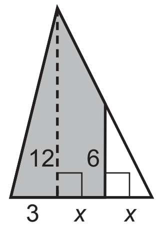
a)



b)



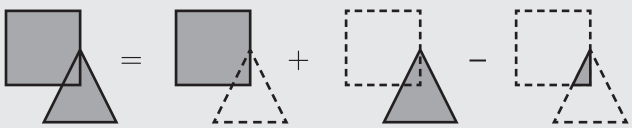
c)



Para calcular el área total de dos figuras superpuestas:

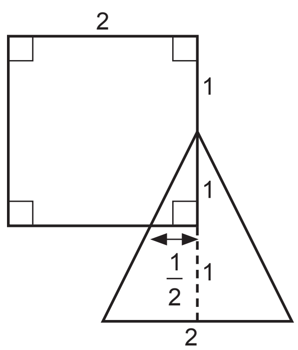
Paso 1: Sumamos el área de cada una de las dos figuras.

Paso 2: Restamos el área de la figura superpuesta, porque la hemos contado dos veces.

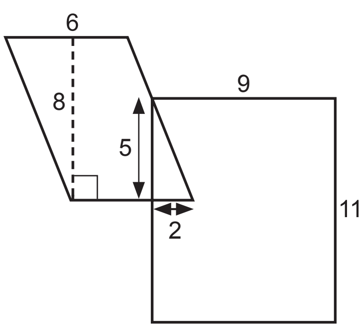


10. Calcula el área total. Todas las medidas están en metros.

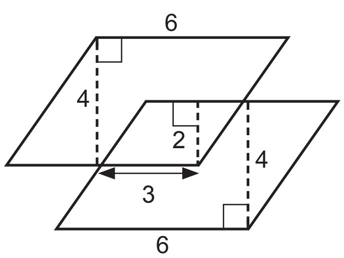
a)



b)

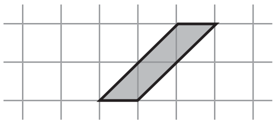


c)



G7-18 Área de dibujos a escala

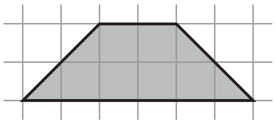
1. Haz un dibujo usando la escala (original) : (nueva) = 1 : 2. Luego calcula el área de ambas figuras.

a) 

Área = ______

Dibujo a escala:

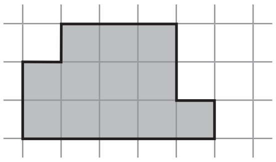
Área = ______

b) 

Área = ______

Dibujo a escala:

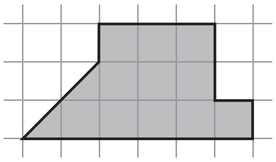
Área = ______

c) 

Área = ______

Dibujo a escala:

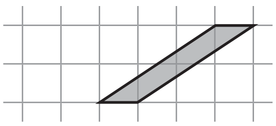
Área = ______

d) 

Área = ______

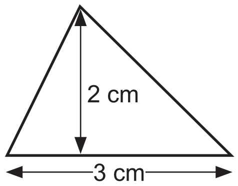
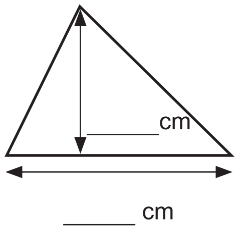
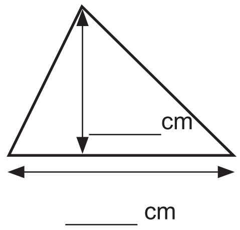
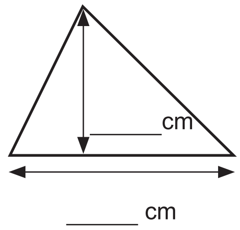
Dibujo a escala:

Área = ______

Extra ▶ 

2. En el ejercicio 1, (área del dibujo a escala) = ______ × (área del dibujo original).

3. a) Calcula la base y la altura de los dibujos a escala. Luego calcula sus áreas.

Triángulo original	**(original) : (nueva) = 1 : 2**	**(original) : (nueva) = 1 : 3**	**(original) : (nueva) = 1 : 4**
			
Área = 3 cm²	Área = ______ cm² = = 3 cm² × ______	Área = ______ cm² = = 3 cm² × ______	Área = ______ cm² = = 3 cm² × ______

b) ¿Cómo puedes calcular el área de un dibujo a escala conociendo la escala y el área del dibujo original?

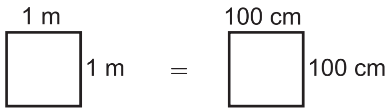
____

____

4. El área de una estrella es de 8 cm². Se realiza un dibujo usando la escala (original) : (nueva) = 1 : 3.

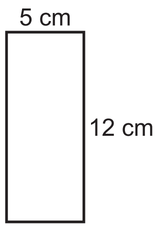
¿Cuál es el área del dibujo a escala? __________

5. a) 1 metro (m) son 100 centímetros (cm), por tanto 1 m² ______ cm²



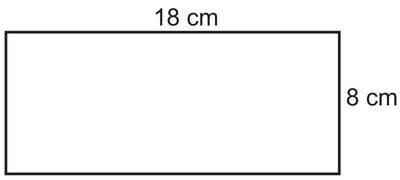
b) Usa los planos para calcular el área de cada habitación. ¿Qué habitación es mayor?

A.



Escala: 1 cm = 0,5 m

B.

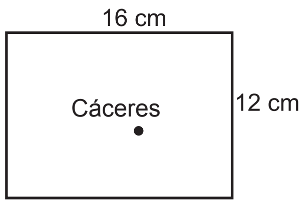


Escala: 1 cm = 0,25 m

6. Este es un esbozo a escala de la provincia de Cáceres con una escala de 1 cm = 10 km. Calcula el área de Cáceres (en km) de dos formas.

a) Calcula el área del dibujo a escala, luego usa esta medida para calcular el área real de Cáceres.

b) Calcula el largo y ancho real de Cáceres y luego usa estas medidas para calcular el área real. ¿Has obtenido el mismo resultado de las dos formas? En caso contrario, busca tu error.



Llibre7.2.indb 122 21/7/16 9:38

7. Dado el rectángulo original, calcula la longitud, la altura y el área de un rectángulo dibujado en la escala indicada.

		Longitud (cm)	**Altura (cm)**	**Área (cm²)**
a)	rectángulo original 12 cm 8 cm	*12*	*8*	*96*
b)	(original) : (nueva) $= 1 : 3$			
c)	(original) : (nueva) $= 1 : \frac{1}{2}$			
d)	(original) : (nueva) $= 1 : \frac{1}{4}$			
e)	(original) : (nueva) $= 1 : \frac{3}{4}$			

> El área de un dibujo a la escala (original) : (nueva) $= 1 : s$ es:
>
> $A =$ (área original) $\times s^2$ o $A =$ (área original) $\times s \times s$

8. Usa la fórmula anterior para calcular las áreas de los ejercicios 7 b) al 7 e). Asegúrate de que los resultados son los mismos que los que has obtenido en el ejercicio 7.

b) $96 \times 3 \times 3 =$

c) $96 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$

d) $96 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} =$

e) $96 \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} =$

9. El área de un pentágono es 80 m^2. Se dibuja a escala (original) : (nueva) $= 1 : \frac{3}{4}$. ¿Cuál es el área del dibujo?

10. El área de un trapecio es de 60 cm^2. Se realiza un dibujo a escala (original) : (nueva) $= 5 : 2$. ¿Cuál es el área del dibujo?

11. El área de un campo de fútbol profesional es de 10.800 m^2. El campo de fútbol de un colegio mide un tercio de largo y un tercio de ancho. ¿Cuál es el área del campo de fútbol del colegio?

12. El área de una piscina olímpica es de 1.250 m^2. Una urbanización tiene una piscina que mide un quinto de largo y un quinto de ancho. ¿Cuál es el área de la piscina de la urbanización?

G7-19 Círculos

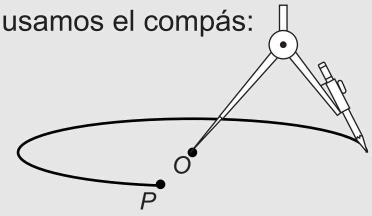
Todos los puntos de un círculo se encuentran a la misma distancia de su **centro**.

Para trazar un círculo que tenga el centro en *O* y que pase por el punto *P*, usamos el compás:

Paso 1: Colocamos la punta del compás en el centro del círculo.

Paso 2: Colocamos el lápiz en el compás sobre el punto *P*.

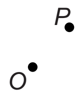
Paso 3: Manteniendo la punta en el centro, y sin cambiar la abertura del compás, trazamos el círculo.



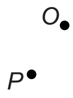
1. Traza un círculo que tenga el centro en *O* y que pase por el punto *P*.

a)

b)



c)



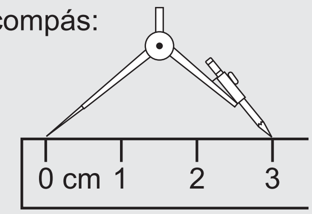
El **radio** de un círculo es la distancia que hay desde el centro a cualquier punto del círculo.

Para trazar un círculo con el centro en *O* y un radio de 3 cm, usamos el compás:

Paso 1: Abrimos el compás 3 cm.

Paso 2: Colocamos la punta del compás en el centro del círculo. ¡Manteniendo la abertura del compás!

Paso 3: Trazamos el círculo.



2. Traza un círculo que tenga el centro en *O* y radio *r*.

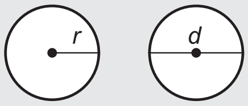
a) $r = 2$ cm

b) $r = 15$ mm

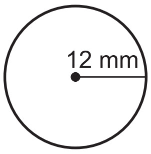
c) $r = 25$ mm

El **diámetro** de un círculo es el segmento que une dos puntos del círculo y que pasa por su centro. La longitud del diámetro también se llama diámetro (d). El diámetro es:

- el mayor ancho del círculo.
- siempre el doble del radio (r); por tanto, $d = 2 \times r$.

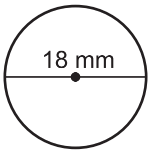


3. ¿Qué información se da en cada caso, el radio o el diámetro? Calcula la medida que falta.

a)


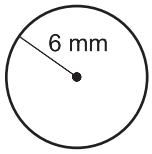
$r =$ ______ mm

$d =$ ______ mm

b)


$r =$ ______ mm

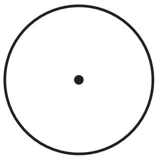
$d =$ ______ mm

c)


$r =$ ______ mm

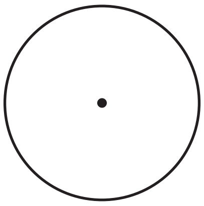
$d =$ ______ mm

4. Traza una recta que pase por el centro del círculo. Mide el radio y el diámetro.

a)


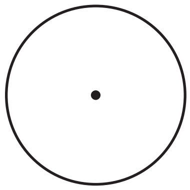
$r =$ ______ mm

$d =$ ______ mm

b)


$r =$ ______ mm

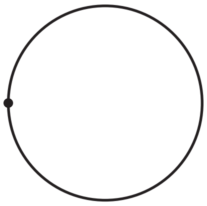
$d =$ ______ mm

c)


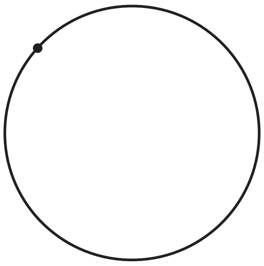
$r =$ ______ mm

$d =$ ______ mm

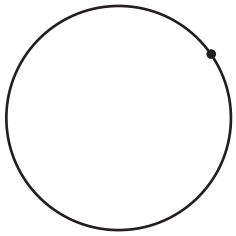
5. Usa una regla para encontrar el punto del círculo más alejado del punto indicado. Luego traza el diámetro entre ambos puntos y mide su longitud.

a)


Diámetro = ______ mm

b)


Diámetro = ______ mm

c)


Diámetro = ______ mm

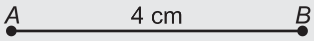
6. a) Para cada círculo del ejercicio 5, dibuja otro diámetro. Mide la longitud del nuevo diámetro. Si no obtienes la misma medida que en el ejercicio 5, busca tu error.

b) ¿Cómo se puede saber dónde está el centro del círculo?

7. Traza un círculo de 7 cm de diámetro.

Para dibujar un triángulo con lados de 2 cm, 3 cm y 4 cm:

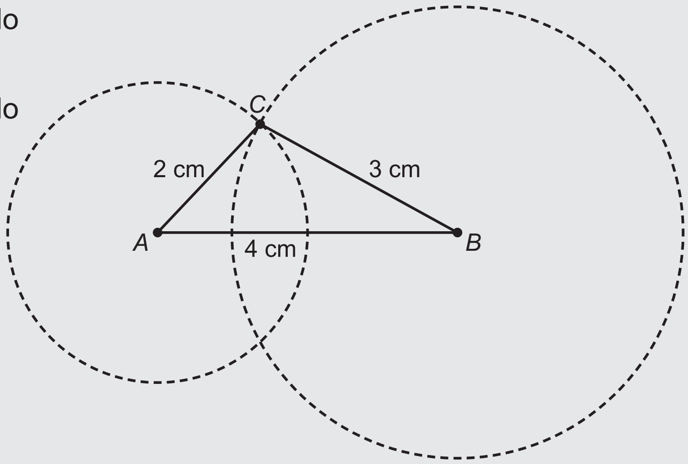
Paso 1: Trazamos el lado más largo en horizontal. Nombramos los extremos.



Paso 2: Usamos el compás para trazar un círculo con un radio de 2 cm y el centro en *A*.

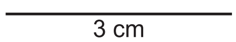
Paso 3: Usamos el compás para trazar un círculo con un radio de 3 cm y el centro en *B*.

Uno de los puntos de intersección de los dos círculos es el tercer vértice del triángulo. Lo llamamos *C*.

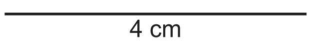


8. Dibuja un triángulo cuyos lados tengan las medidas indicadas. El más largo ya está dibujado.

a) 2 cm, 2 cm, 3 cm

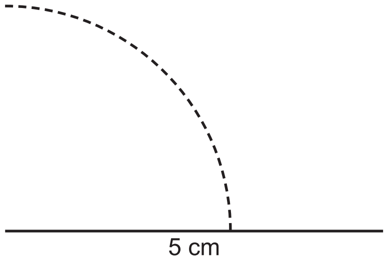


b) 3 cm, 3 cm, 4 cm

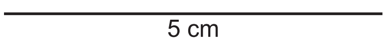


c) 3 cm, 4 cm, 5 cm

Pista: No hace falta que dibujes todo el círculo.



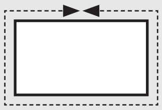
d) 2 cm, 4 cm, 5 cm



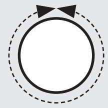
9. Usa el compás para intentar dibujar un triángulo cuyos lados midan 3 cm, 4 cm y 7 cm. ¿Qué sucede?

G7-20 Circunferencia

El contorno de un polígono se llama **perímetro**.

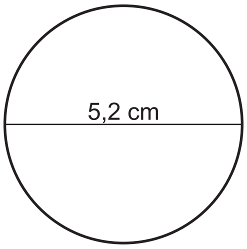


El contorno de un círculo se llama **circunferencia**.



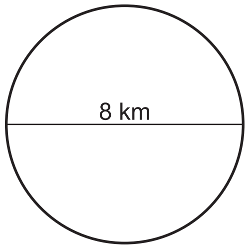
1. Calcula el cociente longitud de la circunferencia (C) : diámetro (d). Redondea el resultado a dos cifras decimales.

a) $C = 16{,}34$ cm



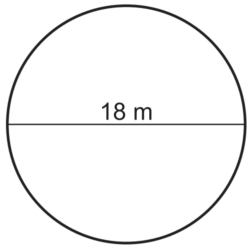
$C : d =$ __________

b) $C = 25{,}13$ km



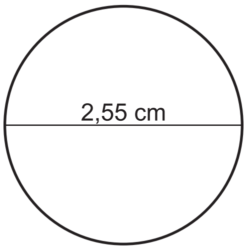
$C : d =$ __________

c) $C = 56{,}55$ m



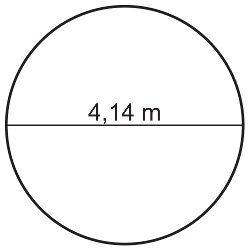
$C : d =$ __________

d) $C = 8$ cm



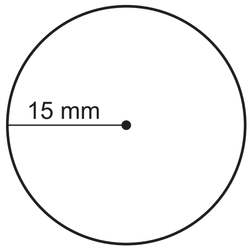
$C : d =$ __________

e) $C = 13$ m



$C : d =$ __________

Extra ▶ $C = 94{,}25$ mm



$C : d =$ __________

2. ¿Qué observas en los resultados del ejercicio 1? ____

____

El cociente $C : d$ es el mismo para todos los círculos. En matemáticas se da a este cociente un nombre especial:

$$\pi = C : d$$

El símbolo π, llamado *pi*, tiene un número infinito de cifras decimales. Hasta seis cifras, es el siguiente:

$$\pi \approx 3{,}141593$$

3. Redondea π al número de cifras decimales indicado.

a) $\pi \approx$ __________ (décimas)

b) $\pi \approx$ __________ (centésimas)

c) $\pi \approx$ __________ (milésimas)

d) $\pi \approx$ __________ (diezmilésimas)

Si conocemos el diámetro (d) de un círculo, podemos calcular la longitud de su circunferencia (C).

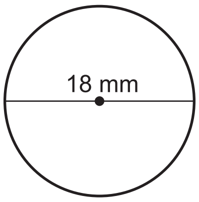
$$C = \pi \times d \text{ (o } C = \pi d\text{)}$$

Usamos 3,14 como π para tener una buena aproximación.

Ejemplo: Si $d = 4$ centímetros, entonces usamos $C = \pi \times 4 \approx 12{,}57$.

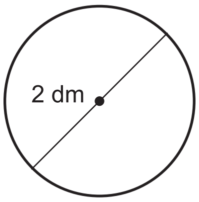
Por tanto, $C \approx 12{,}57$ centímetros

4. Calcula la longitud de la circunferencia a partir del diámetro indicado. Incluye las unidades en tu respuesta.

a) 

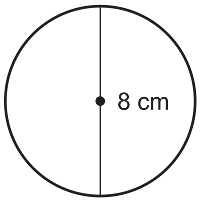
$C \approx$ *3,14 × 18*

$C \approx$ *56,52 mm*

b) 

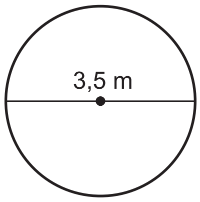
$C \approx$ ________

$C \approx$ ________

c) 

$C \approx$ ________

$C \approx$ ________

d) 

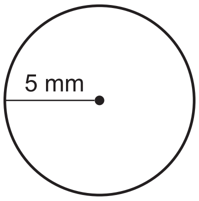
$C \approx$ ________

$C \approx$ ________

Si conocemos el radio de un círculo, podemos calcular la longitud de la circunferencia:

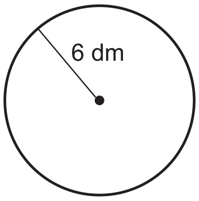
$$C = \pi \times d =$$
$$= \pi \times 2 \times r =$$
$$= 2\pi r$$

5. Calcula la longitud de la circunferencia a partir del radio indicado. Incluye las unidades. Usa 3,14 como π.

a) 

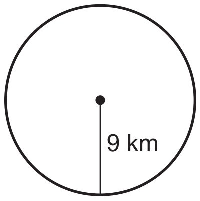
$C \approx$ ________

$C \approx$ ________

b) 

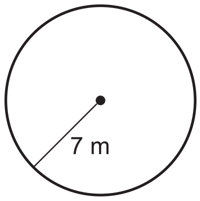
$C \approx$ ________

$C \approx$ ________

c) 

$C \approx$ ________

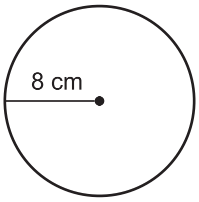
$C \approx$ ________

d) 

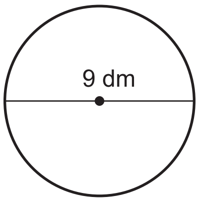
$C \approx$ ________

$C \approx$ ________

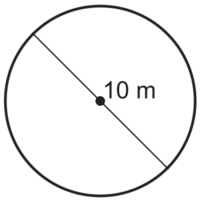
6. Escribe la fórmula que usarías ($2\pi r$ o πd) para calcular la longitud de la circunferencia.

a) 

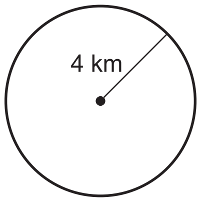
____

b) 

____

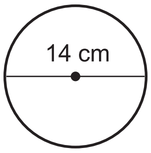
c) 

____

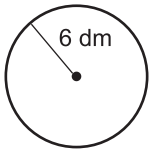
d) 

____

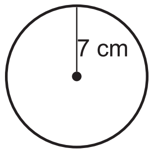
7. Calcula la longitud de la circunferencia. Incluye las unidades en el resultado.

a) 

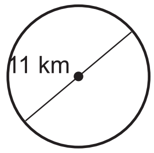
$C \approx$ ______________

b) 

$C \approx$ ______________

c) 

$C \approx$ ______________

d) 

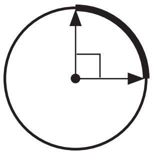
$C \approx$ ______________

8. ¿Qué actividades del ejercicio 7 tienen el mismo resultado? ¿Por qué?

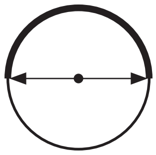
Si podemos calcular la longitud de la circunferencia completa, también podemos calcular una parte.

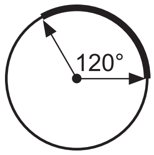
Un giro completo mide 360°. Por tanto, podemos saber qué fracción de la circunferencia recorre un giro, calculando qué fracción de 360° cubre el giro.

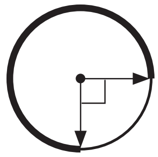
9. ¿Qué fracción de la circunferencia cubre el giro (trazo grueso)? Simplifica la fracción.

a) 

$$\frac{90^o}{360^o} = \frac{1}{4}$$

b) 

c) 

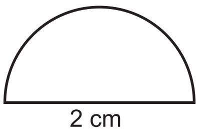
d) 

10. Los círculos del ejercicio 9 tienen un diámetro de 2 centímetros.

a) Calcula la longitud de las circunferencias del ejercicio 9.

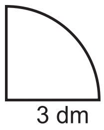
b) Usa la fracción cubierta por el giro para calcular la longitud de la circunferencia recorrida (trazo grueso).

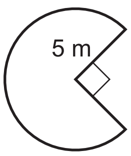
11. Calcula el contorno (D) de cada figura.

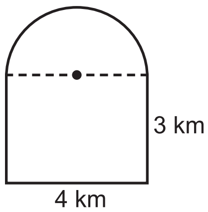
a) 

$2 + \frac{1}{2}\,\pi d = 2 + \frac{1}{2}\,\pi(2) =$

$= 2 + \pi$; por tanto, $D \approx$ *5,14 cm.*

b) 

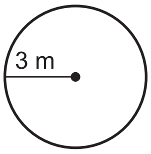
c) 

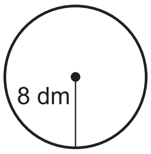
d) 

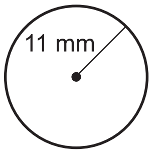
G7-21 Área del círculo

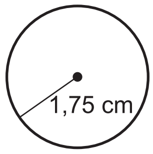
El área (A) de un círculo de radio r es $A = \pi r^2$. Usa 3,14 como π.

1. Calcula el área de los círculos a partir de los radios indicados.

a) 

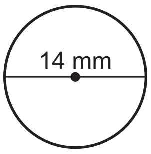
b) 

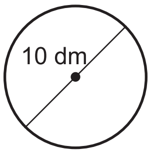
c) 

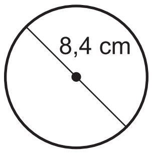
d) 

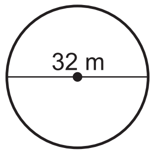
$A \approx$ ______	$A \approx$ ______	$A \approx$ ______	$A \approx$ ______
$A \approx$ ______	$A \approx$ ______	$A \approx$ ______	$A \approx$ ______

2. Calcula el radio de los círculos. Luego calcula sus áreas.

a) 

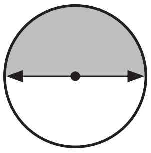
b) 

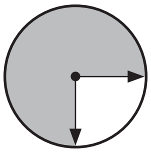
c) 

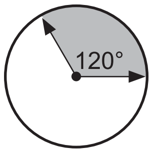
d) 

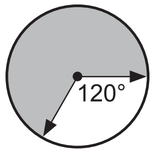
$r =$ *7 mm*	$r =$ ______	$r =$ ______	$r =$ ______
$A \approx$ $(3{,}14)(7)^2$	$A \approx$ ______	$A \approx$ ______	$A \approx$ ______
$A \approx$ $153{,}86\ mm^2$	$A \approx$ ______	$A \approx$ ______	$A \approx$ ______

3. El área de un círculo es de 36 cm^2. Calcula el área de las partes sombreadas.

a) 

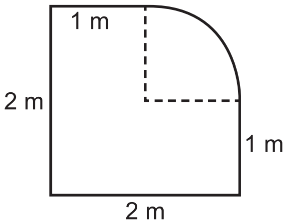
b) 

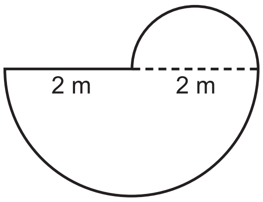
c) 

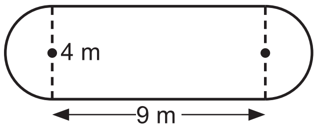
d) 

$A = \frac{1}{2} \times 36$	$A =$	$A =$	$A =$
$A =$ $18\ cm^2$	$A =$ ______	$A =$ ______	$A =$ ______

4. Calcula el área de estas figuras hechas con partes de círculos y rectángulos.
Usa 3,14 como valor de π.

a) 

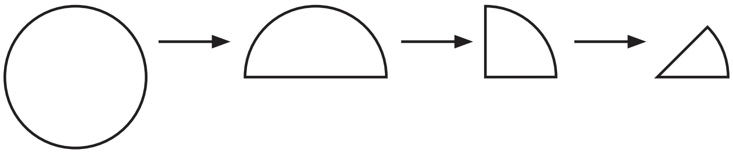
b) 

c) 

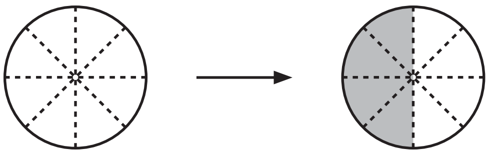
5. Comprueba en los siguientes ejercicios que la fórmula $A = \pi r^2$ es correcta.

a) Traza un gran círculo con el compás. Usa un radio de 10 cm o mayor.

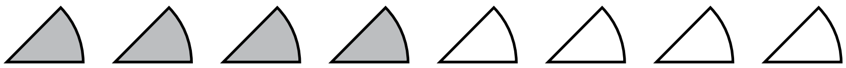
b) Recorta el círculo y dóblalo por la mitad tres veces.



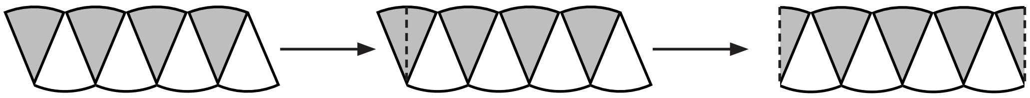
c) Desdobla el círculo. Debería tener unos pliegues como estos. Ahora, colorea la mitad del círculo.



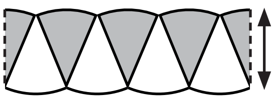
d) Recorta las ocho partes:



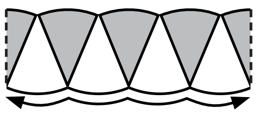
e) Coloca las partes como se indica. Luego recorta una de ellas por la mitad y coloca esa mitad en el otro lado.



f) ¿Qué distancia indica la flecha? Escribe “radio” o “circunferencia”.

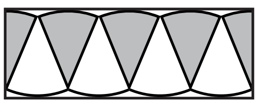
i) 

____

ii) 

$\frac{1}{2}$ de ______________________

g) Dibuja o imagina un rectángulo que rodee las partes.
Escribe “altura” (parte más corta) o “base” (parte más larga).



La ______________________ del rectángulo es igual al radio del círculo.

La ______________________ del rectángulo es aproximadamente la mitad de la longitud de la circunferencia.

h) Explica por qué la mitad de la circunferencia es $\pi \times r$. ______________________________________

____

i) El área del círculo es aproximadamente igual a la del rectángulo.

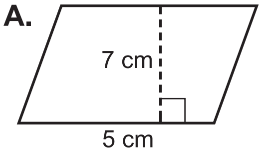
El área del rectángulo es (base) $\times$ (altura) $\approx$ _________ $\times$ _________.

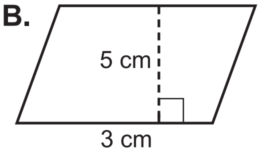
¿Es tu respuesta igual a πr^2? En caso contrario, busca tu error.

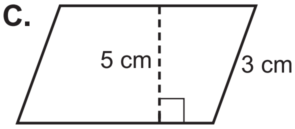
G7-22 Usar un dibujo para resolver problemas

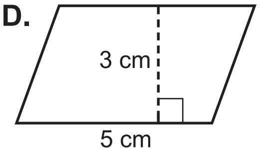
1. Rodea con un círculo los dibujos que muestren correctamente la información del enunciado.

a) Un paralelogramo tiene una base de 5 cm. La altura es 2 cm menor que la base.

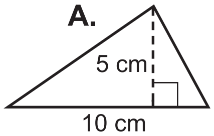
A.


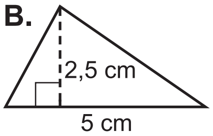
B.


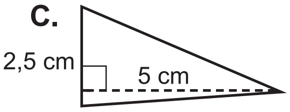
C.


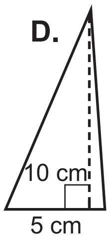
D.


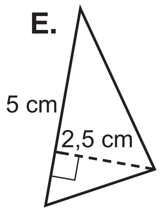
b) La base de un triángulo es el doble de su altura. La base mide 5 cm.

A.


B.


C.


D.


E.


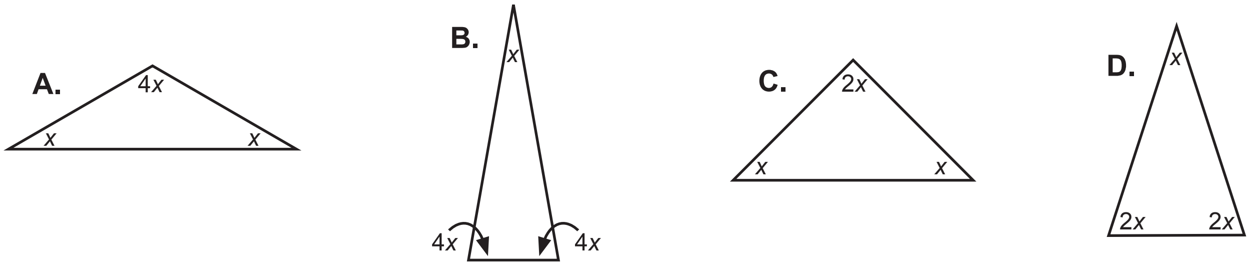
2. Dibuja un boceto que muestre la información siguiente. Luego calcula su área.

a) La base de un paralelogramo es tres veces mayor que su altura. La altura es 2 cm.

b) Un trapecio rectangular está formado por un cuadrado y un triángulo rectángulo. La base y la altura del triángulo rectángulo, así como el lado del cuadrado, miden 3 cm.

c) Una base de un trapecio mide el doble que la otra. La altura mide la mitad que la base más corta. La base más larga mide 8 cm.

3. Relaciona cada dibujo con la descripción correcta.



a) Los dos ángulos más pequeños son iguales.

i) El ángulo más grande mide 4 veces el más pequeño. ______

ii) El ángulo más grande mide el doble que el más pequeño. ______

b) Los dos ángulos más grandes son iguales.

i) El ángulo más grande mide 4 veces el más pequeño. ______

ii) El ángulo más grande mide el doble que el más pequeño. ______

RECUERDA: La suma de los ángulos de un triángulo es 180°.

4. a) Para cada triángulo del ejercicio 3, formula una ecuación con x y resuélvela.

A. *$6x = 180°$; por tanto, $x = 30°$* **B.** ______________________

C. ______________________ **D.** ______________________

b) ¿Qué triángulos tienen un ángulo obtuso ($>$ 90°)? __________

c) ¿Qué triángulos tienen todos los ángulos agudos ($<$ 90°)? __________

d) ¿Qué triángulos son rectángulos? __________

5. Haz un dibujo de cada triángulo y formula una ecuación para calcular los dos ángulos agudos.

a) En un triángulo rectángulo, un ángulo agudo mide 4 veces el otro ángulo agudo.

b) En un triángulo rectángulo, un ángulo agudo mide 20° más que el otro ángulo agudo.

6. Un triángulo tiene dos ángulos iguales.

a) Uno de los ángulos mide 100°. ¿Cuánto miden los otros ángulos?

b) Uno de los ángulos mide 20°. ¿Cuánto miden los otros ángulos?
Pista: Hay dos respuestas posibles.

c) ¿En qué se diferencian *a*) y *b*)? ¿Por qué uno tiene una respuesta
y el otro dos?

G7-23 Usar una fórmula

RECUERDA: Las fórmulas permiten calcular una cantidad a partir de otras cantidades.

Ejemplo: La fórmula para calcular el área de un rectángulo es:

Área $=$ base $\times$ altura o $A = b \times h$

1. ¿Qué permiten calcular las siguientes fórmulas?

a) $C = \pi d$ (o $C = 2\pi r$) ______________________________

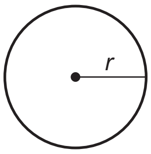
b) $A = b \times h : 2$ ______________________________

c) $A = (b_1 + b_2) \times h : 2$ ______________________________

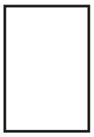
d) $A = \pi r^2$ ______________________________

e) $A = b \times h$ ______________________________

2. Escribe la fórmula que necesitas para calcular el área. Muestra en la imagen lo que representa cada variable de la fórmula.

a) 

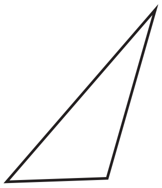
$A = \pi r^2$

b) 

____

c) 

____

d) 

____

3. Escribe los datos, el valor que necesitas calcular y la fórmula que usarías.

a) Calcula el área de un triángulo con una altura de 2 cm y una base de 6 cm.

Datos: *altura $=$ 2 cm* Calcular: *área del triángulo*

base $=$ 6 cm Fórmula: *Área $=$ base $\times$ altura : 2*

b) La base de un triángulo mide 5 cm y el área mide 10 cm^2. ¿Cuál es la altura?

Datos: ______________________ Calcular: ______________________

______________________ Fórmula: ______________________

c) El radio de un círculo mide 5 cm. ¿Cuál es el área?

Datos: ______________________ Calcular: ______________________

Fórmula: ______________________

d) Las bases de un trapecio miden 3 cm y 5 cm, y el área mide 32 cm^2. ¿Cuál es la altura?

12 pulgadas (in) = 1 pie (ft) | 10 mm = 1 cm | 3 pies (ft) = 1 yarda (yd)

4. Convierte las medidas en caso necesario. Sustituye los datos en la fórmula. Luego resuelve la ecuación para calcular la información que falta. Incluye las unidades en el resultado.

a) $b = 45$ mm = __4,5__ cm

$A = 18\ \text{cm}^2$

Calcula: altura (h) del paralelogramo

Fórmula: $A = b \times h$

$18 = 4{,}5h$

$h = 18 : 4{,}5$

$h = 4$ cm

b) $b_2 = 8$ mm = $\frac{8}{3}$ cm

$A = 2\ \text{cm}^2$

Calcula: altura (h) del triángulo

Fórmula: $A = b \times h : 2$

c) Base 1 = 45 mm = __4,5__ cm

Base 2 = 35 mm = ______ cm

Área = 16 cm²

Calcula: altura (h) del trapecio

Fórmula: $A = (b_1 + b_2) \times h : 2$

d) Base 1 = 30 mm = ______ cm

Altura = 20 mm = ______ cm

Área = 5 cm²

Calcula: base 2 (b_2) del trapecio

Fórmula: $A = (b_1 + b_2) \times h : 2$

e) Circunferencia = 6,28 cm

Calcula: radio del círculo (usa $\pi = 3{,}14$)

Fórmula: $C = 2\pi r$

f) Diámetro = 14 cm

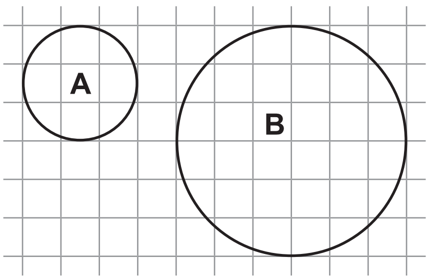
Calcula: área del círculo (usa $\pi = 3{,}14$)

Fórmula: $A = \pi r^2$

5. a) Se dibujan dos círculos en una cuadrícula de 1 cm. Calcula las áreas. Usa $\pi = 3{,}14$.

b) ¿Cuántas veces mayor es el radio de B que el de A?

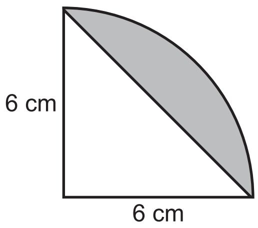
c) ¿Cuántas veces mayor es el área de B que la de A?



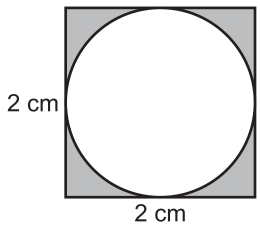
En los ejercicios siguientes expresa el resultado con dos cifras decimales. Usa $\pi = 3{,}14$.

6. a) Calcula el área de la parte sombreada y sin sombrear. Usa 3,14 para π.

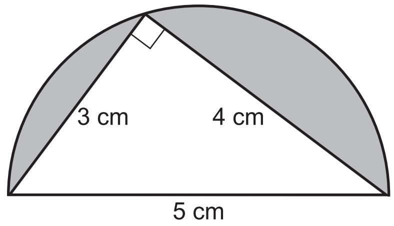
i)



ii)



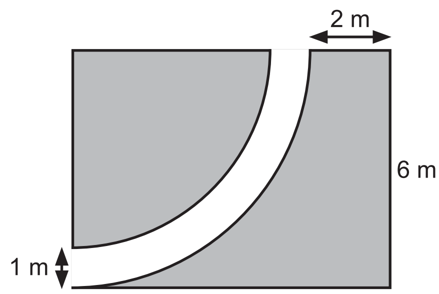
iii)



b) Observa las figuras del ejercicio *a*). ¿Es el área de la parte sombreada mayor o menor que el área de la parte sin sombrear? ¿Cuadran los resultados del ejercicio *a*) con las figuras?

7. Una ventana tiene forma de rectángulo con un semicírculo encima. La base del rectángulo y el diámetro del círculo miden 90 cm. La altura del rectángulo es de 1,4 m. Si el cristal cuesta \$2.500 por 1 m^2, ¿cuánto cuesta todo el cristal que se utiliza para construir la ventana?

8. Un jardín tiene un camino en forma de cuarto de círculo, como se muestra en la figura. Las partes sombreadas son parterres.



a) ¿Cuál es el área del camino?

b) ¿Cuál es el área total de los parterres?

c) El camino está cubierto de baldosas. Poner las baldosas cuesta \$300 por metro cuadrado. Plantar los jardines cuesta \$5.000 por metro cuadrado. ¿Cuánto ha costado crear el jardín?

9. El London Eye es una noria gigante que hay en el centro de Londres, Inglaterra.

a) El diámetro de la noria es aproximadamente de 135 m. ¿Cuál es la longitud de la circunferencia?

b) La noria gira a unos 0,3 m cada segundo. ¿Cuánto tarda aproximadamente en dar una vuelta?

c) El London Eye tiene 32 cabinas separadas la misma distancia. En cada una de ellas caben 25 personas.

i) ¿Cuántas personas pueden montar en la noria al mismo tiempo?

ii) ¿Cuál es la distancia de separación entre las cabinas?

d) El High Roller es una noria que hay en Las Vegas, Estados Unidos. Sus 28 cabinas tienen capacidad para 40 personas cada una, y están separadas entre sí 17,8 metros.

i) ¿Cuántas personas pueden usar el High Roller al mismo tiempo?

ii) ¿Qué noria es más alta, el High Roller o el London Eye? ¿Cómo lo sabes?

NS7-46 Divisiones entre dos cifras

Para dividir 176 : 38:

Paso 1: Redondeamos el divisor a la decena más cercana.

Paso 2: Estimamos el cociente. Usamos 176 : 40 o 17 : 4.

40

$$\begin{array}{r} 176 : 38 = 4 \\ -152 \\ \hline 24 \end{array}$$

Paso 3: Multiplicamos el divisor por el cociente estimado: $38 \times 4 = 152$.

Paso 4: Restamos para calcular el resto.

Por tanto, 176 : 38 = 4 R 24.

1. Redondea los divisores a las decenas. Luego estima el cociente.

a) *50* 163 : 48 = *3* b) 204 : 33 c) 342 : 59 d) 695 : 71

2. Multiplica cada divisor por el cociente estimado. Escribe el resultado debajo del dividendo.

a) 128 : 38 = 3
114

2
[ ] [*3*] [*8*] × [*3*] = [*1*] [*1*] [*4*]

b) 118 : 23 = 5

[ ] [ ] [ ] × [ ] = [ ] [ ] [ ]

c) 184 : 57 = 3

[ ] [ ] [ ] × [ ] = [ ] [ ] [ ]

d) 350 : 46 = 7

[ ] [ ] [ ] × [ ] = [ ] [ ] [ ]

3. Resta para calcular el resto.

a)

$$\begin{array}{r} 273 : 62 = 4 \\ -\ 248 \\ \hline \mathit{25} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 379 : 51 = 7 \\ -\ 357 \\ \hline \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} 278 : 28 = 9 \\ -\ 252 \\ \hline \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r} 470 : 63 = 7 \\ -\ 441 \\ \hline \end{array}$$

4. Escribe el cociente y el resto para cada división del ejercicio 3.

a) 273 : 62 =
= *4 R 25*

b) 379 : 51 =
= ______________

c) 278 : 28 =
= ______________

d) 470 : 63 =
= ______________

5. Completa la división larga.

a) 60

2	5	3	:	5	8	=	4
− 2	3	2					
	2	1					

5 8 × 4 = 2 3 2

Por tanto, 253 : 58 = *4 R 21*

b)

2	7	3	:	4	3	=	
−							

× =

Por tanto, 273 : 43 = ______________

c) 639 : 68 d) 103 : 19 e) 445 : 52 f) 187 : 39

6. Rodea la primera parte del dividendo que sea mayor o igual que el divisor.

a) 372 : 18 b) 137 : 24 c) 821 : 64 d) 124 : 31

¿3 es mayor o igual que 18? No.
¿37 es mayor o igual que 18? Sí.

e) 574 : 63 f) 504 : 19 g) 529 : 52 h) 629 : 79

7. Estima cuántas veces cabe el divisor en el número rodeado. Escribe la estimación debajo de la última cifra del número rodeado.

a) 139 : 34 = *4* b) 641 : 56 c) 518 : 65 d) 713 : 23

8. Divide. Pista: Rodea la primera parte del dividendo que sea mayor o igual que el divisor.

a)

3	2	2	:	4	7	=			
−									

322 : 47 =

= ______________

b)

6	2	3	:	2	5	=			
−									
−									

623 : 25 =

= ______________

c)

6	5	5	:	2	1	=			
−									
−									

655 : 21 =

= ______________

Extra ▶ 4.104 : 216

9. Divide como si el dividendo fuera un número natural. Luego, sitúa la coma decimal en la posición correcta.

a) $69{,}3 : 33 =$ ______ b) $8{,}82 : 21 =$ ______ c) $874{,}2 : 93 =$ ______

10. Averigua el signo del cociente. Luego, divide los valores absolutos.

a) $8{,}82 : (-42) =$ ______ b) $-2.628 : 73 =$ ______ c) $-35{,}19 : (-69) =$ ______

d) $387 : (-43)$ e) $79{,}2 : 33$ f) $-99{,}6 : 83$

11. Jaime reparte 276 entradas a un parque de atracciones entre 12 amigos a partes iguales. ¿Cuántas entradas tocan a cada uno?

12. En Mercurio, la temperatura puede descender $-32\,°C$ por hora. A este ritmo, ¿en cuántas horas la temperatura ha descendido $-384\,°C$?

13. a) Cati divide 253 entre 34. ¿El cociente tiene 1 cifra o 2 cifras? ______

b) Carlos divide 651 entre 34. ¿El cociente tiene 1 cifra o 2 cifras? ______

c) Explica de qué forma puedes deducir el número de cifras del cociente.

14. Un edificio de 21 vecinos se reparte a partes iguales los beneficios del arriendo de un galpón. Si el importe es de $1.094.940, ¿cuánto dinero le toca a cada vecino?

NS7-47 Divisiones entre números de dos cifras: estima y comprueba

Al estimar el cociente de una división, puede que la estimación sea demasiado alta o demasiado baja.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 156 : 23 = 7 \\ -161 \\ \hline \end{array}$$

número negativo
7 es demasiado alto.

$$\begin{array}{r} 123 : 16 = 6 \\ -\ \ 96 \\ \hline \end{array}$$

27 pero 27 > 16
6 es demasiado bajo.

1. Encuentra los restos. ¿Las estimaciones son demasiado altas o demasiado bajas?

a) $218 : 32 = 7$ / -224 — 7 es demasiado ______.

$147 : 29 = 4$ / -116 — 4 es demasiado ______.

$266 : 36 = 6$ / -216 — 6 es demasiado ______.

$322 : 41 = 8$ / -328 — 8 es demasiado ______.

2. Utiliza la primera estimación para hacer otra más precisa. Luego, divide.

a) $438 : 47 = 8$ / -376

62 pero 62 > 47

8 es *demasiado bajo*.

4	3	8	:	4	7	=	*9*	
− *4*	*2*	*3*						
	1	*5*						

b) $215 : 32 = 7$ / -224

número negativo

7 es *demasiado alto*.

2	1	5	:	3	2	=		
−								

c) $195 : 24 = 9$ / -216

9 es ______________.

1	9	5	:	2	4	=		
−								

d) $171 : 25 = 5$ / -125

5 es ______________.

1	7	1	:	2	5	=		
−								

e) $348 : 68 = 4$ / -272

4 es ______________.

3	4	8	:	6	8	=		
−								

e) $304 : 51 = 6$ / -306

6 es ______________.

3	0	4	:	5	1	=		
−								

3. Divide.

a) 468 : 76 b) 168 : 43 c) 212 : 31 d) 612 : 65

4. Redondea el divisor a las decenas para estimar cuántas veces cabe en el número rodeado. Multiplica para comprobar la estimación. ¿Es acertada, demasiado alta o demasiado baja?

a) 9.851 : 24 = *4*
$$\begin{array}{r} 98 \\ -\,96 \\ \hline 2 \end{array}$$

La estimación es *buena*.

b) 1.295 : 25

La estimación es ________.

c) 925 : 37

La estimación es ________.

d) 1.517 : 37

La estimación es ________.

e) 617 : 33

La estimación es ________.

d) 1.492 : 49

La estimación es ________.

5. a) ¿En qué actividad del ejercicio 4 has redondeado el divisor por exceso? ______, ______, ______

b) ¿En qué actividad del ejercicio 4 la estimación era demasiado alta? ______, ______

c) Si redondeas el divisor por exceso, ¿puede ser demasiado alta la estimación? Justifica tu respuesta.

____

____

____

6. Divide. Pista: Rodea la primera parte del dividendo que sea mayor o igual que el divisor.

a)

	9	3	7	:	4	3	=		
−									
−									

937 : 43 =

= ______________

b)

	3	2	6	8	:	8	4	=		
−										
−										

3.268 : 84 =

= ______________

c)

	2	3	7	8	:	3	7	=		
−										
−										

2.378 : 37 =

= ______________

RECUERDA: Para dividir entre un decimal, convertimos el divisor en un número natural.
Multiplicamos el dividendo y el divisor por la misma potencia de 10.

Ejemplos:

7,5 : 1,5	7,5 : 0,15	7,5 : 0,015
↓	↓	↓
75, : 15	750, : 15	7500, : 15

Luego, dividimos entre el número natural con una división larga.

7. Divide. Pista: Convierte el divisor en un número natural.

a) 0,78 : 2,6 b) 6,48 : 0,54 c) 43 : 0,025

8. Averigua el signo del cociente. Luego, divide los valores absolutos.

a) –13,5 : (–0,18) b) 1.976 : (–52) c) –16,56 : 4,6

d) 0,2405 : 3,7 e) –0,0408 : (–0,2) f) 0,8316 : (–0,036)

9. 28 alumnos pagan a partes iguales el precio de una excursión. Si el precio es de $210.000, ¿cuánto paga cada alumno?

10. Cada manzana cuesta $45. Mercedes se ha gastado $1.575. ¿Cuántas manzanas ha comprado?

11. Un folio tiene un grosor de 0,012 cm. ¿Cuántos folios hay en un paquete con un grosor de 5,4 cm?

12. El perímetro de un glaciar en retroceso disminuye a un ritmo medio de 180 m por año. A este ritmo, ¿cuántos años tardará el perímetro del glaciar en disminuir 15.480 m?

13. Completa los espacios. Expresa los cambios medios como números enteros. Incluye las unidades.

a) Una gaviota desciende de 84,5 dm a –35,5 dm en 1,5 minutos.

La elevación de la gaviota ha cambiado *–35,5 – 84,5 = –120 dm* en 1,5 minutos.

La variación de elevación ha sido *–120 : 1,5 = –80 dm por minuto*.

b) Un globo aerostático se eleva de –71,35 m a 1.974,65 pies en 2,2 horas.

La elevación de la avioneta ha cambiado ______________________ en 2,2 horas.

La variación de elevación ha sido ______________________.

c) La temperatura desciende de –17,6 °C a –28,76 °C en 3,6 horas.

La temperatura ha cambiado ______________________ en 3,6 horas.

La variación de temperatura ha sido ______________________.

NS7-48 Expresar fracciones como decimales

Diego quiere expresar $\frac{13}{20}$ como decimal.

Primero, expresa 13 como 13,0 y divide 13,0 entre 20.

Luego, añade ceros hasta que el resto sea 0.

$$\begin{array}{rl} & 13{,}00 : 20 = 0{,}65 \\ - & 12\,0 \\ \hline & 1\,00 \\ - & 1\,00 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Así, $\frac{13}{20} = 0{,}65$.

1. Utiliza la división larga para expresar las fracciones como decimales. Sigue hasta que el resto sea 0.

a) $\frac{2}{5} =$ __________ b) $\frac{17}{25} =$ __________ c) $\frac{3}{8} =$ __________

	2 ,	0 :	5	
–	,			

2. a) Calcula 2 : 3 expresando 2 como 2,0, 2,00 y 2,000.

2,0 : 3

$$\begin{array}{rl} & 2{,}0 : 3 = 0{,}6 \\ - & 1\,8 \\ \hline & \;\;2 \end{array}$$

2,00 : 3

2,00 : 3 = __,__ __

2,000 : 3

2,000 : 3 = __,__ __ __

b) ¿Qué números se repiten en el ejercicio *a*)?

c) Deduce 2,0000 : 3. Utiliza la división larga para comprobar el resultado. ¿Necesitas efectuar la división larga otra vez desde el principio?

3. a) Utiliza la división larga para encontrar las 3 primeras cifras después de la coma decimal.

i) $\frac{5}{9} \approx$ ______ ii) $\frac{1}{3} \approx$ ______ iii) $\frac{4}{9} \approx$ ______

	5	, 0	0	0 : 9	=		,
–							
–							
–							

b) Si continúas las divisiones del ejercicio *a*), ¿qué restos obtienes?

i) ______ ii) ______ iii) ______

Ana quiere expresar $\frac{2}{3}$ como decimal.

Primero, expresa 2 como 2,0 y divide 2,0 entre 3.

Luego, añade ceros hasta que observa que el resto se repite.

Ana formula $\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots$ para mostrar que el 6 se repite sin fin.

$2{,}000 : 3 = 0{,}666$

	2,	0	0	0
–	1	8	↓	↓
		2	0	
–		1	8	
			2	0

El resto se repite

4. Utiliza la división larga para expresar la fracción como decimal. Añade ceros en el dividendo hasta que el resto sea 0 o se repita.

a) $\frac{1}{9} =$ *0,111…* b) $\frac{12}{16} =$ *0,75* c) $\frac{56}{63} =$ ______

$1{,}00 : 9 = 0{,}11$

	1,	*0*	*0*
–		*9*	
		1	*0*
–			*9*
			1

$12{,}00 : 16 = 0{,}75$

	1	*2,*	*0*	*0*
–	*1*	*1*	*2*	
			8	*0*
–			*8*	*0*
				0

_ _ _ _ : _ _ = _ _ _

d) $\frac{26}{40}$ e) $\frac{21}{-27}$ f) $\frac{-28}{32}$ g) $\frac{53}{-80}$ h) $\frac{-30}{-135}$ i) $-\frac{6}{9}$

NS7-49 Decimales periódicos y decimales exactos

Un **decimal periódico** es un decimal con una cifra o un grupo de cifras que se repite sin fin. Representamos con un arco la cifra o el grupo de cifras que se repite.

Ejemplos: $0,55555\ldots = 0,\overset{\frown}{5}$ $\quad 4,12121212\ldots = 4,\overset{\frown}{12}$ $\quad 7,0161616\ldots = 7,0\overset{\frown}{16}$

Un **decimal exacto** es un decimal que tiene un número finito de cifras. Ejemplos: 5,68; 0,444; 2,75

También hay decimales que no son exactos ni periódicos. Ejemplos: $\pi = 3,14159\ldots$; 0,1223334444…

1. Rodea con un círculo los decimales periódicos.

0,12345 $\quad$ 0,22222… $\quad$ 0,77 $\quad$ 0,512512512… $\quad$ 0,112123… $\quad$ 0,0252525…

2. Expresa cada decimal con ocho cifras decimales.

a) $0,\overset{\frown}{3} \approx 0,$ 3 ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ $\quad$ b) $0,0\overset{\frown}{3} \approx 0,$ 0 3 3 3 ___ ___ ___ ___

c) $0,00\overset{\frown}{3} \approx 0,$ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ $\quad$ d) $0,\overset{\frown}{52} \approx 0,$ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

e) $0,\overset{\frown}{817} \approx 0,$ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ $\quad$ f) $0,8\overset{\frown}{17} \approx 0,$ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

g) $0,9\overset{\frown}{26} \approx 0,$ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ $\quad$ h) $0,25\overset{\frown}{37} \approx 0,$ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

i) $7,2\overset{\frown}{3} \approx 7,$ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ $\quad$ j) $8,2\overline{539} \approx 8,$ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

3. Emplea arcos para representar los decimales periódicos.

a) $0,888888\ldots =$ ______________ $\quad$ b) $0,343434\ldots =$ ______________

c) $5,237237\ldots =$ ______________ $\quad$ d) $57,11111\ldots =$ ______________

e) $8,1626262\ldots =$ ______________ $\quad$ f) $0,915091509150\ldots =$ ______________

g) $-5,0454545\ldots =$ ______________ $\quad$ h) $-17,777777\ldots =$ ______________

4. Utiliza la división larga para expresar las fracciones como decimales. Emplea arcos.

a) $\frac{5}{9}$ $\quad$ b) $\frac{5}{6}$ $\quad$ c) $\frac{2}{15}$ $\quad$ d) $\frac{3}{11}$

e) $\frac{-32}{99}$ $\quad$ f) $\frac{5}{-18}$ $\quad$ g) $\frac{8}{11}$ $\quad$ h) $\frac{-13}{-22}$

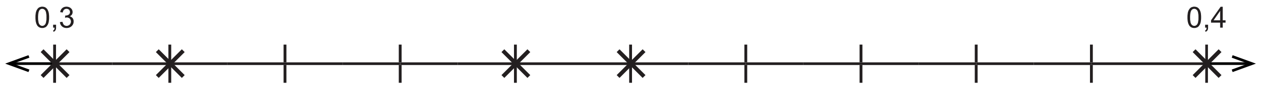
5. a) Utiliza la división larga para expresar $\frac{1}{11}, \frac{2}{11}, \frac{3}{11}$ y $\frac{4}{11}$ como decimales.

b) Continua la serie para encontrar $\frac{5}{11}, \frac{6}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}, \frac{9}{11}$ y $\frac{10}{11}$.

NS7-50 Decimales periódicos y decimales exactos en la recta numérica

RECUERDA: 0,8 = 0,80 y 0,74 = 0,740

1. a) Sitúa las centésimas señaladas con una ×.



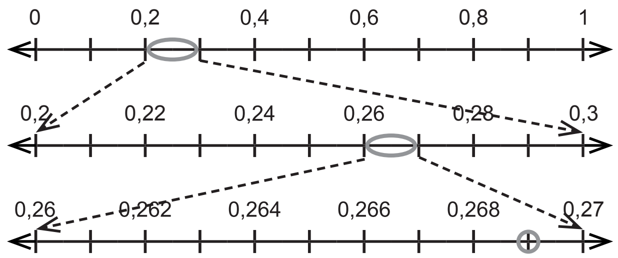
0,30 ______ ______ ______ ______ ______

b) Sitúa las milésimas señaladas con una ×.

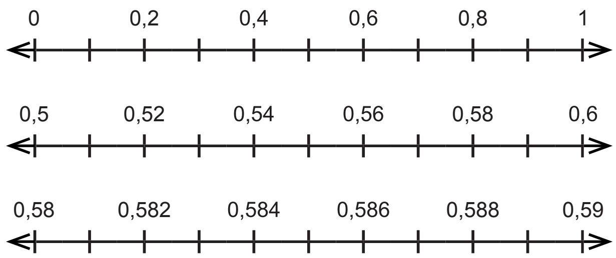
______ ______ ______ ______ ______

2. Rodea con un círculo la situación del decimal exacto en las rectas numéricas.

a) 0,269



b) 0,583



3. ¿Tienen los decimales exactos del ejercicio 2 una posición exacta en la tercera recta numérica?

a) ________ b) ________

Para encontrar la situación de un decimal exacto en una recta numérica ampliamos las divisiones de la recta hasta encontrar la posición exacta del número.

4. ¿Entre qué dos números se sitúa el número dado si aproximamos a las unidades, décimas y centésimas?

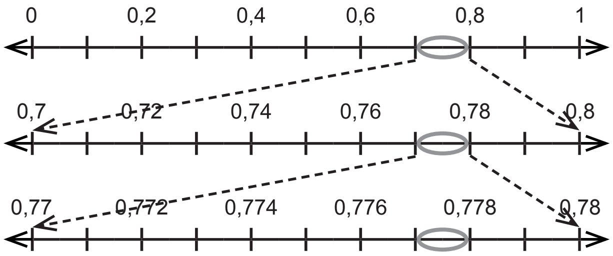
		Unidades	Décimas	Centésimas
a)	0,487	*0 y 1*	*0,4 y 0,5*	*0,48 y 0,49*
b)	0,719			
c)	7,235			

Extra ▶

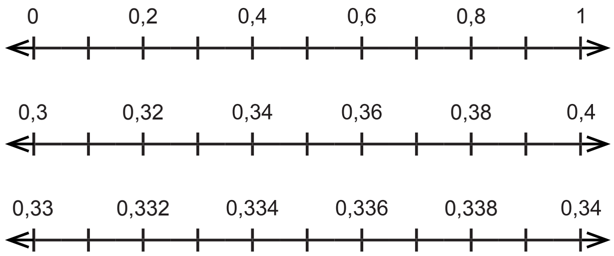
d)	0,019			

5. Expresa cada decimal con 4 cifras decimales. Sitúa los decimales periódicos en la recta numérica.

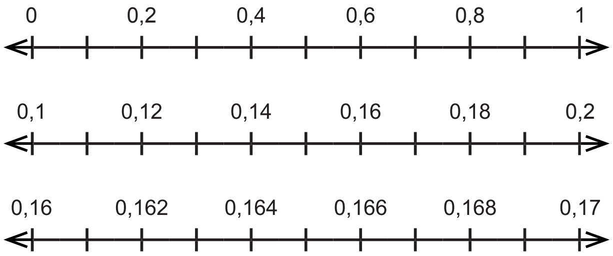
a) $0{,}\overset{\frown}{7} \approx 0{,}$_________



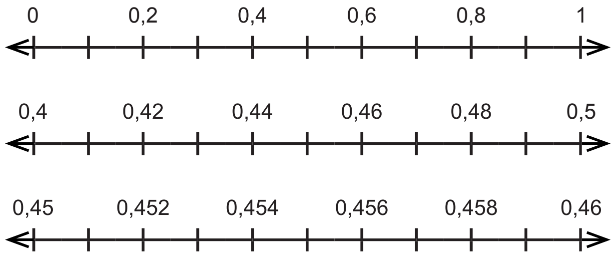
b) $0{,}\overset{\frown}{3} \approx 0{,}$_________



c) $0{,}1\overset{\frown}{6} \approx 0{,}$_________



Extra ▶ $0{,}\overset{\frown}{45} \approx 0{,}$_________



6. ¿Tienen los decimales periódicos del ejercicio 5 una posición exacta en la tercera recta numérica?

a) ________ b) ________ c) ________ **Extra ▶** ________

> No podemos fijar la posición exacta de un decimal periódico en la recta numérica dividida en décimas, centésimas, milésimas, etc. Sobre la recta numérica solo podemos estimar su posición.

7. ¿Entre qué dos números se sitúa el número dado si aproximamos a las décimas, centésimas y milésimas?

		Décimas	**Centésimas**	**Milésimas**
a)	$0{,}\overset{\frown}{5} = 0{,}5555\ldots$	*0,5 y 0,6*	*0,55 y 0,56*	*0,555 y 0,556*
b)	$0{,}\overset{\frown}{2}$			
c)	$0{,}8\overset{\frown}{3}$			
d)	$0{,}2\overset{\frown}{6}$			
Extra ▶				
e)	$0{,}\overset{\frown}{24}$			

8. Rodea con un círculo los números que tienen una posición exacta en la recta numérica dividida en centésimas.

0,34 $0{,}\overset{\frown}{72}$ 0,845 $0{,}\overset{\frown}{6}$ 0,09 0,2 $7{,}0\overset{\frown}{5}$ –32,16

NS7-51 ¿Una fracción es un decimal periódico o un decimal exacto?

RECUERDA: En una fracción decimal, el denominador es una potencia de diez.

Ejemplo: $\frac{3}{100}$ es una fracción decimal. $\frac{3}{100} = 0{,}03$

1. a) Expresa la fracción decimal como número decimal.

i) $\frac{3}{10} =$ __________ ii) $\frac{87}{100} =$ __________ iii) $\frac{429}{1.000} =$ __________

b) ¿Qué decimales de *a*) son decimales exactos? __________________

Si una fracción es equivalente a una fracción decimal, la fracción puede expresarse como decimal exacto.

2. a) Efectúa divisiones largas para expresar cada fracción como decimal.

i) $\frac{5}{8}$ ii) $\frac{7}{12}$ iii) $\frac{11}{18}$ iv) $\frac{13}{25}$ v) $\frac{13}{2.000}$ vi) $\frac{4}{15}$

b) ¿Qué fracciones del ejercicio *a*) pueden expresarse como decimales exactos? ____, ____ y ____

c) Expresa las fracciones del ejercicio *b*) como fracciones decimales.

_______________ _______________ _______________

Podemos expresar potencias de 10 como productos de 2 y de 5.

$10 = 2 \times 5$ $100 = 10 \times 10 = 2 \times 5 \times 2 \times 5$ $1.000 = 10 \times 10 \times 10 = 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5$

3. Expresa cada número como producto de doses y/o de cincos.

a) $25 =$ _______________ b) $8 =$ _______________ c) $500 =$ _______________

4. a) Utiliza la división larga para expresar cada fracción como decimal.

i) $\frac{4}{5}$ ii) $\frac{6}{11}$ iii) $\frac{7}{15}$ iv) $\frac{27}{50}$ v) $\frac{21}{22}$ vi) $\frac{11}{20}$

b) ¿Qué fracciones del ejercicio *a*) pueden expresarse como decimales exactos? ____, ____ y ________

c) ¿Qué fracciones del ejercicio *a*) tienen denominadores que son producto de doses y/o de cincos?

______, ______ y ______

Para decidir si una fracción puede expresarse como decimal exacto o decimal periódico:

Paso 1: Simplificamos la fracción.

Paso 2: Examinamos el denominador. Si lo podemos expresar como producto de doses y/o de cincos, es un decimal exacto. Si no, es periódico.

5. a) Simplifica las fracciones.

i) $\frac{12}{40} =$ ii) $\frac{35}{60} =$ iii) $\frac{44}{80} =$

b) ¿Puede expresarse cada denominador del ejercicio *a*) como producto de 2 y de 5 solamente?

i) ________ ii) ________ iii) ________

c) ¿Puede expresarse cada fracción del ejercicio *a*) como decimal exacto?

i) ________ ii) ________ iii) ________

6. Deduce si los decimales son exactos. Compruébalo con la división larga.
Pista: Simplifica primero cada fracción.

a) $\frac{7}{8}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{56}{80}$ d) $\frac{63}{77}$ e) $\frac{25}{55}$ f) $\frac{115}{400}$

7. a) Calcula las primeras potencias de 3. (3, 3^2, 3^3…)

b) ¿Son decimales periódicos los equivalentes decimales de $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$ y $\frac{1}{27}$?
¿Cómo puedes saberlo sin calcular el decimal?

8. a) Simplifica los sextos que van de $\frac{1}{6}$ a $\frac{5}{6}$.

b) Deduce cuál de los sextos es exacto. Justifica tu respuesta.

c) Efectúa una división larga para calcular los equivalentes decimales de cada uno de los sextos.

d) ¿Qué sextos son exactos? ¿Ha sido tu deducción del ejercicio *b*) correcta?

9. Todos los denominadores de $\frac{3}{6}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{9}{15}$ y $\frac{12}{15}$ tienen 3 como divisor, pero todos son decimales exactos. ¿Por qué?

Extra ▶ Completa para que las fracciones puedan expresarse como decimales exactos.

a) $\frac{15}{30}$ b) $\frac{\_\_}{60}$ c) $\frac{\_\_}{45}$ d) $\frac{16}{\_\_}$ e) $\frac{3}{\_\_}$ f) $\frac{\_\_}{175}$

NS7-52 Operaciones con decimales periódicos (ampliación)

1. Expresa cada decimal periódico con 4 cifras decimales. Redondea los decimales a la décima, centésima y milésima más cercanas.

	Fracción	Equivalente decimal (con 4 cifras)	Décima más cercana	Centésima más cercana	Milésima más cercana
a)	$\frac{5}{9}$	$0,\overline{5} \approx$ *0,5555*	$\approx$ *0,6*	$\approx$ *0,56*	
b)	$\frac{5}{11}$	$0,\overline{45}$			
c)	$\frac{5}{12}$	$0,41\overline{6}$			
d)	$\frac{5}{13}$	$0,\overline{384615}0$			

Para comparar decimales:

Paso 1: Escribimos las primeras cifras de cada decimal. (Añadimos ceros al final de los decimales exactos.)

Paso 2: Rodeamos con un círculo las primeras cifras diferentes.

Paso 3: El decimal con la cifra rodeada mayor es el mayor.

$0,678\ \boxed{?}\ 0,\overline{67}$

0,	6	7	8	0	0	0
0,	6	7	6	7	6	7

$0,678\ \boxed{>}\ 0,\overline{67}$

2. Compara los decimales.

a) $0,349\ \boxed{}\ 0,\overline{349}$ b) $0,278\ \boxed{}\ 0,\overline{27}$ c) $0,\overline{613}\ \boxed{}\ 0,61\overline{3}$

3. a) Encuentra las fracciones equivalentes con denominador común y compáralas.

i) $\frac{2}{7}$ y $\frac{5}{14}$ ii) $\frac{37}{99}$ y $\frac{4}{11}$ iii) $\frac{1}{6}$ y $\frac{2}{13}$

b) Compara las fracciones de *a*) expresándolas como decimales.

c) ¿Qué método prefieres, el del ejercicio *a*) o del ejercicio *b*)? Justifica tu respuesta.

4. a) Utiliza la división larga para expresar $\frac{4}{3}$ como decimal.

b) $\frac{1}{3} = 0,\overline{3}$. ¿Cómo expresarías $1\frac{1}{3}$ como decimal?

c) ¿Son iguales o diferentes los resultados de *a*) y *b*)? Justifica tu respuesta.

5. Suma o resta los decimales alineando las cifras decimales.

a) $0{,}25 + 0{,}33 =$ *0,5825*

	0 ,	*2*	*5*	*2*	*5*	*2*	*5*	*2*	*5*	…
+	*0* ,	*3*	*3*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	
	0 ,	*5*	*8*	*2*	*5*	*2*	*5*	*2*	*5*	…

b) $0{,}125 + 0{,}\overline{2} =$ ______________

	,								
+	,								
	,								

c) $0{,}34 + 0{,}61 =$ ______________

	,								
+	,								
	,								

d) $0{,}34 + 0{,}\overline{25} =$ ______________

	,								
+	,								
	,								

e) $0{,}52 - 0{,}\overline{2} =$ ______________

	,								
−	,								
	,								

f) $0{,}345 - 0{,}123 =$ ______________

	,								
−	,								
	,								

Extra ▶ Suma $0{,}\overline{1} + 0{,}\overline{12} + 0{,}\overline{123}$. Pista: Escribe cada decimal con 13 cifras decimales.

6. a) Suma alineando las posiciones decimales.

i) $0{,}3 + 0{,}7$ ii) $0{,}33 + 0{,}77$ iii) $0{,}333 + 0{,}777$ iv) $0{,}3333 + 0{,}7777$

b) Utiliza el patrón de *a*) para deducir $0{,}\overline{3} + 0{,}\overline{7}$. ¿Por qué no es posible sumar $0{,}\overline{3} + 0{,}\overline{7}$ alineando las posiciones decimales?

c) $0{,}\overline{3} = \dfrac{1}{3}$ y $0{,}\overline{7} = \dfrac{7}{9}$. Suma las fracciones. Expresa el resultado como decimal.
¿Ha sido tu deducción de *b*) correcta?

7. Calcula los tres primeros productos. Deduce el cuarto producto.

a)
$0{,}2 \times 3$ $0{,}22 \times 3$ $0{,}222 \times 3$ $0{,}\overline{2} \times 3$

b)
$0{,}09 \times 5$ $0{,}0909 \times 5$ $0{,}090909 \times 5$ $0{,}\overline{09} \times 5$

8. Multiplica.

a) $0{,}\overline{3} \times 3$ b) $0{,}\overline{05} \times 5$ c) $0{,}\overline{203} \times 3$ d) $0{,}\overline{02} \times 12$

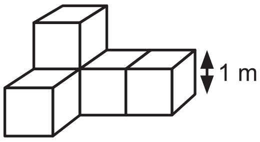
G7-24 Volumen de los ortoedros

El **volumen** es la cantidad de espacio que ocupa un objeto tridimensional.

El volumen se mide en cubos unitarios o unidades cúbicas. Ejemplos: metros cúbicos (m^3) y centímetros cúbicos (cm^3).

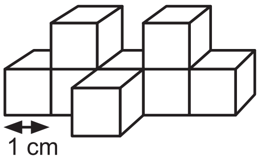
1. Calcula el volumen de los objetos formados por cubos unitarios. Incluye las unidades en el resultado.

a)



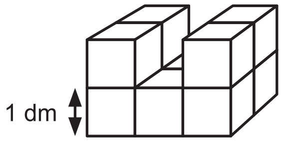
Volumen = *5 m^3*

b)



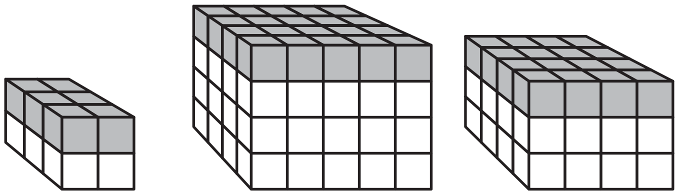
Volumen = ____________

c)



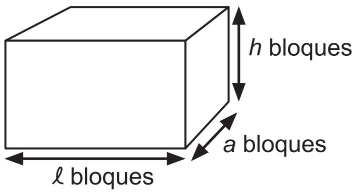
Volumen = ____________

2. Los bloques están apilados formando cajas.



a) ¿Cuántos bloques forman el piso sombreado?	*3 × 2 = 6*	____________	____________
b) ¿Cuántos bloques hay en cada piso?	*6*	____________	____________
c) ¿Cuántas pisos hay?	*2*	____________	____________
d) ¿Cuántos bloques hay en toda la caja?	*6 × 2 = 12*	____________	____________

3. Una caja tiene ℓ bloques de longitud, *a* bloques de ancho y *h* bloques de altura.



a) ¿Cuántos bloques hay en cada piso horizontal? ____________

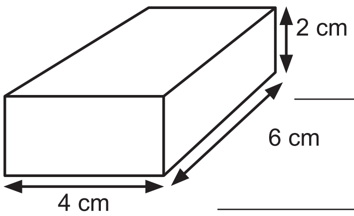
b) ¿Cuántos pisos hay? ________

c) ¿Cuántos bloques hay en toda la caja? ____________________

En matemáticas estas cajas rectangulares se llaman **ortoedros**. En un ortoedro:

Volumen = longitud × anchura × altura O $V = \ell \times a \times h$

4. Identifica la longitud, el ancho y la altura en el dibujo. Luego, calcula el volumen.



____

____

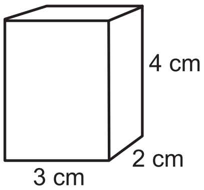
longitud

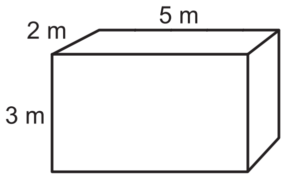
ℓ = *4 cm* a = __________ h = __________

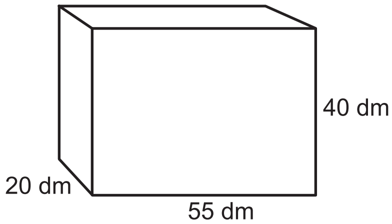
V = *4 cm* × __________ × __________ =

= __________ *cm^3*

5. Calcula el volumen de los ortoedros.

a) 

b) 

c) 

$V =$ ____________________ $=$ $V =$ ____________________ $=$ $V =$ ____________________ $=$

$=$ ________________ $=$ ________________ $=$ ________________

6. a) Un comedero para pájaros con forma de ortoedro mide 4 centímetros de longitud, 5 de ancho y 10 de altura. ¿Cuántos centímetros cúbicos de alpiste caben en el comedero?

____

b) Un saco de 5 kilos de alpiste tiene un volumen aproximado de 20.000 cm³. ¿Cuántas veces aproximadamente se puede llenar el comedero con el alpiste del saco?

____

7. a) ¿Cuál es el volumen de los ortoedros con las siguientes dimensiones?

i) longitud 5 cm, ancho 4 cm, altura 3 cm $V =$ ____

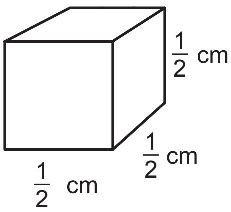
ii) longitud 4 cm, ancho 3 cm, altura 5 cm $V =$ ____

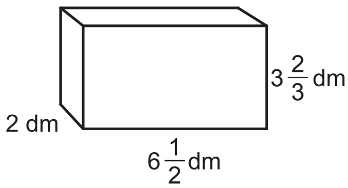
b) Compara los resultados de *a*). ¿Qué observas?

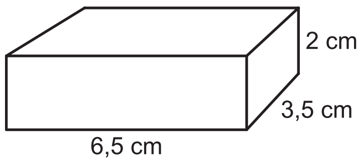
RECUERDA: Para multiplicar números mixtos, los convertimos en fracciones impropias.

Ejemplo: $2\frac{1}{2} \times 4\frac{3}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{19}{4} = \frac{5 \times 19}{2 \times 4} = \frac{95}{8} = 11\frac{7}{8}$

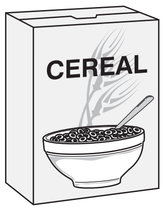
8. Calcula el volumen de los ortoedros.

a) 

b) 

c) 

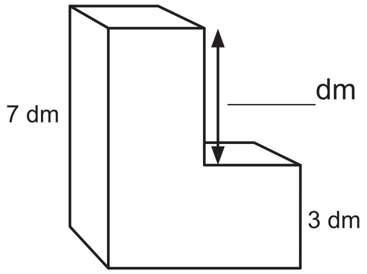
9. Las dimensiones de una caja de cereales son $7\frac{7}{8}$ cm por $3\frac{1}{3}$ cm por $11\frac{4}{5}$ cm. ¿Cuál es el volumen de la caja de cereales en centímetros cúbicos?



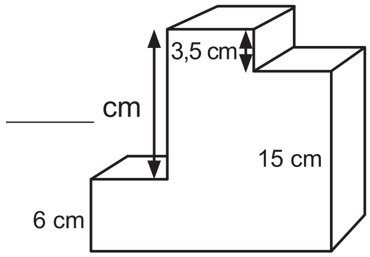
10. Un sector elevado de un jardín mide 4 m por 8 m por $\frac{3}{4}$ m. Si la tierra del jardín cuesta \$600 por m³, ¿cuánto cuesta llenar el sector de tierra?

11. Calcula la longitud de las aristas indicadas.

a)

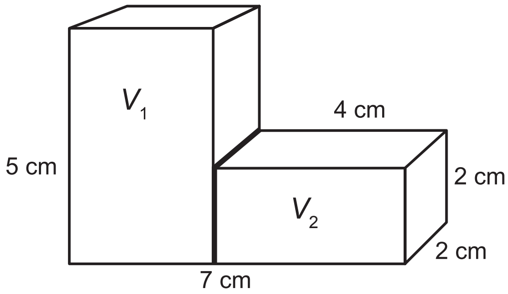


b)

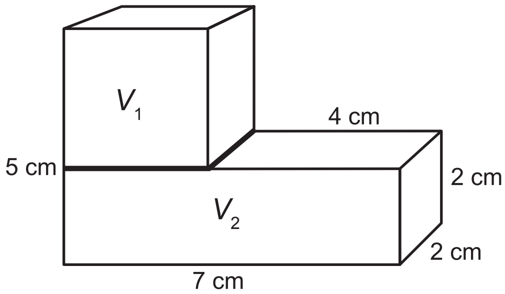


12. a) Calcula el volumen de cada ortoedro. Luego calcula el volumen total de la figura.

i)



ii)



$V_1 =$ *3 cm × 2 cm × 5 cm = 30 cm³*

$V_2 =$ ______________________

Volumen total = ____________

$V_1 =$ ______________________

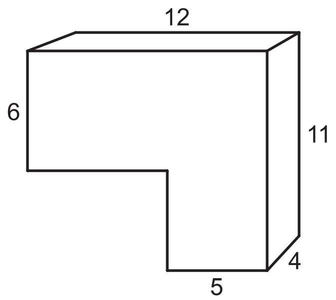
$V_2 =$ ______________________

Volumen total = ____________

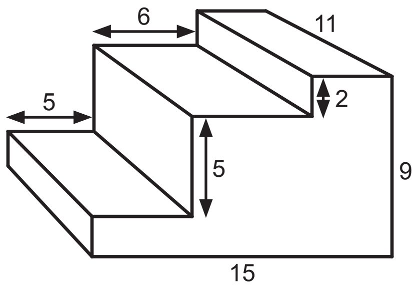
b) ¿Son iguales los volúmenes totales del ejercicio *a*)? Explica por qué.

13. Muestra cómo se pueden dividir estas figuras en ortoedros. Calcula el volumen de cada ortoedro. Luego calcula el volumen total de cada figura. Todas las medidas están en centímetros.

a)



b)



$V_1 =$ ______________________

$V_2 =$ ______________________

Volumen total = ____________

$V_1 =$ ______________________

$V_2 =$ ______________________

$V_3 =$ ______________________

Volumen total = ____________

14. Comprueba los resultados del ejercicio 13 calculando el volumen de otra forma.

15. Carmen necesita una caja con un volumen de al menos 12 cm^3. Rodea con un círculo las dimensiones que podría tener la caja.

1 cm $\times$ 1 cm $\times$ 6 cm	2 cm $\times$ 2 cm $\times$ 2 cm	2 cm $\times$ 3 cm $\times$ 4 cm
3 cm $\times$ 4 cm $\times$ 1 cm	$\frac{5}{2}$ cm $\times$ 4 cm $\times$ $\frac{1}{2}$ cm	2 cm $\times$ 5 cm $\times$ 1,2 cm

Julia necesita una caja con un volumen de al menos 48 cm^3. La longitud es de 6 centímetros, y el ancho, de 4 centímetros. ¿Cuál es la altura mínima de la caja?

$V \geq 48$

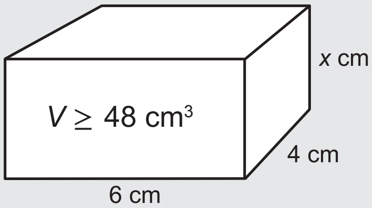
$\ell \times a \times h \geq 48$

$6(4)(x) \geq 48$

$24x \geq 48$

$x \geq 48 : 24$

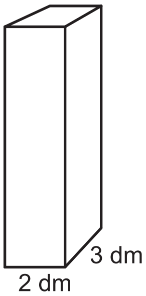
$x \geq 2$ cm



La altura debe ser como mínimo de 2 cm para que el volumen sea al menos de 48 cm^3.

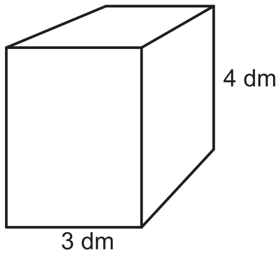
16. Calcula las dimensiones que faltan para que los volúmenes sean como máximo de 48 dm^3. Expresa el resultado en forma de desigualdad.

a)



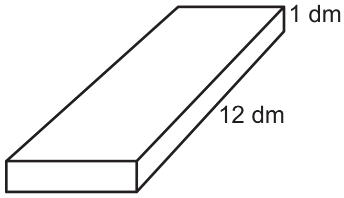
Calcula: *altura del ortoedro*

b)



Calcula: ________________

c)



Calcula: ________________

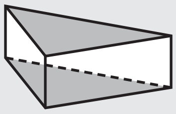
17. Calcula el ancho máximo de una caja con una longitud de 15 centímetros, una altura de 12 centímetros y un volumen como máximo de 1.440 cm^3.

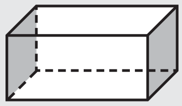
Extra ▶ Berto necesita una caja de 1 dm de ancho y $\frac{1}{2}$ dm de altura que tenga un volumen de $\frac{3}{4}$ dm^3 o superior. ¿Cuál debe ser la longitud mínima de la caja?

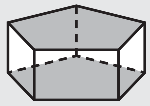
G7-25 Volumen de los prismas

Los **prismas** son poliedros, o cuerpos geométricos, que tienen dos caras iguales y paralelas, llamadas **bases**. Las bases de un prisma son polígonos congruentes (iguales y paralelos).
El prisma recibe el nombre del polígono que forma su base.

Ejemplos:

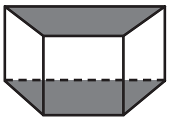

prisma triangular


prisma rectangular (ortoedro)

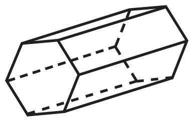

prisma pentagonal

Las bases están sombreadas. Las aristas ocultas se muestran mediante líneas discontinuas.

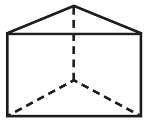
1. Sombrea las dos bases de los prismas. Identifica los polígonos que forman las bases.

a) 

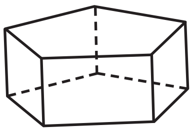
trapecio ____________

b) 

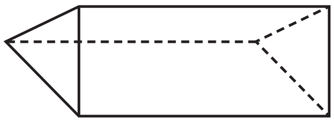
____

c) 

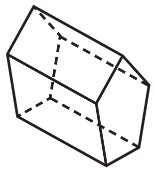
____

d) 

____

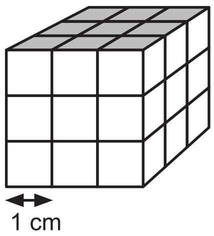
e) 

____

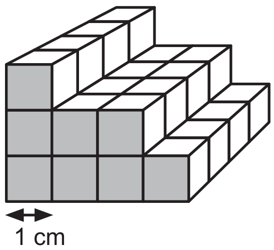
f) 

____

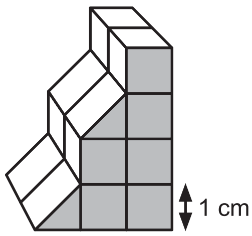
2. a) Cuenta los cubos para calcular el volumen de los prismas.

i) 

$V =$ *27 cm³* ____________

ii) 

$V =$ ____________

iii) 

$V =$ ____________

b) Completa la tabla para cada prisma del ejercicio *a*).

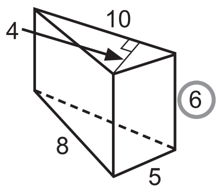
	Área de la base sombreada (cm)	**Altura (cm)**	**Área de la base sombreada $\times$ Altura (cm³)**
i)	*9 cm²*	*3 cm*	*27 cm³*
ii)			
iii)			

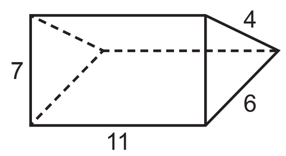
c) ¿Qué observas sobre el volumen de cada prisma del ejercicio *a*) y sobre cada producto (área de la base) $\times$ (altura) de *b*)? Escribe una fórmula para el volumen.

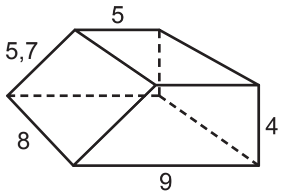
____

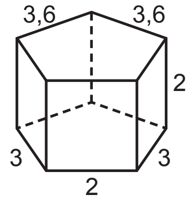
La altura de un prisma es la distancia entre sus dos bases.

3. Rodea con un círculo la medida que determina la altura de cada prisma. Pista: Sombrea las dos bases.

a) 

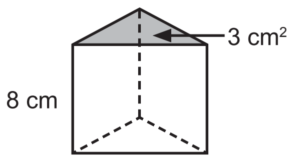
b) 

c) 

d) 

Volumen de un prisma = área de la base × altura O $V = B \times h$

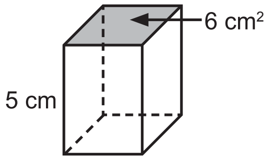
4. Calcula el volumen de los prismas.

a) 

$B =$ ________

$h =$ ________

$V =$ ________

b) 

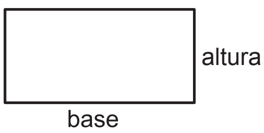
$B =$ ________

$h =$ ________

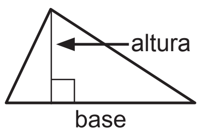
$V =$ ________

RECUERDA:

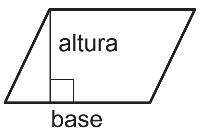
Área del rectángulo = = base × altura



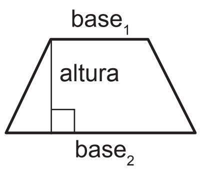
Área del triángulo = = base × altura : 2



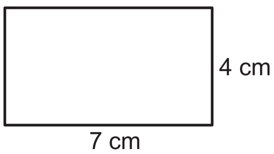
Área del paralelogramo = = base × altura



Área del trapecio = = ($base_1$ + $base_2$) × altura : 2



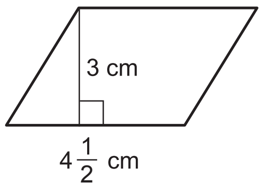
5. Los dibujos muestran bases de prismas. Calcula el área de cada base. Luego usa la altura dada para calcular el volumen de cada prisma.

a) 

$B =$ ________

$h = 10$ cm

$V =$ ________

b) 

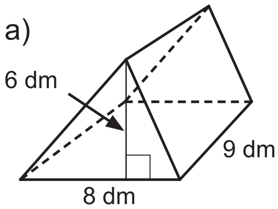
$B =$ ________

$h = 11\frac{2}{3}$ cm

$V =$ ________

6. Calcula el volumen de los prismas.

a)

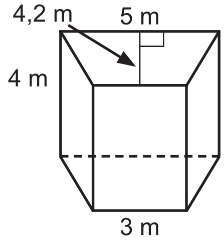


$B =$ *8 × 6 : 2 = 24 dm²* ______

$h =$ ______

$V =$ ______

b)



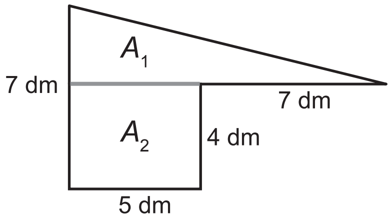
$B =$ ______

$h =$ ______

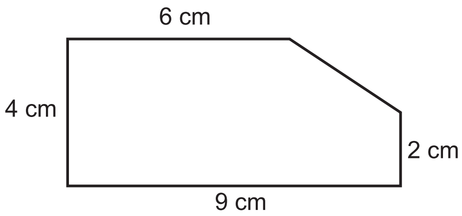
$V =$ ______

7. a) Descompón cada base en dos polígonos. Calcula el área de cada polígono para calcular el área total de la base.

i)



ii)



$A_1 =$ *12 dm × 3 dm : 2 = 18 dm²* ______ $A_1 =$ ______

$A_2 =$ ______ $A_2 =$ ______

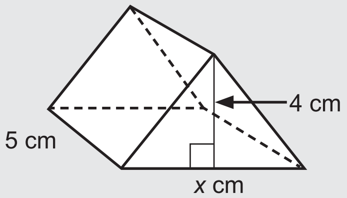
$B =$ ______ $B =$ ______

b) Calcula el volumen de cada prisma con la base que se muestra en *a*) y la altura indicada.

i) $h = 7$ dm ii) $h = 5$ cm

$V =$ ______ $V =$ ______

Marisa necesita que el prisma triangular tenga un volumen de como mínimo 60 cm³. La altura del triángulo es de 4 centímetros, y la del prisma es de 5. ¿Cuál es la base mínima del triángulo?



$V \geq 60$

$B \times h \geq 60$

$(2x)(5) \geq 60$

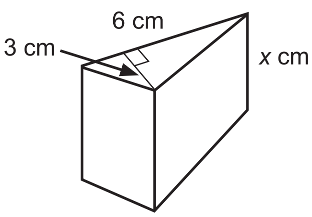
$10x \geq 60$

Área de la base: $B = x \times 4 : 2 = 2x$ $x \geq 60 : 10$

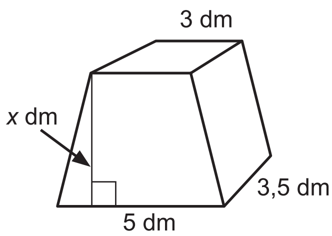
Altura del prisma: $h = 5$ $x \geq 6$ cm La base del triángulo debe ser al menos de 6 cm.

8. Dado el volumen del prisma, calcula la dimensión que falta. Escribe el resultado en forma de desigualdad.

a) El volumen es de al menos 45 cm³.



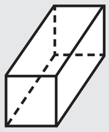
b) El volumen es como máximo de 56 dm³.

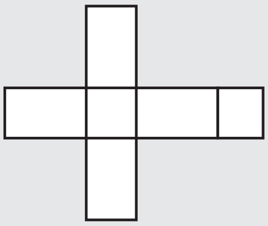


G7-26 Desarrollo plano y área de los prismas

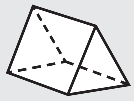
Un **desarrollo plano** es la figura plana que obtenemos al desplegar un cuerpo geométrico.

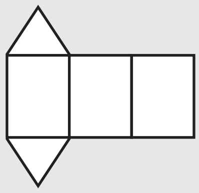
Ejemplos: ortoedro





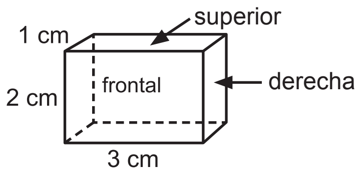
prisma triangular



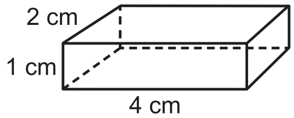


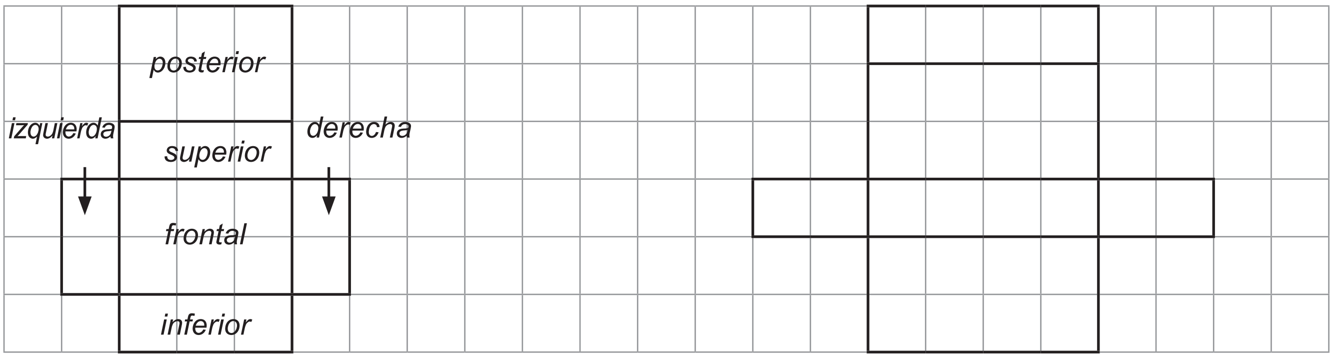
1. En la cuadrícula se muestran los desarrollos planos de dos ortoedros. Nombra cada cara de los ortoedros. Las casillas de la cuadrícula representan 1 cm.

a)



b)





El **área** de un cuerpo geométrico es la suma de las áreas de todas sus caras.

El área se mide en unidades cuadradas. Ejemplo: centímetros cuadrados (cm^2)

2. Expresa en forma de multiplicación el área de cada una de las caras de los ortoedros del ejercicio 1. Luego calcula el área de cada ortoedro.

a) Cara frontal *$2 \times 3 = 6\ cm^2$*

Cara posterior ______________________

Cara derecha ______________________

Cara izquierda ______________________

Cara superior ______________________

Cara inferior ______________________

Área del ortoedro ______________

b) Cara frontal ______________________

Cara posterior ______________________

Cara derecha ______________________

Cara izquierda ______________________

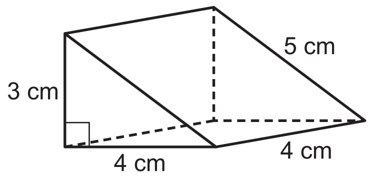
Cara superior ______________________

Cara inferior ______________________

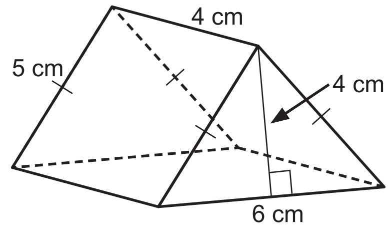
Área del ortoedro ______________

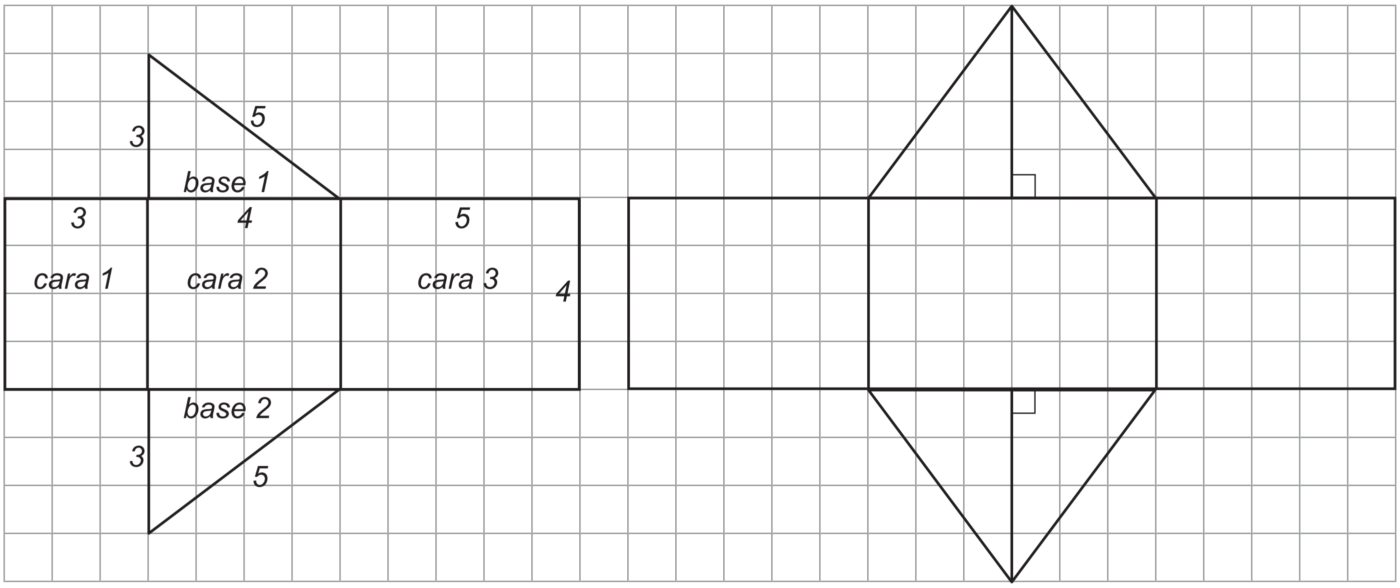
3. La cuadrícula muestra los desarrollos planos de dos prismas triangulares. Nombra cada cara de los prismas e indica la longitud de cada arista. Cada cuadro de la cuadrícula representa 1 cm^2.

a)



b)





4. Expresa en forma de multiplicación el área de cada cara de los prismas triangulares del ejercicio 3. Luego, calcula el área de los prismas.

a) Base 1 *$4 \times 3 : 2 = 6$ cm²*

Base 2 ____________________

Cara 1 ____________________

Cara 2 ____________________

Cara 3 ____________________

Área del prisma ____________________

b) Base 1 ____________________

Base 2 ____________________

Cara 1 ____________________

Cara 2 ____________________

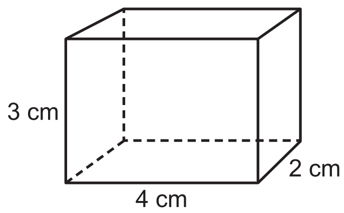
Cara 3 ____________________

Área del prisma ____________________

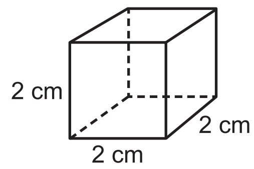
5. Explica cómo ayuda el desarrollo plano de un prisma a calcular el área.

6. Calcula el área de los prismas. Pista: Dibuja sus desarrollos planos.

a)

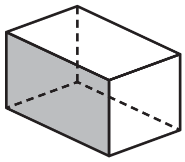


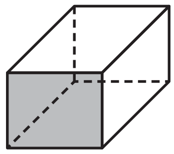
b)

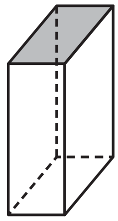


G7-27 Área de los ortoedros

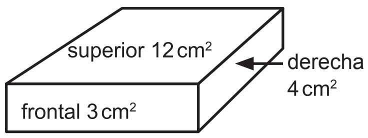
1. Sombrea las caras que tienen la misma área que las caras sombreadas.

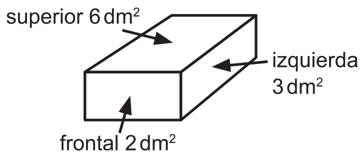
a) 

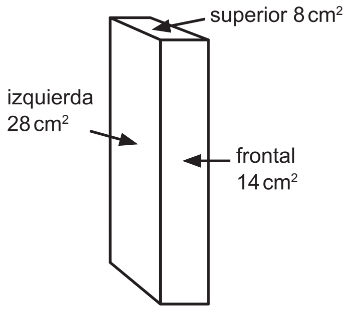
b) 

c) 

2. El área de las caras visibles es la que se muestra. ¿Cuál es el área de cada una de las caras ocultas?

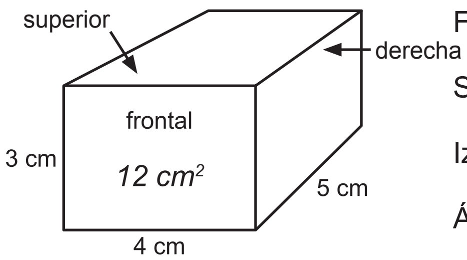
a) 

b) 

c) 

a)	b)	c)
Posterior ____________	Posterior ____________	Posterior ____________
Inferior ____________	Inferior ____________	Inferior ____________
Izquierda ____________	Izquierda ____________	Derecha ____________

3. Escribe el área de cada cara visible directamente sobre la cara. Multiplica por dos el área de cada cara para calcular el área total de cada par de caras opuestas. Luego calcula el área del ortoedro.

a) 

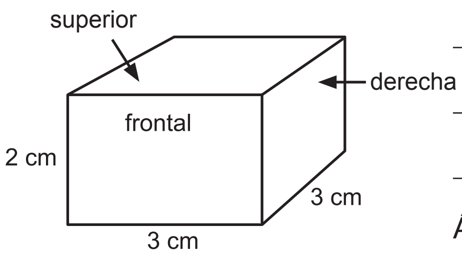
Frontal + posterior = *$12\ cm^2 \times 2$* = *$24\ cm^2$*

Superior + inferior = ____________ = ____________

Izquierda + derecha = ____________ = ____________

Área = ________ + ________ + ________ =

= ____________

b) 

________ + ________ = ____________ = ________

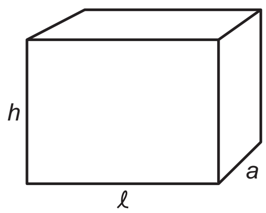
________ + ________ = ____________ = ________

________ + ________ = ____________ = ________

Área = ________ + ________ + ________ =

= ____________

4. Calcula el área del ortoedro de longitud ℓ, ancho a y altura h.



Frontal + posterior = $\underline{\ \ell \times h \times 2\ }$ = $\underline{\ \ell 2h\ }$

Superior + inferior = ____________________ = ___________

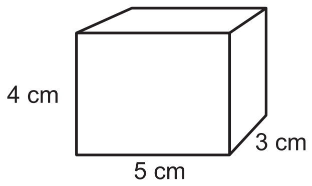
Derecha + izquierda = ____________________ = ___________

Área = ______________________________________

> El área de un ortoedro = 2 × (área frontal) + 2 × (área superior) + 2 × (área derecha)
>
> $A = 2\ell h + 2\ell a + 2ah$ o $A = 2(\ell h + \ell a + ah)$

5. Calcula el área de los ortoedros. Incluye las unidades en el resultado.

a)

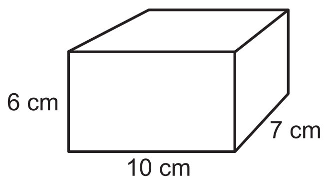


$A = 2(\underline{\ 5\ })(\underline{\ 4\ }) + 2(\_\_\_\_)(\_\_\_\_) + 2(\_\_\_\_)(\_\_\_\_) =$

$= \underline{\ 40\ } + \_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_ =$

$= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

b)



$A = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ =$

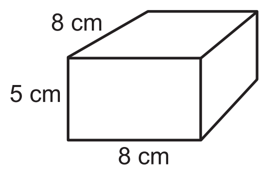
$= \_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_ =$

$= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

6. Juan sabe que las áreas de las caras frontal, superior y derecha de un prisma suman 28 cm^2. ¿Cómo puede calcular el área total del ortoedro?

____

7. a) Elena dice que solo necesita calcular el área de dos caras de este ortoedro para calcular el área total. ¿Es eso cierto? Justifica tu respuesta.



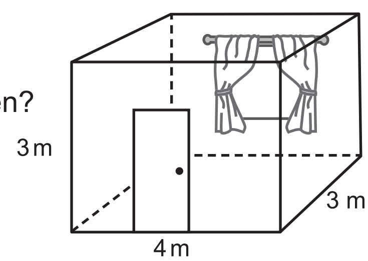
____

b) ¿Cuál es el área del ortoedro?

____

____

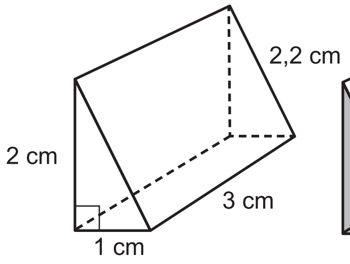
8. Pintar una habitación cuesta unos $1.100 por m^2. ¿Cuánto costaría aproximadamente pintar solo las paredes que se muestran en la imagen? No hace falta pintar la puerta, que mide 2 m por 1 m, ni la ventana, que mide 1 m por 1,5 m.

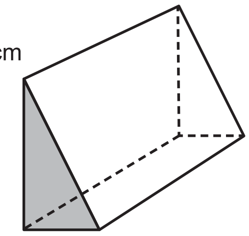


G7-28 Área de los prismas y las pirámides

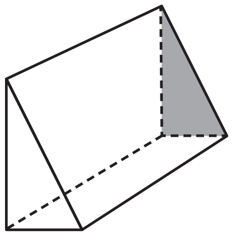
El área de un prisma es la suma de las áreas de sus caras.

1. a) Calcula el área de la parte sombreada del prisma triangular.

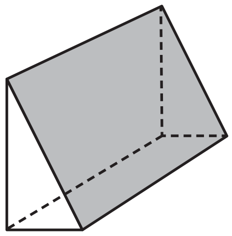




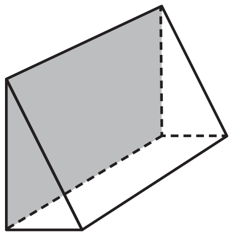
Área 1 = ___________



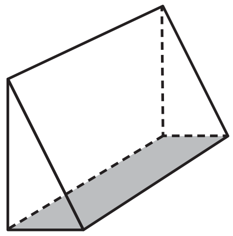
Área 2 = ___________



Área 3 = ___________



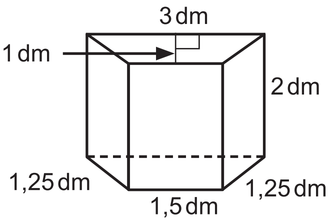
Área 4 = ___________

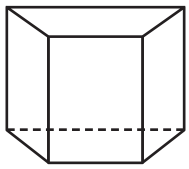


Área 5 = ___________

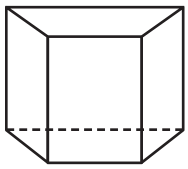
b) ¿Cuál es el área total del prisma triangular del ejercicio *a*)? ___________________________

2. a) Sombrea una cara del prisma trapezoidal en cada imagen. Calcula el área de la cara sombreada.

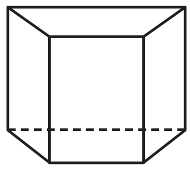




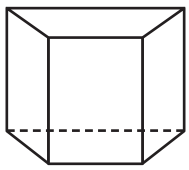
Área 1 = ___________



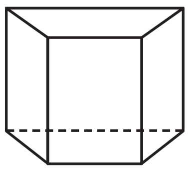
Área 2 = ___________



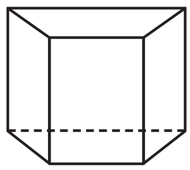
Área 3 = ___________



Área 4 = ___________



Área 5 = ___________



Área 6 = ___________

b) ¿Cuál es el área total del prisma trapezoidal de *a*)? ___________________________

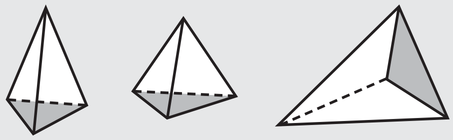
c) Explica un método más sencillo para calcular el área del prisma de *a*). ¿Es necesario calcular el área de cada una de las seis caras? Pista: ¿Qué caras son congruentes?

____

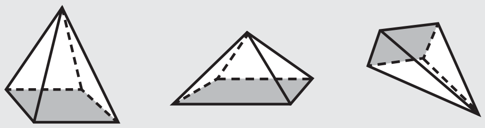
____

En las **pirámides** la base es un polígono, y las caras laterales son triángulos. Las caras laterales se unen en un vértice opuesto a la base.

La base de una pirámide triangular es un triángulo.

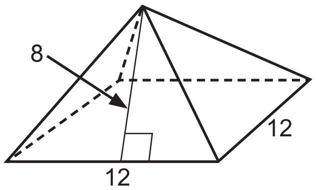


La base de una pirámide rectangular es un rectángulo.

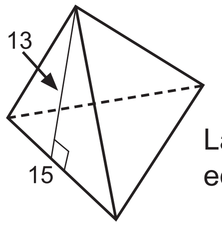


3. Calcula el área de cada cara para encontrar el área total de las pirámides. Todas las medidas están en centímetros.

a)



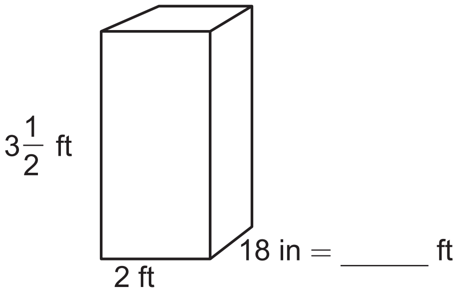
b)



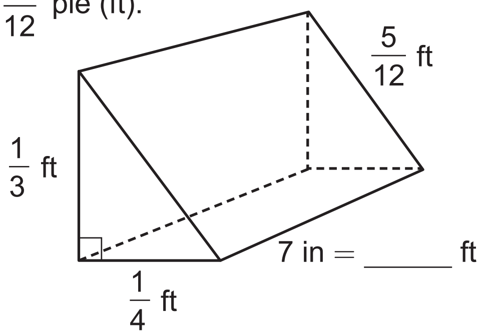
Las caras son triángulos equiláteros con lados de 15 cm.

4. Calcula el área de los prismas. Pista: 1 pulgada (in) $= \frac{1}{12}$ pie (ft).

a)

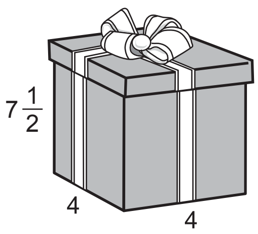


b)

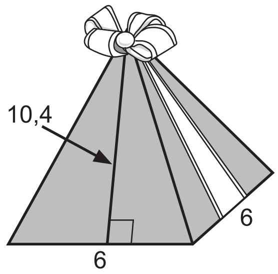


5. Dos cajas de regalo tienen un volumen de 120 cm^3. ¿Qué caja requiere menos material? Todas las medidas están en pulgadas.

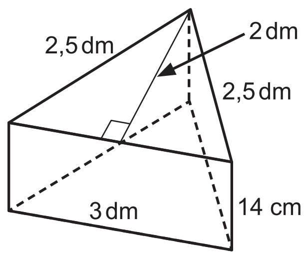
caja A



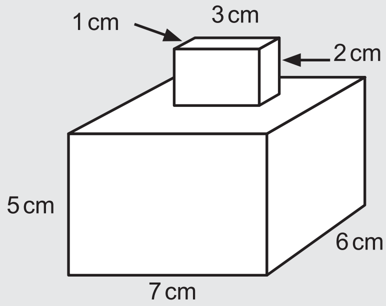
caja B



6. Gerardo construye un acuario en forma de prisma triangular. Tiene los lados de cristal, el fondo de cristal y la tapa de plástico. Si el cristal cuesta \$3.000 por dm^2 y Gerardo se gasta \$25.000 en otros materiales, ¿cuánto le cuesta construir el acuario?



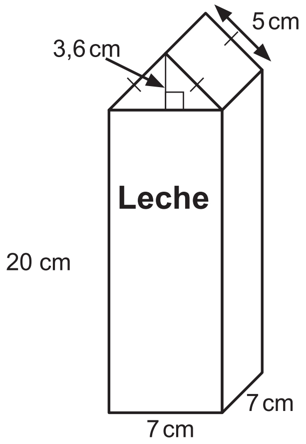
Alicia quiere calcular el área total de esta figura.



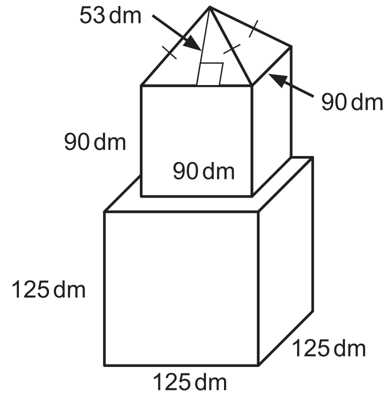
Primero, calcula el área del ortoedro inferior.	$2(7)(5) + 2(7)(6) + 2(6)(5) =$ $= 70 + 84 + 60 = 214 \text{ cm}^2$
Luego, calcula el área del ortoedro superior.	$2(3)(2) + 2(3)(1) + 2(1)(2) =$ $= 12 + 6 + 4 = 22 \text{ cm}^2$
Luego, calcula el área que se solapa.	$3(1) = 3 \text{ cm}^2$
Por último, suma las áreas de los dos ortoedros y resta dos veces el área que se solapa para calcular el área total.	$A_{\text{total}} = 214 + 22 - 3 - 3 =$ $= 230 \text{ cm}^2$

7. Calcula el área de los objetos tridimensionales.

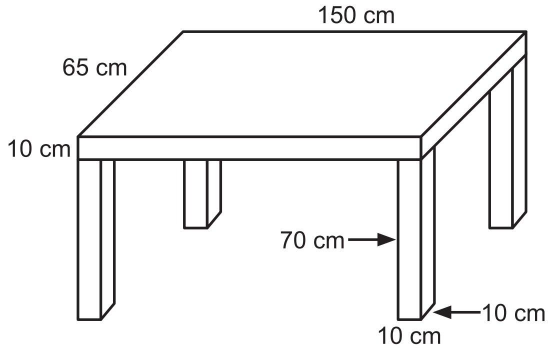
a)



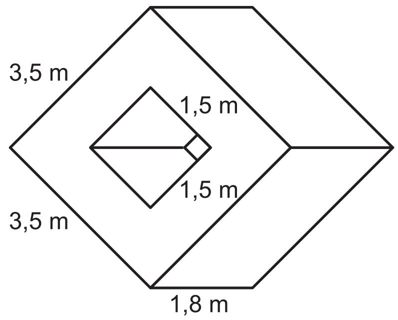
b)



c)



Extra ▶ Pista: Se ha recortado un ortoedro del centro de esta escultura.



8. Usa los objetos del ejercicio 7 para responder a las preguntas.

a) ¿Cuánto cuesta hacer 100 tetrabriks de leche si el cartón cuesta \$100 por centímetro cuadrado?

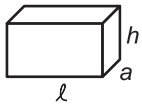
b) Si limpiar el exterior de un edificio de oficinas cuesta \$255.180, ¿cuánto cobra la empresa de limpieza por decímetro cuadrado?

c) ¿Cuánto cuesta teñir la mesa si el tinte para madera cuesta \$1.000 para 1.000 cm^2?

Extra ▶ ¿Cuánto cuesta pintar la escultura si la pintura cuesta \$900 por m^2?

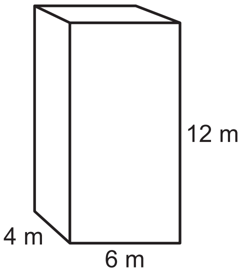
G7-29 Volumen y área

RECUERDA: Para un ortoedro con longitud ℓ, ancho a y altura h,
Volumen $= \ell a h$ y Área $= 2\ell h + 2\ell a + 2ah$

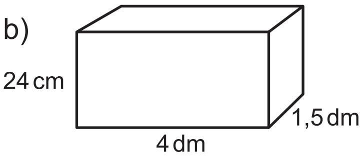


1. Calcula el volumen y el área de los ortoedros. Pista: Todas las medidas deben estar en la misma unidad.

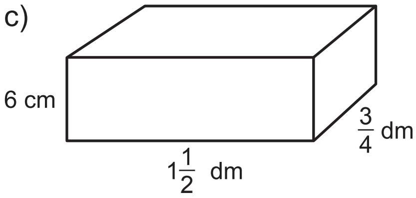
a)



b)



c)

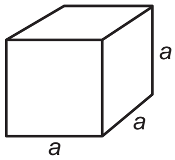


2. Un ortoedro tiene un volumen de 120 cm^3. Mide 4 cm de largo y 6 cm de alto.

a) Calcula la dimensión que falta.

b) Calcula el área del ortoedro.

3. Un cubo es un prisma rectangular en el que todas las aristas miden lo mismo (a).



a) La fórmula del volumen de un cubo es $V = a^3$. Explica por qué.

b) La fórmula del área de un cubo es $A = 6a^2$. Explica por qué.

c) Calcula el volumen y el área de un cubo cuya arista mida:

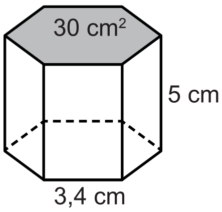
i) $a = 5$ mm ii) $a = 12$ cm iii) $a = \frac{1}{2}$ dm

RECUERDA: En un prisma, Volumen $=$ (área de la base) $\times$ altura, o $V = B \times h$, y
Área $=$ suma de las áreas de todas sus caras.

4. Explica por qué no existe una única fórmula para calcular el área de todos los prismas.

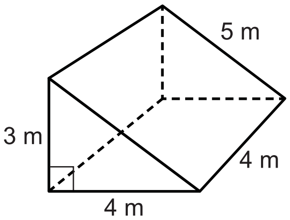
5. Calcula el volumen y el área de los prismas. Pista: Todas las medidas deben estar en la misma unidad.

a)

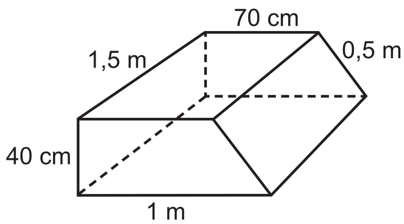


Todas las aristas del hexágono miden 3,4 centímetros.

b)

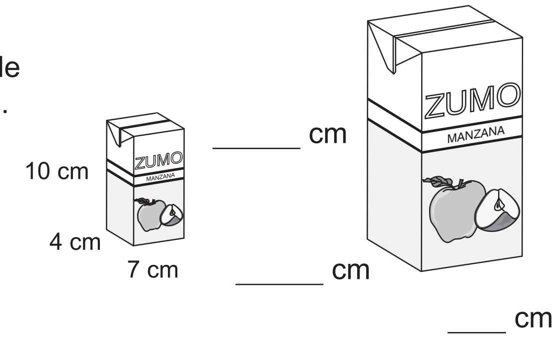


c)



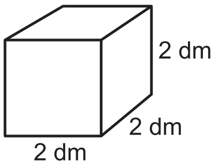
6. a) Cada dimensión del cartón de zumo grande es el doble que la dimensión correspondiente del cartón pequeño. Escribe las dimensiones del cartón grande.

b) El cartón pequeño cuesta $500. ¿Cuánto debería costar el cartón grande si el precio fuera proporcional al volumen?

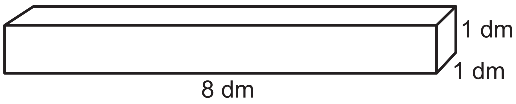


7. a) El volumen de todas las cajas es de 8 dm^3. ¿Qué caja tiene el área menor?

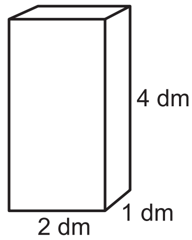
A.



B.



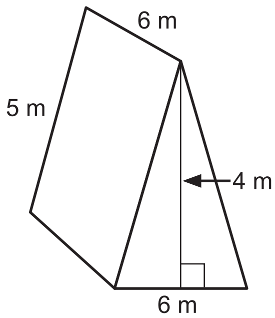
C.



b) Encuentra tres posibles combinaciones de medidas para un ortoedro con un volumen de 24 cm^3. ¿Cuál de las tres tiene el área menor?

c) Describe la forma del ortoedro que tiene el área menor para un volumen dado.

8. Una casa rural alpina tiene las dimensiones indicadas en el dibujo.



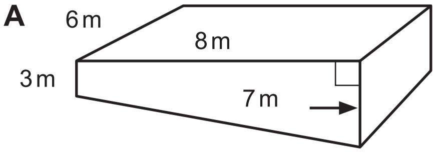
a) La normativa contra incendios permite un aforo de 1 persona por cada 12 m^3. ¿Cuántas personas pueden dormir en la casa?

b) ¿Cuánto mayor debería ser la casa para alojar a 12 personas?

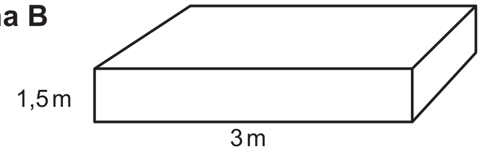
c) ¿Cuántas tejas harían falta para cubrir el tejado, si las tejas miden 40 centímetros de ancho por 50 de largo y el tejado termina a 100 centímetros del suelo?

9. Youssef está instalando una piscina en el jardín. Puede elegir entre dos diseños:

piscina A



piscina B



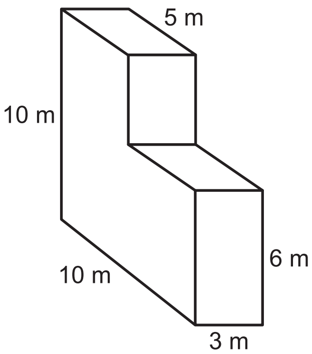
a) Calcula el volumen de la piscina A.

b) La piscina B tiene el mismo volumen que la piscina A. ¿Qué ancho tiene la piscina B?

c) Diseña una nueva piscina con el mismo volumen pero con una forma diferente.

10. Calcula el volumen y el área de los objetos tridimensionales. Haz el desarrollo en tu cuaderno.

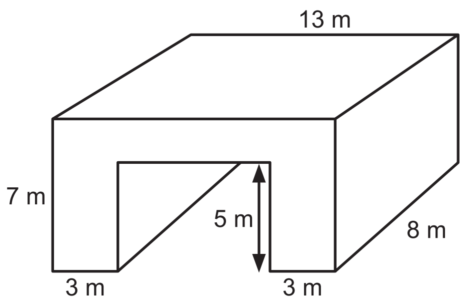
a)



$V =$ ____________

$A =$ ____________

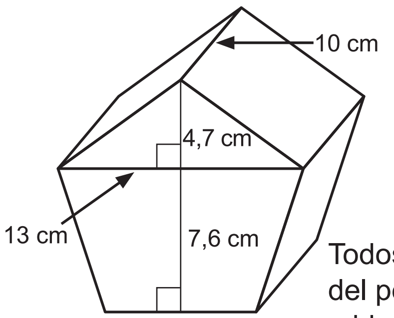
b)



$V =$ ____________

$A =$ ____________

c)

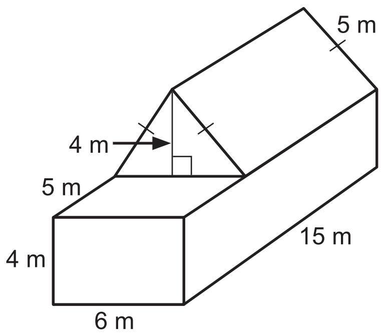


Todos los lados del pentágono miden 8 cm.

$V =$ ____________

$A =$ ____________

d)



$V =$ ____________

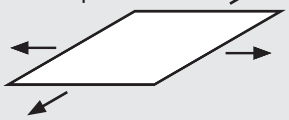
$A =$ ____________

11. Comprueba el resultado del ejercicio 10 *b*) calculando el volumen y el área de una forma diferente.

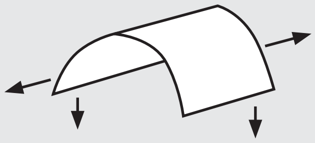
G7-30 Cortes transversales de figuras tridimensionales (introducción)

Un **plano** es una superficie plana que se extiende hasta el infinito en todas direcciones.

plano



no son planos



Las líneas y los puntos no son planos, porque no son superficies. Las superficies curvas no son planos, porque no son planas.

1. ¿Son los siguientes objetos parte de un plano?

a) una pantalla de televisión ___________

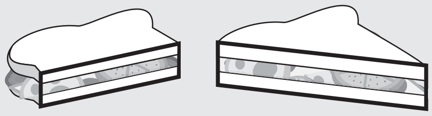
b) una televisión ___________

c) un bol ___________

d) la cara de un cubo ___________

Una **sección transversal** de una figura tridimensional es la intersección de la figura con un plano.

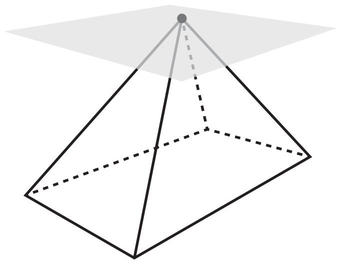
Ejemplo: Cuando cortas un sándwich (un ortoedro) por la mitad con un cuchillo (una parte de un plano), queda una sección transversal con forma de rectángulo.



Los cortes transversales pueden tener diferentes formas, en función de la figura tridimensional y del ángulo en que el plano la corte.

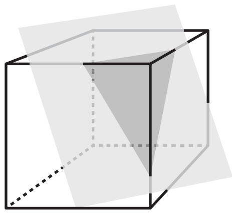
2. Las secciones transversales aparecen sombreadas. Describe las secciones transversales como puntos, segmentos, triángulos, cuadriláteros, pentágonos o hexágonos.

a)



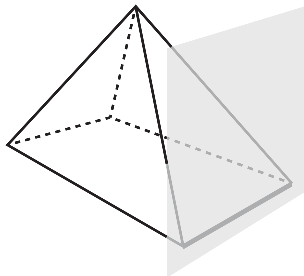
____

b)



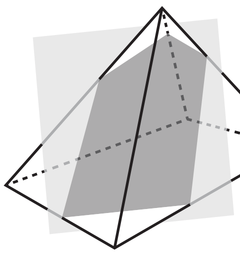
____

c)



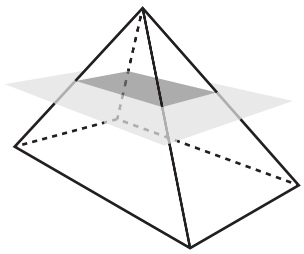
____

d)



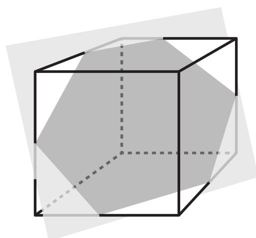
____

e)



____

f)

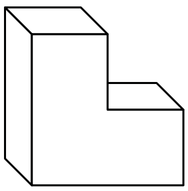


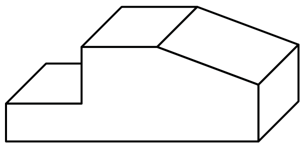
____

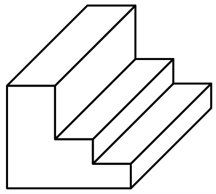
3. ¿Puede una sección transversal de una pirámide rectangular ser un hexágono? Justifica tu respuesta.

Dos planos son **paralelos** si nunca se cortan. Dos superficies planas son **paralelas** si los planos de los que forman parte son paralelos.

4. Sombrea las caras paralelas a la cara inferior.

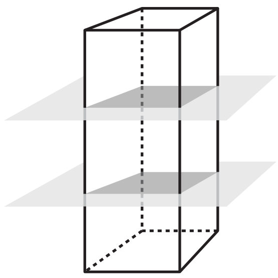
a) 

b) 

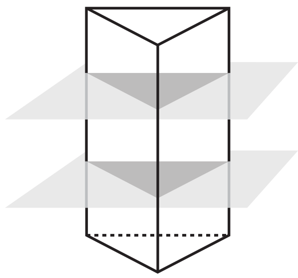
c) 

RECUERDA: Dos figuras son congruentes si tienen la misma forma y el mismo tamaño. Dos figuras son semejantes si tienen la misma forma pero diferente tamaño.

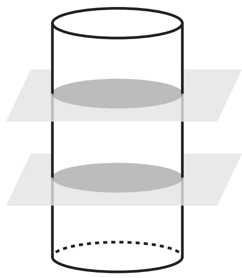
5. Los planos son paralelos a la base. ¿Son los cortes transversales semejantes o congruentes?

a) 

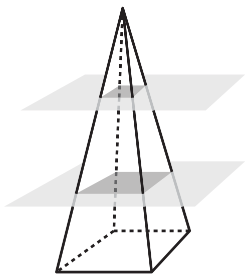
____

b) 

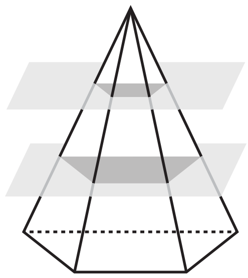
____

c) 

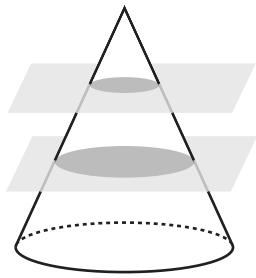
____

d) 

____

e) 

____

f) 

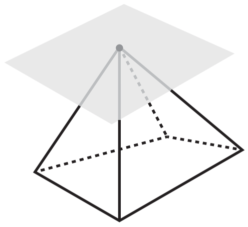
____

6. Escribe “semejante” o “congruente”.

a) La sección transversal paralela a la base de un prisma es ____________________ a la base.

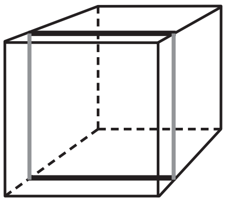
b) La sección transversal paralela a la base de una pirámide es ____________________ a la base cuando no pasa por el vértice superior.

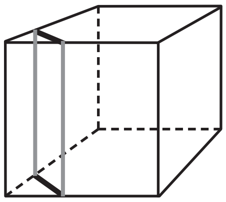
7. Describe la sección transversal de una pirámide que es paralela a la base y que pasa por el vértice superior de la pirámide.

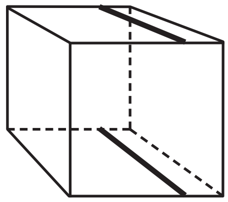


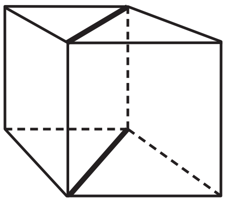
G7-31 Secciones transversales de cubos, ortoedros y pirámides rectangulares

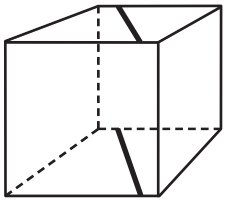
1. Traza líneas verticales para completar la sección transversal vertical del cubo.

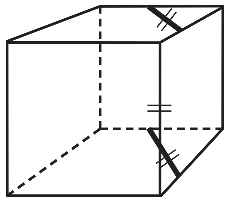
a) 

b) 

c) 

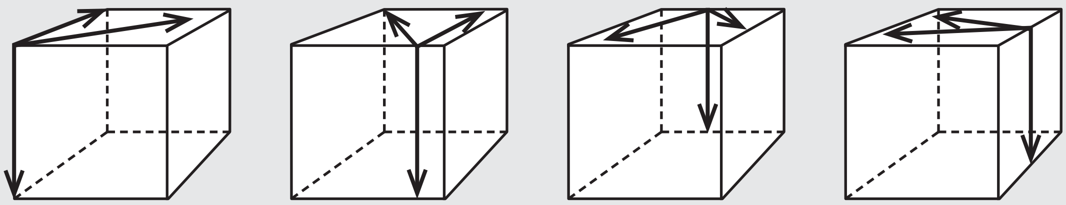
d) 

e) 

f) 

Todas las líneas que pasan por un punto de la cara superior son perpendiculares a las líneas verticales con las que se encuentran.

Ejemplos:



2. Victoria afirma que todos los cortes transversales del ejercicio 1 son rectángulos.
¿Es eso cierto? Justifica tu respuesta.

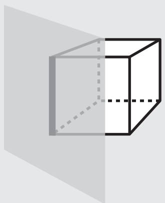
____

____

3. Rodea con un círculo los cortes transversales del ejercicio 1 que son cuadrados.

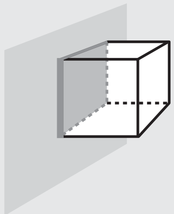
¿Es la arista más gruesa toda la sección transversal o solo parte de ella?

El plano toca una arista del cubo.



La arista más gruesa es la sección transversal.

El plano toca una cara del cubo.

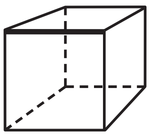


La arista más gruesa es parte de la sección transversal.

4. ¿Puede la arista más gruesa ser la sección transversal del cubo con un plano **vertical**?

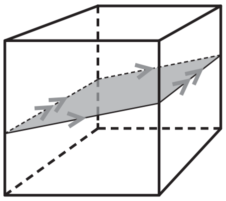
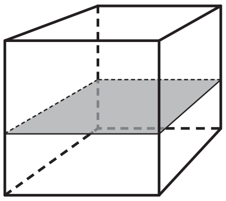
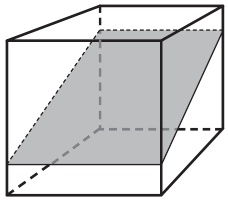
Justifícalo. ____

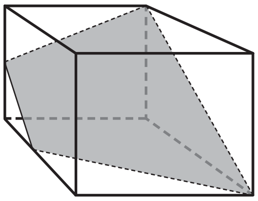
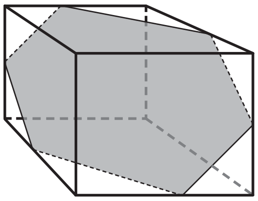
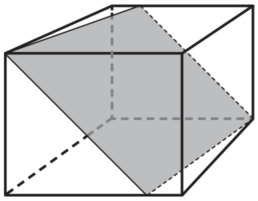
____

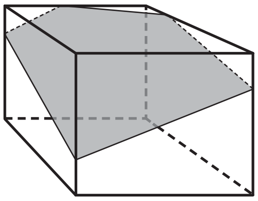
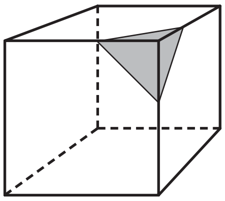
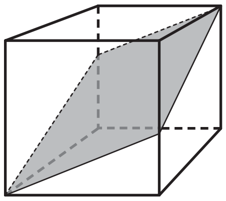


Si un plano corta dos planos paralelos, crea rectas paralelas.

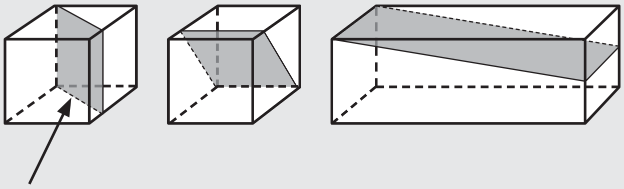
5. Marca los lados paralelos de la sección transversal con el mismo número de flechas.

a) 
b) 
c) 

d) 
e) 
f) 

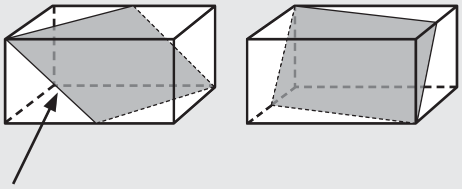
g) 
h) 
i) 

Estas secciones transversales tienen lados paralelos a una arista del ortoedro. Las secciones transversales son rectángulos.



Los lados verticales de la sección transversal son perpendiculares a los lados horizontales de la sección transversal.

Estas secciones transversales no tienen lados paralelos a ninguna arista del ortoedro. Las secciones transversales no son rectángulos.



Los lados oblicuos no son perpendiculares a los lados horizontales.

6. En el ejercicio 5, las líneas que parecen ser paralelas a una arista son, efectivamente, paralelas. ¿En qué actividades del ejercicio 5 es la sección transversal…

a) un hexágono? ______

b) un pentágono? ______

c) un trapecio? ______

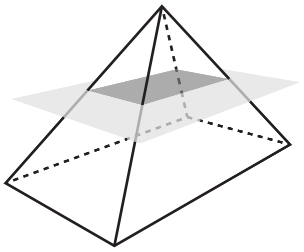
d) un triángulo? ______

e) un rectángulo? ______, ______, ______

f) un paralelogramo, pero no un rectángulo? ______, ______

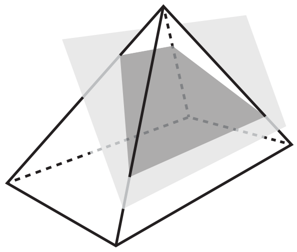
7. La base de la pirámide rectangular es horizontal. ¿Qué forma tienen las secciones transversales? Detalla todo lo posible tu respuesta.

a) Un plano horizontal



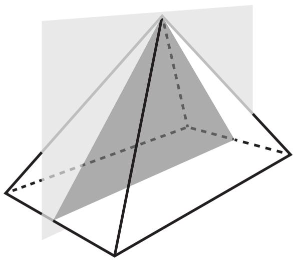
____

b) Un plano inclinado respecto a la base que corta el plano paralelo a la arista



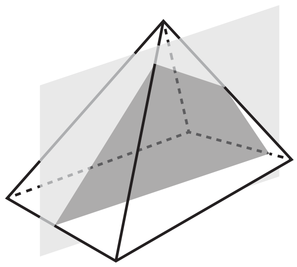
____

c) Un plano vertical que pasa por el vértice superior de la pirámide



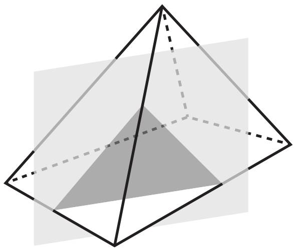
____

d) Un plano vertical que no pasa por el vértice superior de la pirámide



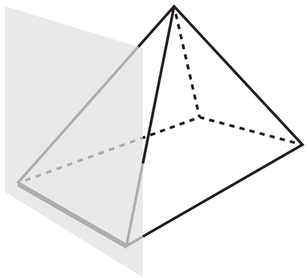
____

e) Otro plano vertical que no pasa por el vértice superior de la pirámide



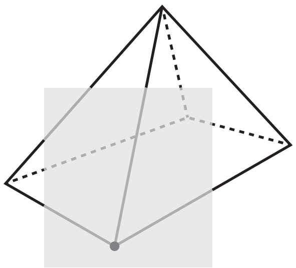
____

f) Un plano vertical que pasa por dos vértices adyacentes de la base



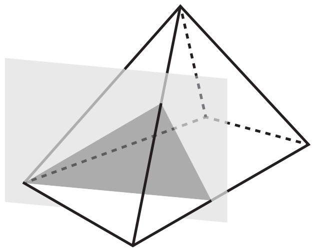
____

g) Un plano vertical que pasa solo por un vértice de la base



____

h) Otro plano vertical que pasa solo por un vértice de la base



____

SP7-10 Media, mediana y frecuencia

Para calcular la **media** de un conjunto de números:

Paso 1: Sumamos sus valores.

Ejemplo: Para el conjunto de valores 5, 2, 2, 5, 6:

Suma de valores $= 5 + 2 + 2 + 5 + 6 = 20$

Paso 2: Dividimos el resultado entre el número de valores.

Media = suma de valores : número de valores = $= 20 : 5 = 4$

1. Calcula las medias. Pueden no ser números naturales.

a) 3, 4, 4, 8, 8, 9　　b) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7　　c) 11, 13, 14, 20, 22, 25, 26, 27, 30

2. a) Calcula la media del conjunto de valores 2, 3, 6, 9.

b) Suma 4 a cada valor de *a*) para obtener el conjunto de valores 6, 7, 10, 13. ¿Cuál es la media del nuevo conjunto de valores? ¿Qué tiene en común con la media del primer conjunto de valores?

c) Escribe un conjunto de valores que tenga de media 7.

d) Calcula la media del conjunto de valores 2, 2, 3, 3, 6, 6, 9, 9. ¿Cómo se ha obtenido este nuevo conjunto de valores a partir del primero? ¿Qué tiene en común la media del nuevo conjunto de valores con la media del primero?

e) Deduce y comprueba la media del conjunto de valores 2, 2, 2, 3, 3, 3, 6, 6, 6, 9, 9, 9.

Para calcular la **mediana** de un conjunto de valores, ordenamos los valores. Avanzamos número a número desde cada extremo hasta llegar a la mitad.

4　7　8　13　18

La mediana es 8.

1　3　4　6　9　11

Cuando tenemos un número par de valores, hay dos valores en la mitad. La mediana está entre 4 y 6, es decir, 5.

El **rango** de un conjunto de valores es la distancia entre los valores mayor y menor del conjunto.

Rango = valor mayor – valor menor

3. a) Calcula las medias, las medianas y los rangos.

i) 9　20　22

Media: *(9 + 20 + 22) : 3 =*
= 51 : 3 = 17

Mediana: *20*

Rango: *13*

ii) 38　39　41　46

Media: ______________
____

Mediana: ______

Rango: ______

iii) 10　15　20　25　30

Media: ______________
____

Mediana: ______

Rango: ______

b) Ordena los números de menor a mayor y luego calcula las medias y las medianas. Muestra el desarrollo.

i) 15　18　40　32　25　　ii) 29　26　16　23　17　15　　iii) 40　25　10　15　20

4. Al calcular la mediana, ¿cambia algo si ordenas los valores de menor a mayor o de mayor a menor? Justifica tu respuesta.

5. En 2008, la población de Estados Unidos era de 307 millones de habitantes, y el consumo eléctrico del país fue de 4.401.698 gigavatios/año (GW). La población de la Unión Europea en 2008 era de 541 millones de habitantes y su consumo eléctrico fue de 3.635.604 GW. ¿Dónde se consumió más energía eléctrica por habitante?

La **frecuencia** es el número de veces que aparece un valor en un conjunto.

Ejemplo: 1, 3, 0, 1, 1, 3, 1, 1, 1, 0, 1 ⟶

Valor	Frecuencia
0	||
1	卌 ||
2	
3	||

Anotamos todos los valores del intervalo aunque no aparezcan en el conjunto.

El valor que aparece más veces en un conjunto es la **moda**. La moda de este ejemplo es 1.

6. a) Traslada los valores a la tabla de frecuencias. Tacha cada número conforme los incluyas en la tabla.

i) ~~2~~, ~~3~~, ~~2~~, ~~0~~, ~~2~~, ~~2~~, ~~3~~ ii) ~~4~~, ~~3~~, 1, 4, 3, 4, 1, 3, 4, 3, 4 iii) 2, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 2, 2, 5

i)

Valor	Frecuencia
0	/
1	
2	////
3	//

ii)

Valor	Frecuencia
1	
2	
3	/
4	/

iii)

Valor	Frecuencia

b) ¿Cuántos números hay en cada conjunto? i) *7* ii) ______ iii) ______

c) ¿Cuántas marcas hay en la columna de las frecuencias? i) *7* ii) ______ iii) ______

d) Si las respuestas de *b*) y *c*) no coinciden, busca tu error.

e) ¿Cuál es la moda de cada conjunto? i) *2* ii) ______ iii) ______

7. Utiliza el conjunto de valores 3, 5, 5, 5, 6, 6 para resolver los ejercicios.

a) Calcula la suma de los valores. *3* + *5* + ______ + ______ + ______ + ______ = ______

b) Cuenta cuántas veces aparece cada valor. Luego, calcula la suma.

(______ × 3) + (______ × 5) + (______ × 6) = ______ + ______ + ______ = ______

c) ¿Has obtenido el mismo resultado en *a*) y *b*)? En caso contrario, busca tu error.

d) Calcula la media.

$\boxed{}$: $\boxed{}$ = $\boxed{}$

total de valores — número de valores — media

8. Utiliza las dos formas de calcular la suma del ejercicio 7 para calcular cada media.

a) 2, 1, 5, 2, 3, 8, 6, 6, 5, 2

b) 6, 6, 2, 6, 2, 6, 2, 6, 2, 2

Extra ▶ Calcula la media: 600, 600, 400, 400, 400, 600, 400, 400, 600, 600.

SP7-11 Media, mediana y diagramas de puntos

1. Anwar hizo 5 exámenes de ciencias y 8 de matemáticas el año pasado. Estas fueron sus notas:

Ciencias: 8,2; 7,9; 7,5; 8,4; 8,0 Matemáticas: 7,5; 8,1; 7,7; 8,6; 7,9; 8,0; 8,3; 8,2

¿En qué asignatura sacó mejor nota? Pista: Calcula la media de cada asignatura.

2. La empresa XYZ tiene 20 empleados. Una persona tiene un salario de $350.000 al año, dos personas tienen salarios de $750.000 y el salario del resto es de $500.000.

a) ¿Cuál es el salario medio?

b) ¿Cuál es la mediana de los salarios?

c) ¿Qué refleja mejor los salarios de la compañía, la media o la mediana? Justifica tu respuesta.

____

3. Trabajas en una tienda de ropa, y la dirección te dice que tienes que hacer un promedio de ventas diarias de al menos $50.000. ¿A qué se refieren, a la media, a la mediana o a la moda? ¿Por qué?

____

4. a) La media de un conjunto de valores es 10. Los valores son 2, 19, 7, 4, 15 y otro número más. Haz que *x* represente el número que falta. Formula una expresión para la media, y luego resuelve la ecuación.

b) Si has sacado 5,0; 6,3 y 6,1 en los tres primeros exámenes de historia, ¿qué tienes que sacar en el próximo examen para que tu media sea 6,0 en los cuatro primeros exámenes de historia?

5. Estos son los valores de tres conjuntos:

A:	10	10	10	10	10	10	10	10	10
B:	1	10	10	10	10	10	10	10	19
C:	1	5	8	10	10	10	12	15	19

a) Calcula la media, la mediana y la moda de cada conjunto.

b) ¿Te sirven la media, la mediana o la moda para ver la diferencia entre tres conjuntos? ______

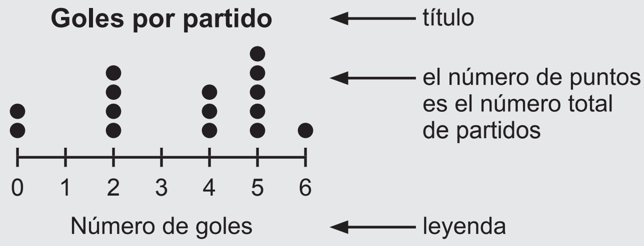
c) Calcula el rango de cada conjunto de valores. A: ________ B: ________ C: ________

d) ¿Te da el rango más información para comparar los conjuntos A y B? ________

e) ¿Te da el rango más información para comparar los conjuntos B y C? ________

En los **diagramas de puntos** representamos los datos o valores de un conjunto de datos con símbolos como ● o ✕.

El primer número puede ser cualquier valor, incluido el 0.



6. Estos datos reflejan cuántos libros ha leído la clase de Sandra.

a) La moda es ______.

b) ¿Cuántos alumnos han leído dos libros exactamente? ______

c) El mayor número de alumnos ha leído ______ libros.

d) El número de alumnos de la clase de Sandra es ______.

e) ______ alumnos han leído 5 o 6 libros.

7. Estos datos reflejan cuántos kilómetros ha andado un grupo de personas en una semana.

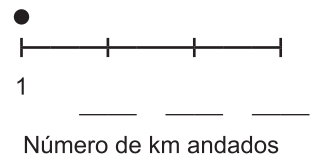
km andados	1	2	3	4
N.º de personas	卌 II	卌 III	I	II

a) Completa la recta numérica con los números que faltan.

b) Traslada los datos al diagrama.

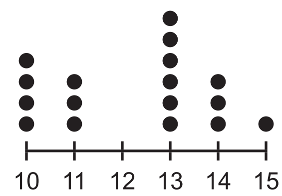
c) ¿Qué resultado es más frecuente? ______

d) ¿Cuántas personas han andado 2 km por lo menos? ______



8. Utiliza el diagrama de puntos para completar la tabla de frecuencias.

10	11	12	13	14	15



9. Vas a ir de viaje la primera quincena de enero y tienes que decidir qué ropa llevar. La tabla muestra las temperaturas diarias más altas en tu destino durante esa quincena el año pasado.

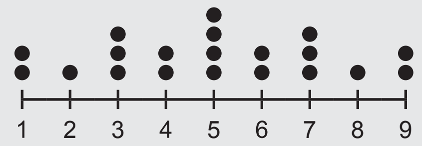
Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
°C	23	22	20	21	22	23	23	10	2	2	5	7	8	12	17

a) Calcula el rango, la media, la mediana y la moda.

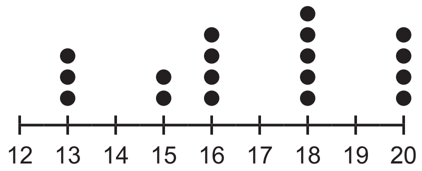
b) Si tuvieras en cuenta solamente la media, la mediana o la moda de las temperaturas, ¿qué error podrías cometer a la hora de elegir la ropa?

SP7-12 Forma y simetría de los diagramas de puntos

Este diagrama de puntos es simétrico, con el centro en el 5.



1. Se ha elaborado parte de un diagrama de puntos con el centro en el 16. Complétalo con los datos que faltan. Utiliza el menor número de puntos posible.



2. a) Traslada los datos de esta tabla de frecuencias.

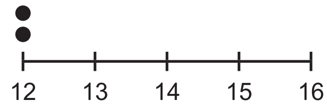
b) ¿Es simétrico el diagrama de puntos? ________

c) El centro del diagrama está en el ________.

d) Calcula la media y la mediana.

Media: ________ Mediana: ________

12	||
13	|
14	~~||||~~
15	|
16	||



e) ¿Qué observas respecto a la mediana, la media y el centro?

____

____

3. a) Utiliza los diagramas de puntos A, B, C y D para completar las tablas.

Diagrama A

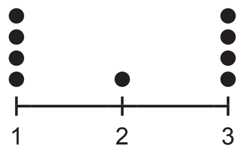


Diagrama B

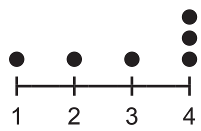


Diagrama C

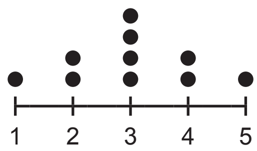


Diagrama D

× 4 *× 1* *× 4*
4 *2* *12*

Total: 4 + 2 + 12 = 18

Media: 18 : 9 = 2

Haz el desarrollo en tu cuaderno de esta forma.

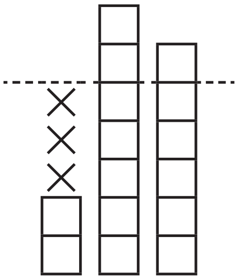
	Diagrama A	**Diagrama B**	**Diagrama C**	**Diagrama D**
Media				
Mediana				
¿El diagrama es simétrico?				
¿La media es igual a la mediana?				

b) ¿Qué puedes deducir acerca de la mediana y la media de los diagramas de puntos simétricos?

____

4. La línea de puntos representa la media de un conjunto de valores y las $\times$ representan espacios. El número de espacios que hay por debajo de la media es igual al número de bloques que hay por encima de la media. Formula expresiones numéricas equivalentes.

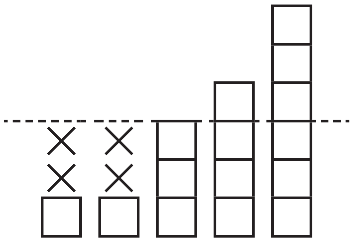
a)



2 7 6

3 = $\boxed{2}$ + $\boxed{1}$

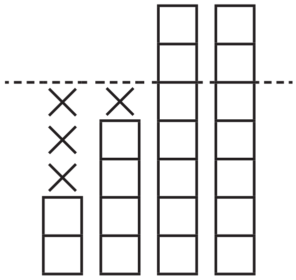
b)



1 3 4 6

2 + 2 + 0 = $\boxed{}$ + $\boxed{}$

c)



2 4 7 7

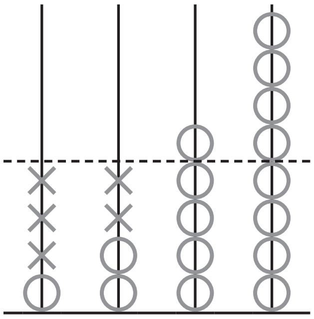
$\boxed{}$ + $\boxed{}$ = $\boxed{}$ + $\boxed{}$

Ahora representa los bloques y la media en papel cuadriculado, y luego formula la expresión numérica.

d) 2 6 7 e) 3 4 8 6 9 f) 2 4 5 5

5. Utiliza las expresiones numéricas para calcular conjuntos de valores con una media de 4. Utiliza círculos.

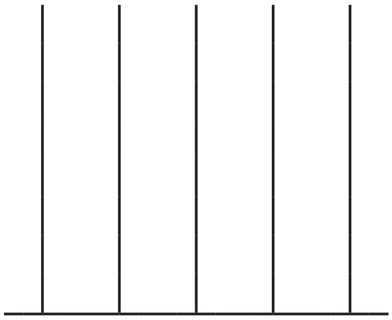
a)



3 + 2 = 1 + 4

Valores: *1, 2, 5, 8*

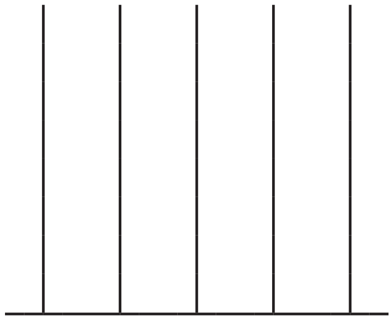
b)



2 + 2 + 1 = 2 + 3

Valores: ______________

c)



1 + 1 + 1 + 1 = 4

Valores: ______________

Cada valor de un conjunto está a cierta distancia de la media del conjunto. Para calcular las **desviaciones** respecto a la media, restamos la media a cada valor.

Ejemplo: En el conjunto de valores 2, 5, 6, 7, la media es 5. Así, las desviaciones respecto a la media son:

2 – 5, 5 – 5, 6 – 5, 7 – 5, o bien –3, 0, 1, 2.

6. a) Calcula la desviación de cada valor respecto a la media de los conjuntos de los ejercicios 4 *d*) a 4 *f*).

i) *–3*, *1*, _____ ii) _____, _____, _____, _____, _____

iii) _____, _____, _____, _____

b) Suma las desviaciones de los conjuntos de *a*). Si los resultados no son cero, busca tu error.

i) –3 + 1 + _____ = _____ ii) _____ + _____ + _____ + _____ + _____ = _____

iii) _____ + _____ + _____ + _____ = _____

Pedro quiere estimar la media de estas 10 notas: 1, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 8, 10.

Su primera estimación es 5, que genera estas desviaciones respecto a la media: −4, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 5.

La suma da un número positivo, por lo que su estimación debe ser un número mayor. Estimar 6 genera estas desviaciones: −5, −1, −1, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 4. Como la suma es 0, la media es 6.

7. Calcula las medias estimando y comprobando.

a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

b) 2, 3, 3, 5, 5, 7, 7, 8

c) 3, 5, 10, 11, 13, 17, 18

d) 10, 11, 14, 19, 22, 24, 26, 26, 28

8. Miguel ha reunido los siguientes datos sobre huevos de aves.

Ave	**Nidada (n.º de huevos)**	**Longitud de los huevos (cm)**
Albatros	1	11
Pingüino emperador	1	12
Flamenco	1	9
Avestruz	9	14
Colimbo grande	2	9
Cigüeña blanca	3	7
Ibis	3	6
Faisán	4	4

a) ¿Cuál es la longitud media de los huevos?

b) ¿Cuál es la nidada media?

c) ¿Qué aves tienen una nidada inferior a la media?

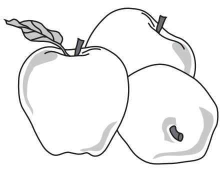
d) ¿Tienen huevos más pequeños que la media las aves con una nidada inferior a la media?

e) ¿Las aves con una nidada igual o superior a la media tienen huevos más pequeños? ¿Qué ave no sigue la regla? ¿A qué crees que es debido?

9. a) Jamal tiene 3 manzanas, Laura tiene 5 manzanas y Rafa tiene 10 manzanas. ¿Cuántas manzanas debe dar Rafa a Jamal y a Laura si quieren repartirse las manzanas a partes iguales?

b) Calcula la media del conjunto de valores 3, 5, 10. ¿Qué tienen en común este resultado y el de *a*)?

c) Eli tiene 6 manzanas. ¿Tendrá que dar alguna manzana a Rafa, Jamal o Laura para que queden repartidas a partes iguales entre los 4? ¿Tienen los demás que darle alguna manzana a Eli? Justifica tu respuesta.



SP7-13 Rangos intercuartílicos y diagramas de caja

La mediana de un conjunto ordenado divide los valores en una mitad inferior y una mitad superior. La mediana de la mitad inferior se denomina **primer cuartil**, o **Q1**. La mediana de la mitad superior se denomina **tercer cuartil**, o **Q3**.

mediana = 9

3 4 6 8 9 13 15 16 21

mitad inferior — mitad superior

3 4 6 8 — Q1 = 5

13 15 16 21 — Q3 = 15,5

1. Indica cada mediana (M), primer cuartil (Q1) y tercer cuartil (Q3), y señala cada posición con una flecha.

a) 3 5 5 11 13 18 22 29

Q1 *M* *Q3*

b) 2 4 6 7 11 16 16 22 23 23 24 26

c) 13 19 21 27 30 34 36 41 45 46

d) 0 1 2 3 4 5 5 6 6 7 7 8 8 9

2. Calcula las medianas, los Q1 y los Q3.

a) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 Mediana = ______ Q1 = ______ Q3 = ______

b) 15 25 35 45 55 65 75 85 Mediana = ______ Q1 = ______ Q3 = ______

c) 1 3 5 8 12 16 17 18 21 26 35 45 Mediana = ______ Q1 = ______ Q3 = ______

d) 7 9 13 14 19 22 27 41 44 Mediana = ______ Q1 = ______ Q3 = ______

e) 13 20 26 28 36 41 42 45 49 54 72 Mediana = ______ Q1 = ______ Q3 = ______

Extra ▶

f) 10 2.341 4.179 15.416 17.803 39.105 44.013 1.312.759

Mediana = ______________ Q1 = ______________ Q3 = ______________

g) 4.005 6.170 9.000 14.105 32.411 41.712 67.142 92.312 115.741

Mediana = ______________ Q1 = ______________ Q3 = ______________

El **rango intercuartílico** (**RIQ**) es la distancia o diferencia entre el Q3 y el Q1. Refleja la dispersión de la mitad central de los valores alrededor de la mediana. Es una medida de **dispersión** de un conjunto de valores. Los valores están más agrupados alrededor de la mediana en unos conjuntos que en otros.

Q1 = 5 ↓ M ↓ Q3 = 14 ↓

1 4 6 9 11 12 16 23

|← RIQ →|

RIQ = Q3 − Q1 =

= 14 − 5 =

= 9

3. Calcula el Q1, el Q3 y el RIQ de los valores.

a) 6 7 11 15 16 20 23 28

Q1 = *9* Q3 = *21,5* RIQ = *21,5 − 9 = 12,5*

b) 26 31 51 67 76 81 88 105 112 141 145

Q1 = ______ Q3 = ________ RIQ = ____________________

Extra ▶ 567 2.935 5.402 23.601 32.145 55.171 82.720 93.111

Q1 = ______ Q3 = ________ RIQ = ____________________

4. a) Rodea con un círculo la mediana de cada conjunto y señala con flechas el Q1 y el Q3. Luego, calcula los rangos y los RIQ.

	Datos	**Rango**	**RIQ**
Conjunto 1	1, 1, 2, 5, 8, 12, 15, 16, 18, 19, 89		
Conjunto 2	1, 8, 9, 11, 13, 15, 17, 17, 19, 27, 89		
Conjunto 3	1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 35, 89		

b) ¿Puedes usar el rango para comparar la posición de los datos de estos conjuntos? ________

¿Por qué? ____

c) ¿En qué conjunto están los datos más agrupados alrededor de la mediana? ________

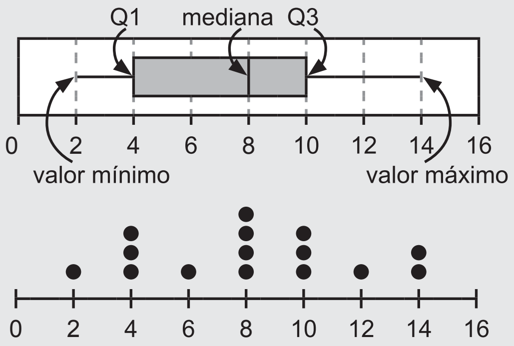
¿Cómo indica esto el RIQ? ____

5. Calcula los valores que faltan.

	Q1	**Q3**	**RIQ**
Conjunto 1	18	31	
Conjunto 2	214	241	
Conjunto 3	0		1.000
Conjunto 4	53		4
Conjunto 5		43	17

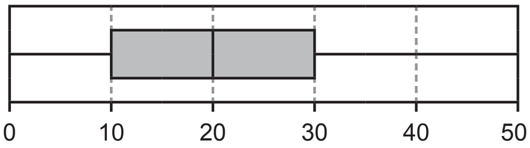
Los **diagramas de caja** representan la posición de los valores dentro del conjunto. Se elaboran sobre la recta numérica y informan sobre cinco medidas del conjunto.

Los diagramas de caja y de puntos de la derecha representan los mismos valores. El valor mínimo es 2, el Q1 es 4, la mediana es 8, el Q3 es 10 y el valor máximo es 14.



6. Utiliza los diagramas de caja para calcular las medianas, los RIQ y los rangos.

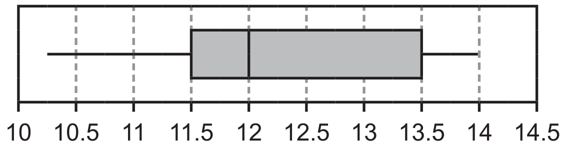
a)



Mediana = *20* RIQ = *30 – 10 = 20*

Rango = *50 – 0 = 50*

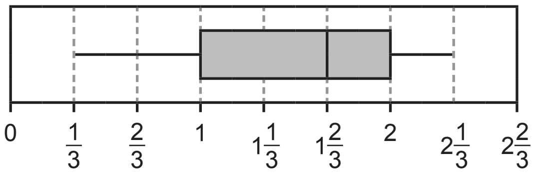
b)



Mediana = ______ RIQ = ______________

Rango = ______________

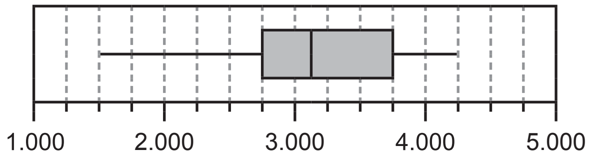
c)



Mediana = ______ RIQ = ______________

Rango = ______________

d)

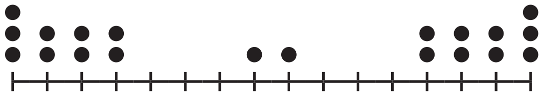


Mediana = ______ RIQ = ______________

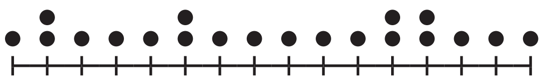
Rango = ______________

7. Relaciona cada diagrama de puntos con el diagrama de caja correspondiente.

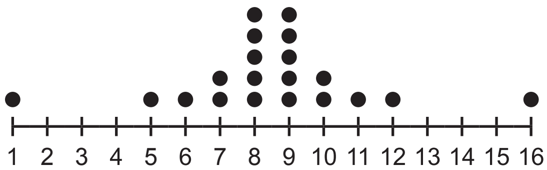
A.



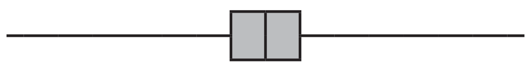
B.



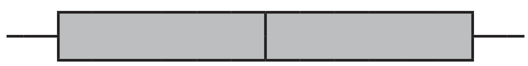
C.



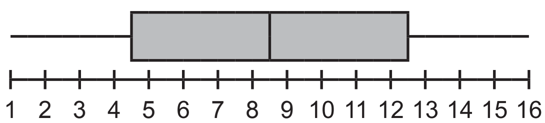
D.



E.



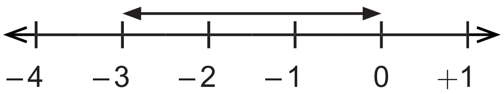
F.



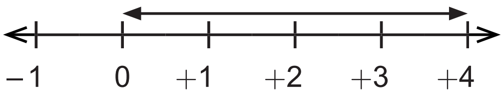
SP7-14 Desviación media absoluta (DMA)

RECUERDA: El valor absoluto de un número es la distancia a la que está de 0.

Ejemplos: El valor absoluto de -3 es 3.
Lo expresamos así: $|-3| = 3$.



El valor absoluto de $+4$ es 4.
Lo expresamos así: $|+4| = 4$.



1. ¿A qué distancia está cada número de 0?

a) -5 está a ____ unidades de 0. b) $+7$ está a ____ unidades de 0. c) 0 está a ____ unidades de 0.

2. ¿Cuál es el valor absoluto de cada número?

a) $|+2| =$ __2__ b) $|-12| =$ ______ c) $|+5| =$ ______ d) $|-0{,}5| =$ ______

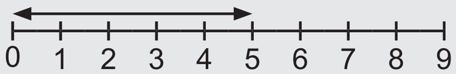
e) $|2^3| =$ ______ f) $|-2^3| =$ ______ g) $\left|-\frac{-1}{3}\right| =$ ______ h) $|-2.125| =$ ______

La **desviación absoluta** respecto a la media es la distancia a la que cada dato está de la media. Es el valor absoluto de la desviación.

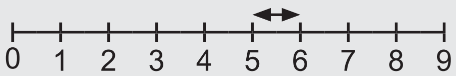
Ejemplo: La media del conjunto de datos 0, 6, 9 es $\frac{0+6+9}{3} = \frac{15}{3} = 5$.

valor media

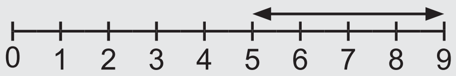
$|0 - 5| = 5$; la desviación absoluta de 0 es 5.



$|6 - 5| = 1$; la desviación absoluta de 6 es 1.



$|9 - 5| = 4$; la desviación absoluta de 9 es 4.



3. La media del conjunto 2, 5, 6, 9, 10, 12, 13, 15 es 9.

a) Calcula la desviación absoluta de cada dato.

Dato	2	5	6	9	10	12	13	15
Desviación absoluta	7							

b) ¿Cuáles son las desviaciones mínima y máxima absolutas respecto de la media?

Desviación absoluta mínima: ________ Desviación absoluta máxima: ________

c) De media, ¿a qué distancia de la media está cada dato del conjunto?

____

____

La **desviación media absoluta**, o **DMA**, de un conjunto de datos refleja la dispersión de los datos alrededor de la media. Es la media de las desviaciones absolutas de los datos.

Ejemplo: Para calcular la DMA del conjunto de datos 4, 8, 9:

Paso 1: Calculamos la media. $\frac{4+8+9}{3} = \frac{21}{3} = 7$

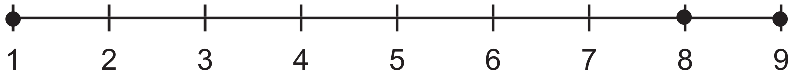
Paso 2: Calculamos las desviaciones absolutas de la media 7. $|4-7| = 3$ $|8-7| = 1$ $|9-7| = 2$

Paso 3: Calculamos la media de las desviaciones absolutas. $\frac{3+1+2}{3} = \frac{6}{3} = 2$

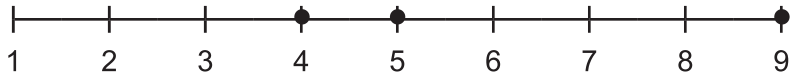
4. Tanto el conjunto 1 como el 2 presentan tres valores sobre la recta numérica.

a) Calcula y rodea con un círculo la media de cada conjunto.

Conjunto 1



Conjunto 2



b) ¿En qué conjunto los puntos de datos parecen estar más agrupados alrededor de la media? ______

c) Calcula las desviaciones absolutas y anótalas en la tabla.

Conjunto 1

Dato	1	8	9
Desviación absoluta			

Conjunto 2

Dato	4	5	9
Desviación absoluta			

d) Calcula la desviación media absoluta de cada conjunto. Conjunto 1: ______ Conjunto 2: _______

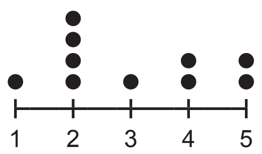
e) ¿En qué conjunto es mayor la DMA, el 1 o el 2? ___________

f) ¿Qué conjunto de datos está más agrupado alrededor de la media, el que tiene la DMA mayor o el que tiene la DMA menor?

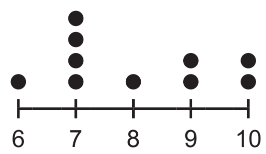
____

5. a) Calcula las medias de los conjuntos de datos de estos diagramas de puntos.

i)



ii)



b) Calcula la DMA de cada conjunto de *a*)?

c) ¿Qué se puede decir de la DMA cuando dos diagramas de puntos tienen la misma forma pero diferentes medias?

6. Dado el conjunto 2, 3, 5, 7, 202.

a) ¿Cuál es su rango? ______________________

b) Elimina un valor del conjunto y calcula el rango del nuevo conjunto. Repite la operación con el resto de valores.

Nuevo conjunto: *3*, *5*, *7*, *202* Rango: *202 − 3 = 199*

Nuevo conjunto: ______, ______, ______, ______ Rango: ______________________

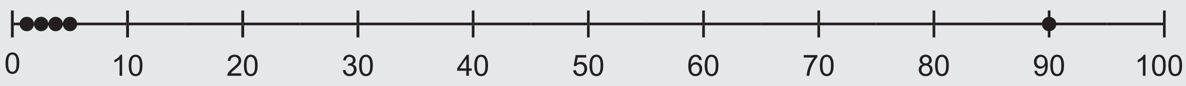
Nuevo conjunto: ______, ______, ______, ______ Rango: ______________________

Nuevo conjunto: ______, ______, ______, ______ Rango: ______________________

Nuevo conjunto: ______, ______, ______, ______ Rango: ______________________

Un **valor atípico** es un valor alejado del resto de los valores de un conjunto. Eliminar un valor atípico cambia sustancialmente el rango del conjunto.

Ejemplos: En el conjunto 2, 3, 4, 5, 90, el número 90 es un valor atípico.



En el conjunto 2, 400, 406, 435, 470, 475, el número 2 es un valor atípico.

7. Dado el conjunto 2, 2, 3, 4, 5, 74.

a) Rodea el valor atípico con un círculo.

b) Calcula la media, la mediana, el RIQ y la DMA del conjunto.

c) Expresa el conjunto sin el valor atípico: ______, ______, ______, ______, ______.
Luego, calcula la media, la mediana, el RIQ y la DMA del nuevo conjunto.

d) ¿Qué medida de centralización ha cambiado más al eliminar el valor atípico: la media o la mediana?

____

e) ¿Qué medida de dispersión ha cambiado más al eliminar el valor atípico: el RIQ o la DMA? _______

f) Elige cualquier valor del primer conjunto que no sea el valor atípico. Expresa el conjunto sin él. Calcula la media, la mediana, el RIQ y la DMA del nuevo conjunto.

g) ¿Qué afecta más a la media y a la DMA, la eliminación del valor atípico o la eliminación de otro valor?

____

8. Las notas de Julieta en los exámenes de matemáticas son 8; 8,5; 8,5; 2,5; 9,5; 9; 8,5; 10 y 9,5.

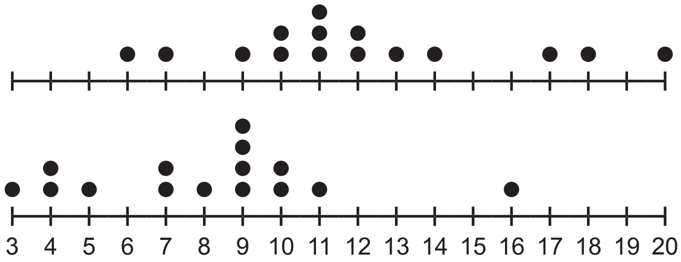
a) ¿Cuál es el valor atípico en este conjunto? ________

b) Cuando el profesor de Julieta calcule la media para el informe, ¿debería incluir el valor atípico? Coméntalo con un compañero.

9. Estos diagramas de puntos muestran el número de días que nieva en octubre en 15 distintos momentos cada día de las provincias de Aysén y General Carrera.

Días de nieve en Aysén:

Días de nieve en General Carrera:

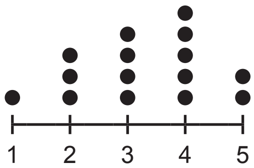


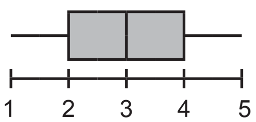
a) ¿En qué provincia es mayor…

i) la mediana? __________ ii) la moda? __________ iii) el rango? __________

b) Deduce qué provincia tiene la media y la DMA más altas, y luego comprueba tu deducción.

10. Este diagrama de puntos y este diagrama de caja reflejan los mismos datos.





a) Utiliza el diagrama de caja para calcular la mediana. Compruébalo con el diagrama de puntos.

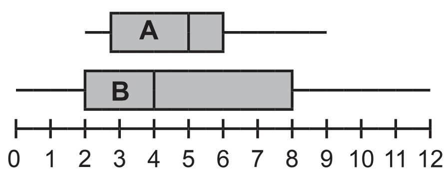
b) ¿Con qué tipo de diagrama es más fácil calcular la mediana, con el de caja o con el de puntos?

c) Calcula la media de los datos.

d) ¿Qué diagrama has utilizado para calcular la media? ¿Por qué?

e) ¿Indica el diagrama de caja si el conjunto de valores es simétrico? Compruébalo con el diagrama de puntos.

11. Estos diagramas de caja representan el tiempo de espera (en minutos) de 50 clientes aleatorios del banco A y del banco B.



a) ¿Qué banco tiene el menor tiempo de espera medio? ________

b) ¿Qué banco tiene el menor RIQ? __________

c) ¿Qué banco tiene la menor dispersión? __________

d) ¿En qué banco hay más riesgo de esperar mucho tiempo? __________

e) ¿Elegirías el banco con el menor tiempo de espera medio? ¿Por qué?

____

SP7-15 Sesgo en una muestra o en un censo

Una **población** es un conjunto de individuos o elementos, objeto de un estudio estadístico. Podemos obtener información de toda población o solo de una **muestra** o parte representativa de la población.

Para recoger información de toda la población se utiliza el **censo**.

Para sondear solo una parte de la población se escoge una **muestra**.

1. ¿Utilizarías una muestra o un censo para saber…

a) qué película quieren ver cinco amigos tuyos? ___________________

b) quién debería representar a los alumnos en el consejo escolar? ___________________

c) cómo afecta el tabaco a la salud de las personas? ___________________

d) si los habitantes de tu localidad estarían a favor de tener un equipo de baloncesto? _____________

2. La directora de un centro quiere saber si los alumnos quieren empezar y acabar las clases media hora antes, pero no se lo puede preguntar a todos. Sondea a dos grupos, con estos resultados:

A. Los primeros 50 alumnos que llegan por la mañana.	SÍ 40	NO 10
B. 5 alumnos de cada una de las 10 clases.	SÍ 20	NO 30

a) ¿Por qué no han dado los mismos resultados los dos sondeos?

b) ¿La opinión de qué grupo representa mejor a todo el centro?

c) Si hay 500 alumnos en el centro, ¿cuántos dirías que querrían empezar y acabar las clases media hora antes?

En **muestra representativa** están bien representados todos los sectores de la población.
Una **muestra sesgada** no representa todos los sectores de la población.

3. ¿Qué muestra del ejercicio 2 está sesgada, A o B? ______

4. Elige si cada una de estas muestras es sesgada o representativa. Explica la causa de cada sesgo.

a) Un colegio que abarca de primero a sexto básico está preparando una fiesta con juegos de mesa. Para averiguar los juegos de mesa más populares del centro, preguntan a…

A. 40 alumnos de quinto y sexto.

B. 5 alumnos de cada curso.

b) Los científicos están comparando el ritmo cardíaco de estudiantes de 15 años antes y después de practicar media hora de ejercicio. Para ello, examinan el ritmo cardíaco de…

A. 25 miembros de un equipo de atletismo escolar.

B. 25 alumnos de una clase cualquiera.

5. Un municipio quiere construir un nuevo estadio de fútbol, una nueva piscina o una nueva biblioteca. ¿Cuál de los siguientes contextos es el mejor para hacer un sondeo sobre el equipamiento que habría que construir? ¿Por qué? ¿Qué tienen de malo las otras tres opciones?

A. Una playa ______________________________

B. Una librería ______________________________

C. Un partido de fútbol profesional ______________________________

D. Un centro comercial ______________________________

6. Edu y Cristina se presentan al consejo escolar. Quieren saber cuántos de los 250 alumnos del instituto van a votarles.

Edu pregunta a los 25 alumnos de su clase y averigua que 15 de ellos van a votarle y los otros 10, no.

Cristina pide una lista de alumnos a la directora y pregunta a un alumno de cada diez de la lista. Así averigua que 15 de ellos van a votarle y los otros 10, no.

a) ¿Cuál de las dos muestras es más sesgada? ¿Por qué?

b) ¿Quién dirías que va a ganar las elecciones? ¿Por qué?

7. José quiere saber cuántas horas al día juegan a videojuegos sus compañeros de clase. Para ello, les plantea la siguiente pregunta:

Ciertos estudios indican que algunos videojuegos ayudan al desarrollo cerebral y que, cuanto más juegas, más beneficios se obtienen. ¿Cuántas horas al día juegas a videojuegos?

1 hora al día o menos | 1-3 horas al día

3-5 horas al día | más de 5 horas al día

¿Estarán sesgados los resultados del sondeo de José? Justifica tu respuesta.

8. Para decidir si hay que introducir uniformes escolares, se proponen dos preguntas:

A. ¿Crees que debería permitirse a los alumnos expresarse con su modo de vestir?

B. ¿Crees que para favorecer la igualdad entre alumnos es importante introducir uniformes escolares?

a) ¿Qué pregunta ha propuesto alguien que está a favor de los uniformes escolares? ______

¿Qué pregunta ha propuesto alguien que está en contra de los uniformes escolares? ______

b) Formula una pregunta sobre este tema que no sugiera una determinada respuesta.

____

____

SP7-16 Usar muestras para establecer inferencias

Sacar conclusiones a partir de una muestra de la población se denomina **inferir**.

Ejemplo: Hay 150 alumnos de 7° básico en una escuela. Marta quiere saber cuántos de ellos tienen teléfono móvil. Selecciona aleatoriamente a 30 alumnos de 7° básico y averigua que 16 tienen móvil. Marta utiliza una proporción para deducir cuántos alumnos de 7º tienen móvil:

$\frac{16}{30} = \frac{x}{150}$ Con una multiplicación en cruz: $16 \times 150 = 30x$; por tanto, $x = \frac{16 \times 150}{30} = 80$

Basándose en la muestra, Marta deduce que 80 alumnos de 7° básico tienen móvil.

1. a) De cada 50 palabras que escribe Jaro, 3 tienen una falta. Si escribe un trabajo de 3.000 palabras, ¿cuántas de ellas contendrán una falta?

b) De las 50 primeras palabras que ha escrito Jaro, 3 tienen una falta. Su redacción tendrá 3.000 palabras. ¿Cuántas palabras aproximadamente estimas que contendrán una falta?

2. En el primer trimestre de 2016 en Chile había 11.028.700 trabajadores ocupados. En una muestra aleatoria de 132.675 trabajadores, 36.095 entran a trabajar entre las 5 y las 7 de la mañana. Haz una estimación de cuántos empleados chilenos entran a trabajar entre las 5 y las 7.

3. Un envío de una fábrica de lámparas contiene 9.000 lámparas.

a) Un técnico de control de calidad toma una muestra aleatoria de 15 lámparas de la línea de producción y descubre que ninguna de ellas es defectuosa. ¿Cuántas lámparas del envío estimará que son defectuosas?

b) Un encargado de control de calidad toma una muestra aleatoria de 75 lámparas de la línea de producción y descubre que 2 de ellas son defectuosas. ¿Cuántas lámparas estimará que son defectuosas?

c) ¿Quién va a hacer una estimación más fiable, el técnico o el encargado? Justifica tu respuesta.

4. Bea quiere saber si los alumnos de su curso quieren una máquina de refrescos en el instituto. Para ello, les pide a todos que dejen una bolita roja en una jarra para decir "sí" o una azul para decir "no". Al hacer el recuento, salen 18 bolitas azules y 24 bolitas rojas.

a) Imagina una baraja con 18 cartas negras y 24 cartas rojas que has barajado bien.

¿Qué color de cartas equivaldría a las bolitas azules? _________

b) ¿Cuál es la razón de cartas rojas sobre el total de cartas de la baraja? _________

c) Al tomar la carta de encima, ¿de qué color esperarías que fuera? _________

d) En qué sentido barajar cartas es similar a elegir a gente de forma aleatoria para un sondeo?

____

5. En un concurso de tiros libres, cada jugador puede hacer 5 lanzamientos a la canasta. Cada tiro libre que encestan vale un punto. Estos son los puntos anotados por 30 jugadores elegidos de forma aleatoria:

2	1	0	0	1	3	2	0	3	1	1	0	4	3	1
0	4	1	3	1	0	5	2	2	1	0	1	2	0	1

Valor	Frecuencia
0	
1	
2	
3	
4	
5	

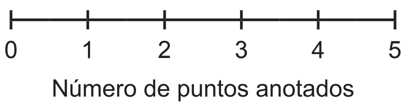
a) Traslada los datos a la tabla de frecuencias y calcula las frecuencias.

b) Estima el número de jugadores que no anotarán ningún punto si participan 1.500 personas en el concurso.

c) Calcula el rango, la mediana, el Q1 y el Q3 del conjunto de valores.

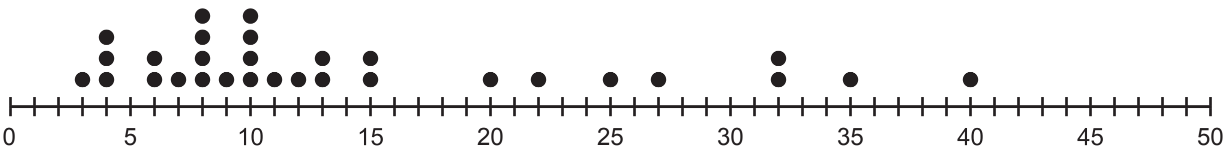
Rango = _________ Mediana = ______ Q1 = ______ Q3 = ______

d) Elabora un diagrama de caja para estos datos.



e) Calcula la media del conjunto de valores.

6. El año pasado, Bilal compró 30 libros para la biblioteca. Los precios de los libros fueron los siguientes:



Este año, Bilal quiere comprar 50 libros para la biblioteca. Para preparar el presupuesto de este año, ¿debería fijarse más en la mediana o en la media de los precios del año pasado? Justifica tu respuesta.

SP7-17 Dispersión del muestreo

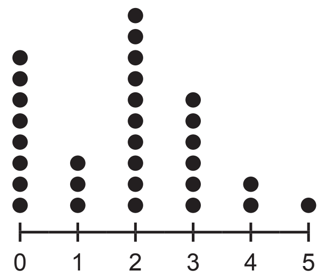
1. a) ¿Qué proporción de números del 1 al 1.000 son múltiplos de 5?
Recuerda: Un número es divisible entre 5 si la cifra de las unidades es 0 o 5.

b) Se han elegido tres muestras de tamaño 10 con números aleatorios del 1 al 1.000:

Muestra	Número de múltiplos de 5 en las muestras aleatorias	Fracción de múltiplos de 5 en las muestras aleatorias
A. 996, 356, 705, 324, 237, 152, 31, 483, 544, 806	*1*	$\frac{1}{10}$
B. 455, 70, 458, 203, 192, 367, 364, 296, 905, 135		
C. 86, 231, 394, 978, 313, 94, 527, 375, 893, 732		

c) Las tres muestras provienen de la misma población. ¿Por qué no tienen la misma proporción de múltiplos de 5? ¿Por qué son tan diferentes?

d) Este diagrama de puntos refleja el número de múltiplos de 5 en 30 muestras aleatorias de tamaño 10. Rodea con un círculo la ubicación de cada número de múltiplos de 5 de las muestras A, B y C.



N.º de múltiplos de 5 en muestras aleatorias de tamaño 10

e) Calcula el rango, la mediana, el Q1 y el Q3 del conjunto de valores de *d*).

Rango = _______________ Mediana = ______

Q1 = ______ Q3 = ______

f) Elabora un diagrama de caja con el conjunto de valores.

2. Combina las tres muestras del ejercicio *1 b*) para crear una muestra de tamaño mayor que 30.

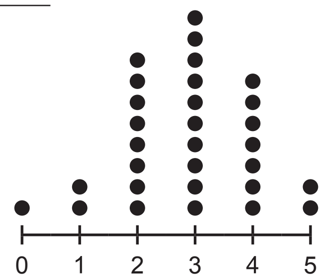
a) ¿Cuántos múltiplos de 5 hay en la muestra mayor? ______

b) ¿Qué proporción de los números de esta muestra son múltiplos de 5? ______

c) ¿Se acerca más esta proporción a la realidad? ______

d) Este diagrama de 30 muestras de 30 números refleja los múltiplos de 5 que hay en cada muestra. Calcula la mediana y el RIQ.

Mediana = ______ Q1 = ______ Q3 = ______ RIQ = ______



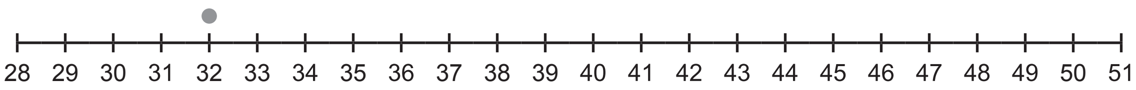
e) Compara el RIQ de la muestra mayor con el RIQ de la muestra menor.

3. Victoria hace un experimento con un bingo de 75 números. Toma una muestra aleatoria de cinco números y calcula la media. Por ejemplo, si toma los números 26, 13, 49, 7, 67, la media es $\frac{26+13+49+7+67}{5}=\frac{162}{5}=32{,}4$. Victoria redondea la media a la unidad, que es 32.

a) Victoria hace el experimento 20 veces y anota las medias en la tabla siguiente:

32	42	33	46	49	30	41	38	35	44
43	36	48	36	28	41	40	37	34	47

i) Elabora un diagrama de puntos del conjunto de valores.



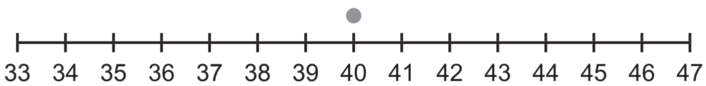
ii) Calcula la mediana y la media del conjunto (la media de las medias).

iii) Calcula el RIQ y la DMA del conjunto.

b) Tomás hace el mismo experimento que Victoria con 20 muestras de 30 números y anota las medias en la tabla siguiente:

40	38	35	41	37	36	42	35	36	42
39	36	37	33	38	38	40	44	34	39

i) Elabora un diagrama de puntos del conjunto de valores.



ii) Calcula la mediana y la media del conjunto de valores (la media de las medias).

iii) Calcula el RIQ y la DMA del conjunto de valores.

____

____

c) La media real de la población (es decir, todos los números del 1 al 75) es 38.

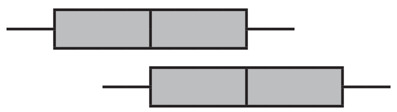
¿Quién se acerca más a la media real, Victoria o Tomás? _______________

d) ¿Qué muestra tiene una baja dispersión? Pista: ¿Cuál tiene los menores RIQ y DMA?

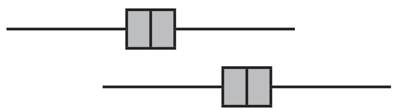
____

SP7-18 Solapamiento de dos poblaciones con la misma dispersión

1. a) Al ver estos diagramas de caja, ¿dirías que las medianas están cerca o lejos una de otra?

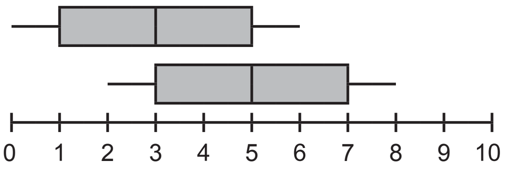
i) 

____

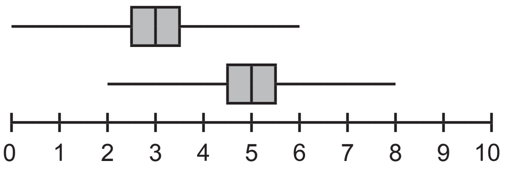
ii) 

____

b) Hay una separación de 2 unidades entre las medianas de estos diagramas. Calcula el RIQ de ambos.

i) 

RIQ = _______

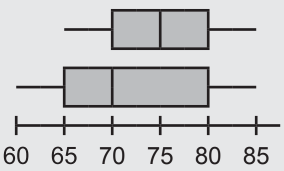
ii) 

RIQ = _______

Javi compara las notas de 15 alumnos de la clase A con las de 15 alumnos de la clase B:

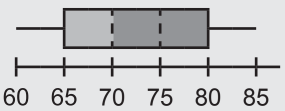
Notas de la clase B:

Notas de la clase A:



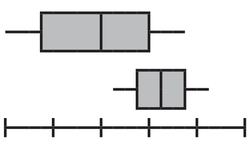
Ambos conjuntos de valores tienen un centro y una dispersión cercanos. Javi superpone los diagramas de caja para comprobar si se **solapan**. La intersección de las cajas en los diagramas aparece más oscura.

Solapamiento de las clases A y B:

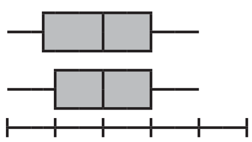


Cuando Javi superpone los diagramas, la mayoría de las casillas son oscuras. El solapamiento es alto.

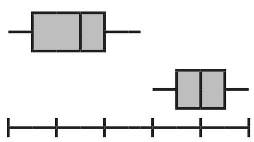
2. En cada par de diagramas de caja, especifica si hay un solapamiento alto, bajo o nulo.

a) Muestra B:
Muestra A:


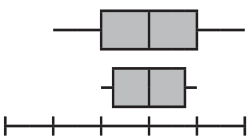
solapamiento ______________

b) Muestra B:
Muestra A:


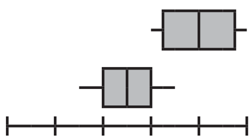
solapamiento ______________

c) Muestra B:
Muestra A:


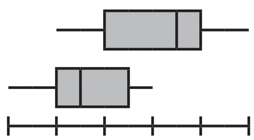
solapamiento ______________

d) Muestra B:
Muestra A:


solapamiento ______________

e) Muestra B:
Muestra A:


solapamiento ______________

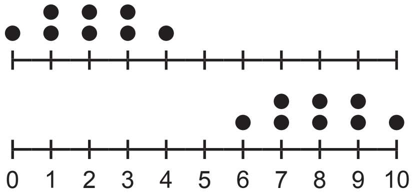
f) Muestra B:
Muestra A:


solapamiento ______________

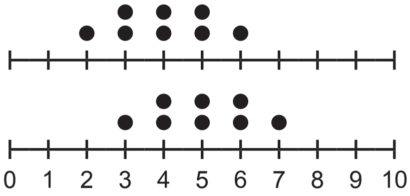
Llibre7.2.indb 194 21/7/16 9:39

3. Examina los siguientes pares de diagramas de puntos.

A.



B.



a) ¿Qué separación hay entre sus medias?

En A, las medias son ____ y ____, así que hay una separación de ____ unidades entre las medias.

En B, las medias son ____ y ____, así que hay una separación de ____ unidades entre las medias.

b) Teresa afirma que las DMA son todas iguales y que puede saberlo sin hacer cálculos. ¿Cómo lo sabe? Justifica tu respuesta.

____

c) Calcula las medias y las DMA de los dos conjuntos de datos de A para mostrar cómo lo sabe.

d) ¿Parecen solaparse los conjuntos de datos?

En A: __________ En B: __________

e) ¿Qué es mayor, la DMA de ambos conjuntos o la diferencia entre las medias?

En A: ________________________ En B: ________________________

4. Los diagramas de caja A y B representan conjuntos de 100 datos.

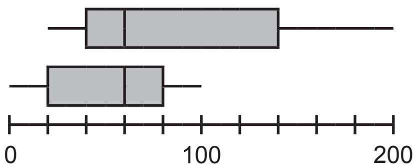
a) ¿Qué diagrama tiene el mayor rango, A o B? ______

b) ¿Qué diagrama tiene el mayor RIQ? ______

c) ¿En qué diagrama de caja los datos están más agrupados alrededor de la mediana? ______

A.

B.



d) Dirías que el grado de solapamiento entre los dos conjuntos de datos es alto, bajo o nulo?

____

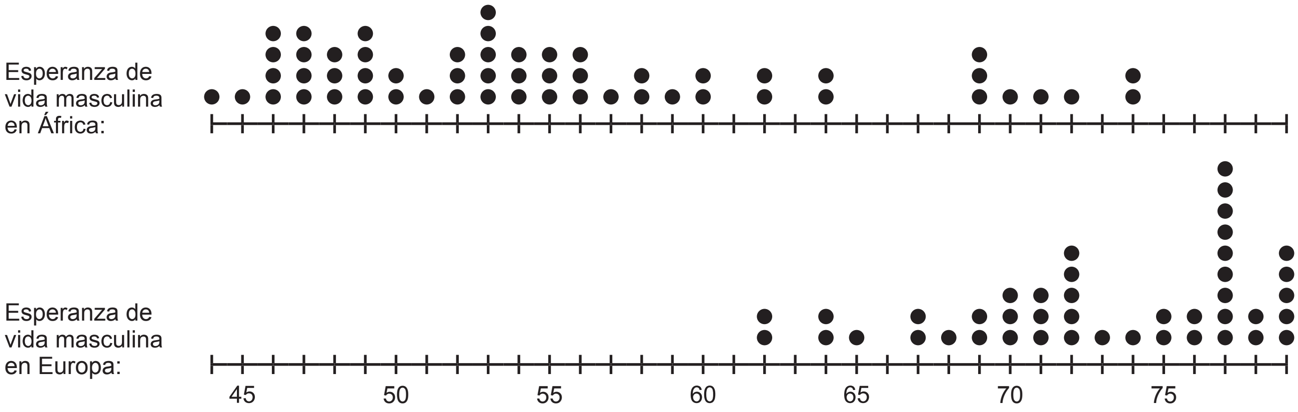
5. Examina tus respuestas del ejercicio 1.

a) ¿Qué par de conjuntos de datos parecen solaparse más: *i*) o *ii*)? ______

b) ¿Es la diferencia entre las medianas mayor o menor que el RIQ?

i) ______________________________ ii) ______________________________

6. Los diagramas de puntos reflejan la esperanza de vida de la mayoría de los países de África y Europa.



a) Estima la media de los países africanos y europeos. África: ______ Europa: ______

b) ¿Qué continente tiene una DMA más alta? ________________ ¿Cómo se puede saber a partir de los diagramas de puntos? ____

c) ¿Es raro encontrar un país en África con una esperanza de vida masculina a más de 7 años de distancia de la media? _______

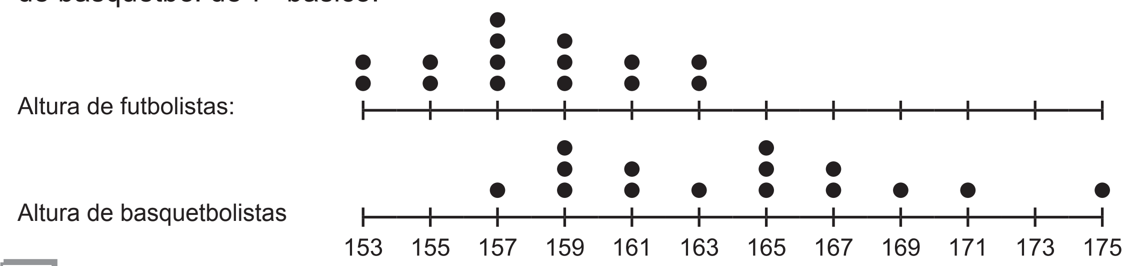
d) ¿Es raro ver un país en Europa con una esperanza de vida masculina a más de 7 años de distancia de la media? _______

e) ¿Hay países en África con una esperanza de vida cercana a la media europea? _______

f) ¿Hay países en Europa con una esperanza de vida cercana a la media africana? _______

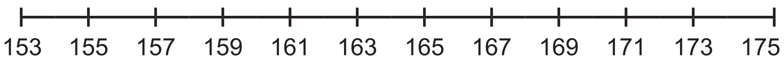
g) ¿Es alto o bajo el solapamiento entre estas dos poblaciones? _______

7. Estos diagramas de puntos reflejan la altura de 15 jugadores de fútbol y la de 15 jugadores de básquetbol de 7° básico:



a) Calcula el rango, la mediana, el Q1 y el Q3 de cada conjunto de valores.

b) Elabora un diagrama de caja con cada conjunto de valores.



c) ¿Dirías que el solapamiento entre la altura de los jugadores de fútbol y la de los de básquetbol es nulo, bajo o alto?

SP7-19 Utilizar la media y la DMA para comparar poblaciones

Podemos expresar la distancia entre los centros de dos poblaciones a partir de la DMA. Calculamos la diferencia entre la media de dos poblaciones y la dividimos entre la DMA mayor. En dos poblaciones con un alto solapamiento, este cociente es menor que 1.

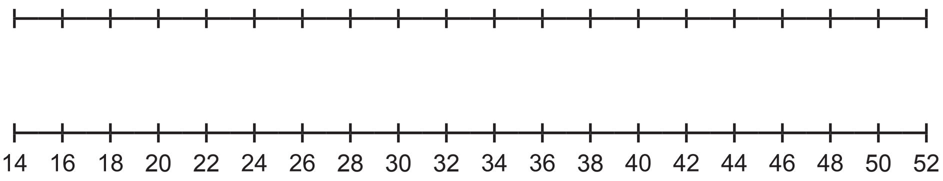
1. Alexia ha elegido de forma aleatoria a 15 chicas y 15 chicos de 7° básico que tienen teléfono móvil y les ha preguntado cuántos minutos al día utilizan la mensajería instantánea. Ha recogido los datos de la siguiente forma:

Sexo	**Uso al día de mensajería instantánea (minutos)**															**Media**	**DMA**
Chicas	34	43	27	51	45	25	30	37	29	44	38	41	31	39	32	36,4	6,24
Chicos	23	22	24	21	22	42	35	18	31	36	22	17	14	44	31	26,8	7,76

a) Utiliza la misma escala para elaborar un diagrama de puntos de cada conjunto de valores.

Chicas:

Chicos:



b) ¿Hay más dispersión en los datos de las chicas o en los de los chicos? ___________

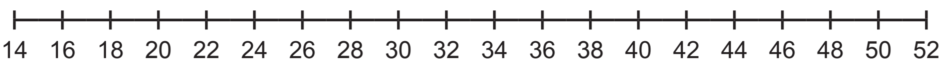
c) Calcula la mediana, el Q1, el Q3 y el rango de cada conjunto (chicas y chicos).

	Mediana	**Q1**	**Q3**	**Rango**
Chicas				
Chicos				

d) Elabora un diagrama de caja conjunto de valores.

Chicas:

Chicos:



e) ¿El solapamiento entre estas dos poblaciones es alto o bajo? ___________

f) La diferencia entre las medias es: ______ – ______ = ______.

Divide la diferencia entre las medias entre la DMA mayor: ______ : ______ ≈ ______.

El tiempo medio empleado al día en mensajería instantánea por las chicas y chicos es ______ veces la dispersión del número de minutos empleados en mensajería instantánea.

2. Una bolsa contiene 100 cubos. De ellos, 55 son azules y los 45 restantes son de otros colores.

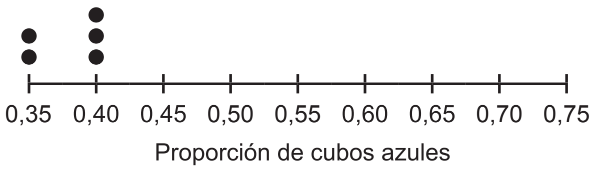
a) 30 alumnos de 7° básico toman de la bolsa una muestra de 20 cubos. Esta tabla refleja el número de cubos azules de cada muestra y sus frecuencias:

Número de cubos azules	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Frecuencia	2	3	1	6	5	4	5	1	3

i) Divide el número de cubos azules entre el tamaño de cada muestra (20) para calcular las frecuencias relativas de las muestras.

Número de cubos azules	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Frecuencia relativa	*0,35*	*0,40*							

ii) Elabora un diagrama de puntos con los datos.



iii) Calcula la media y la DMA de las frecuencias relativas de las muestras.

b) 30 alumnos de 7° básico toman de la bolsa una muestra de 40 cubos. Los resultados se reflejan en esta tabla:

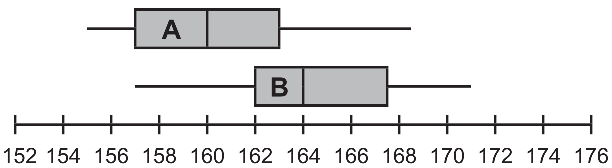
Número de cubos azules	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Frecuencia	1	2	3	5	7	7	2	2	1

Resuelve los ejercicios *ii*) y *iii*) de *a*) empleando esta tabla.

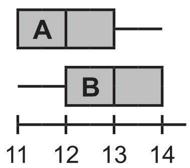
c) Calcula la diferencia entre las medias de los ejercicios *a*) y *b*), y luego divídela por la DMA mayor. ¿Has obtenido un número menor que 1? ¿El solapamiento es nulo, alto o bajo?

3. Se han comparado los grupos A y B por altura y luego por edades en estos diagramas de caja:

Altura



Edad



¿En qué caso las dos poblaciones serán más parecidas?

4. Iván toma 20 muestras de 20 caramelos de una gran bolsa para saber qué porcentaje de caramelos es rojo. Esta tabla refleja el número de caramelos rojos:

Número de caramelos rojos en muestras de 20	3	0	5	7	4	1	2	3	5	2
	3	5	4	0	6	7	3	2	6	5

a) Elabora un diagrama de puntos con los datos.

b) Calcula la media y la DMA.

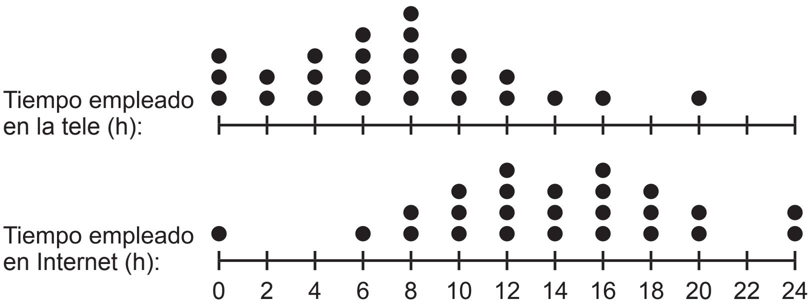
c) Iván coge 20 muestras de 50 caramelos. Esta tabla refleja el número de caramelos rojos:

Número de caramelos rojos en muestras de 50	11	8	10	9	10	11	10	12	9	8
	12	10	9	8	8	10	11	9	13	10

Elabora un diagrama de puntos con los datos, y luego calcula la media y la DMA.

d) Compara los resultados de Iván en *b*) y *c*). ¿Qué porcentaje de caramelos de la bolsa crees que son rojos?

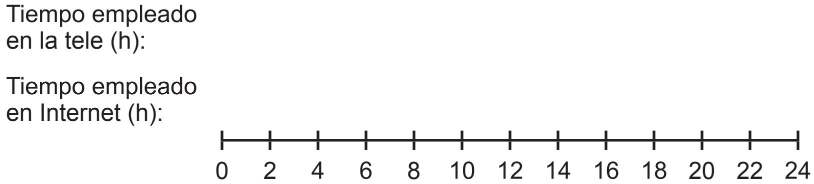
5. Se ha sondeado a 25 alumnos para saber cuántas horas a la semana pasan viendo la televisión y cuántas horas a la semana pasan en Internet. Estos diagramas de puntos representan los resultados:



a) Calcula el rango de las dos muestras. Televisión: ________ Internet: ________

b) Calcula la mediana de las dos muestras. Televisión: ________ Internet: ________

c) Elabora los diagramas de caja. ¿Cómo dirías que es el solapamiento?



d) Calcula con una calculadora la media de las dos muestras. Televisión: ________ Internet: _______

e) La diferencia entre las medias es ______ – ______ = ______.

Divide la diferencia entre las medias por la DMA de las horas en Internet:

______ : ______ ≈ ______; por tanto, la media de horas en Internet es ______ veces la dispersión del número de horas en Internet.